



UNIVERSIDAD DE SONORA
DIVISIÓN DE INGENIERÍA
POSGRADO EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA

**SIMULACIÓN NUMÉRICA DE LA TRANSFERENCIA DE
CALOR EN UNA CAVIDAD RECTANGULAR ABIERTA
CONSIDERANDO PROPIEDADES VARIABLES**

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRO EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA

PRESENTA:

JOSÉ OCTAVIO JUÁREZ SÁNCHEZ

HERMOSILLO, SONORA

DICIEMBRE 2008

UNIVERSIDAD DE SONORA

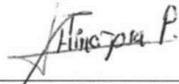
APROBACION DEL JURADO

de la tesis presentada por:

José Octavio Juárez Sánchez

Esta tesis ha sido revisada por cada uno de los miembros del Jurado y por mayoría de votos la han encontrado satisfactoria.

8/12/08
Fecha



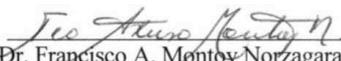
Dr. Jesús Fernando Hinojosa Palafox
Presidente

8/12/08
Fecha



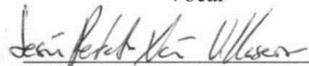
Dr. Manuel Pérez Tello
Secretario

8/12/08
Fecha



Dr. Francisco A. Montoy Norzagaray
Vocal

8/12/08
Fecha



Dr. Jesús Perfecto Xamán Villaseñor
Sinodal Externo

UNIVERSIDAD DE SONORA
AUTORIZACION DEL EXAMEN DE GRADO

Diciembre 8, de 2008.

Por la presente se hace constar que la estudiante **JOSE OCTAVIO JUAREZ SANCHEZ**, ha cumplido satisfactoriamente con los requisitos académicos correspondientes para la realización del Examen de Grado del programa de Maestría en Ciencias de la Ingeniería.



DR. VICTOR MANUEL SANCHEZ CORRALES
COORDINADOR
POSGRADO EN CIENCIAS DE LA INGENIERIA

RESUMEN

Este trabajo presenta resultados numéricos de la transferencia de calor por convección natural en una cavidad 2D abierta. La temperatura de la pared opuesta a la abertura varía entre 310 y 800 K, mientras que la temperatura de los alrededores permanece a 300 K. Las otras paredes permanecen adiabáticas. El ángulo de la pared caliente es de 90° y el dominio de cómputo se extiende fuera de la cavidad. Los resultados en estado permanente se obtienen para el intervalo de 10^4 a 10^7 para el número de Rayleigh. Se desarrolló un código numérico utilizando el método de volumen finito y el algoritmo SIMPLEC. Este código se verifica exitosamente con resultados publicados en la literatura. Los resultados muestran que el número de Nusselt promedio de la pared caliente aumenta con el Rayleigh y disminuye con la diferencia de temperatura. Tanto el espesor de la capa límite hidrodinámica y de la capa límite térmica disminuye al aumentar el Rayleigh y aumenta con la diferencia de temperatura.

ABSTRACT

This work presents numerical results of heat transfer by natural convection in a 2D open cavity. The temperature of the wall opposite to the aperture varies between 310 and 800 K, whereas the temperature of the surrounding area remains at 300 K. The other walls are adiabatic. The angle of the hot wall is 90° and the computational domain extends outside the cavity. The results under steady state conditions are obtained for a Rayleigh range from 10^4 to 10^7 . Was developed a numerical code using the finite volume method and SIMPLEC algorithm. This code is verified successfully with results published in the literature. The results show that the average Nusselt number on the hot wall increases with Rayleigh and decreases with the temperature difference. The thicknesses of both hydrodynamic boundary and the thermal boundary layer decreases with increasing the Rayleigh and increases with the temperature difference.

Al Amor de mi Vida:

Karen Lillian.

Y al Fruto de este Amor:

Javier Octavio.

TABLA DE CONTENIDO

	Página
RESUMEN	iv
ABSTRACT	v
LISTA DE FIGURAS	ix
LISTA DE TABLAS	xi
NOMENCLATURA	xii
AGRADECIMIENTOS	xiii
1. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS	1
1.1 Introducción	1
1.2 Objetivo general	7
1.3 Objetivos particulares	7
2. REVISIÓN BIBLIOGRAFICA	8
2.1 Descripción general	8
2.2 Trabajos teóricos	8
2.2.1 Dominio de cómputo	10
2.2.2 Geometría de la cavidad	11
2.2.3 Régimen de flujo	12
2.2.4 Ángulo de inclinación	12
2.3 Trabajos experimentales y teórico-experimentales	13
3. METODOLOGÍA	14
3.1 Metodología general	14
3.2 Modelo físico	16
3.3 Modelo matemático	20
3.4 Discretización del modelo matemático	22
3.4.1 Ecuación general de transporte	22
3.4.2 Método de volumen finito	24
3.4.3 Discretización del término difusivo	26

3.4.4	Discretización del término convectivo	27
3.4.5	Discretización del término fuente	28
3.4.6	Discretización del término transitorio	29
3.4.7	Ecuación general de transporte discreta	30
3.5	Método de solución	31
3.5.1	Complicaciones relacionadas con el campo de velocidad	31
3.5.2	Complicaciones relacionadas con la malla numérica	32
3.5.3	Ecuación de corrección de presión y algoritmo SIMPLE	36
3.5.4	Factores de relajación	40
3.6	Programación de los experimentos numéricos	41
4.	RESULTADOS Y DISCUSIÓN	44
4.1	Verificación del código numérico	44
4.1.1	Convección natural en una cavidad cerrada calentada diferencialmente	44
4.1.2	Convección natural en una cavidad abierta con paredes isotérmicas	48
4.1.3	Convección natural en una cavidad abierta con una pared caliente vertical y dos paredes adiabáticas horizontales	53
4.2	Estudio de independencia de malla	57
4.3	Presentación de los resultados	57
4.4	Patrones de flujo	59
4.5	Campo de temperatura	64
4.6	Análisis de la transferencia de calor	69
4.6.1	Transferencia de calor considerando propiedades variables	69
4.6.2	Comparación con la aproximación de Boussinesq	72
4.6.3	Comparación de considerar a la viscosidad y conductividad como constantes	72
4.7	Correlación para el número de Nusselt	80
5.	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	82
	BIBLIOGRAFÍA	85

LISTA DE FIGURAS

Figura		Página
1.1	Esquema de un sistema plato/Stirling mostrando los tres componentes básicos: concentrador, receptor y motor/alternador	4
2.1	Cavidades típicas en los estudios numéricos de convección natural	9
3.1	Representación física del problema	17
3.2	Variación de las propiedades del aire con la temperatura	19
3.3	Numeración de las condiciones de frontera	21
3.4	Nomenclatura para el método de volumen finito	25
3.5	Campo de presión altamente irregular	33
3.6	Malla desplazada	35
4.1	Cavidad cerrada calentada diferencialmente	45
4.2	Isolíneas de corriente e isothermas adimensionales de la cavidad cerrada calentada diferencialmente	46
4.3	Cavidad abierta con paredes isotérmicas	49
4.4	Isolíneas de corriente para una cavidad abierta con paredes isotérmicas	50
4.5	Isothermas para una cavidad abierta con paredes isotérmicas	51
4.6	Cavidad abierta de paredes adiabáticas con dominio restringido	54
4.7	Isolíneas de corriente e isothermas adimensionales para una cavidad abierta de paredes horizontales adiabáticas y una diferencia de temperatura de 10 K	55
4.8	Isolíneas de corriente para $Ra = 10^4$ y $Ra = 10^5$	60
4.9	Isolíneas de corriente para $Ra = 10^6$ y $Ra = 10^7$	61
4.10	Perfil de la componente horizontal adimensional de la velocidad en la entrada de la cavidad ($X_C = 1.0$)	62
4.11	Perfil de la componente vertical adimensional de la velocidad en la pared caliente de la cavidad en $Y_C = 0.5$	63
4.12	Isothermas adimensionales para $Ra = 10^4$ y $Ra = 10^5$	65

4.13	Isotermas adimensionales para $Ra = 10^6$ y $Ra = 10^7$	66
4.14	Perfil de la temperatura adimensional en la entrada de la cavidad ($X_C = 1.0$)	67
4.15	Perfil de la temperatura adimensional en la pared caliente de la cavidad en $Y_C = 0.5$	68
4.16	Transferencia de calor en la pared caliente. (a) Número de Nusselt promedio. (b) Coeficiente convectivo promedio	71
4.17	Comparación del número de Nusselt promedio en la pared caliente utilizando la aproximación de Boussinesq respecto a propiedades variables	73
4.18	Comparación del número de Nusselt promedio en la pared caliente considerando la conductividad constante respecto a propiedades variables	75
4.19	Comparación del número de Nusselt promedio en la pared caliente considerando viscosidad constante respecto a propiedades variables	78
4.20	Superficie de la correlación para el número de Nusselt promedio en función del número de Rayleigh y la diferencia de temperatura adimensional	81

LISTA DE TABLAS

Tabla		Página
3.1	Valores de ε correspondientes a las diferencias de temperatura consideradas en este estudio.	43
3.2	Longitud L de las cavidades estudiadas.	43
4.1	Números de Nusselt promedio en las paredes isotérmicas de la cavidad cerrada calentada diferencialmente para diferentes números de Rayleigh.	47
4.2	Números de Nusselt promedio en las paredes de la cavidad abierta de paredes isotérmicas para diferentes números de Grashof y diferencias de temperatura	52
4.3	Números de Nusselt promedio en la pared caliente de la cavidad abierta para diferentes números de Rayleigh con $Pr = 0.71$.	56
4.4	Números de Nusselt promedio en la pared caliente de la cavidad abierta para diferentes números de Rayleigh con $Pr = 1.0$.	56
4.5	Estudio de independencia de malla en la cavidad abierta de paredes adiabáticas con dominio extendido.	58
4.6	Número de Nusselt promedio en la pared caliente considerando propiedades variables.	70
4.7	Coefficiente convectivo promedio en la pared caliente ($W/m^2 \cdot K$).	70
4.8	Porcentaje de error relativo al utilizar la aproximación de Boussinesq.	74
4.9	Porcentaje de error relativo al considerar la conductividad térmica constante	76
4.10	Porcentaje de error relativo al considerar la viscosidad constante.	79

NOMENCLATURA

L	Longitud de la cavidad	ρ_{∞}	Densidad a temperatura ambiente.
u	Componente vertical de la velocidad	κ	Conductividad térmica.
v	Componente horizontal de la velocidad	κ_{∞}	Conductividad térmica a temperatura ambiente.
U	Componente vertical de la velocidad adimensional	μ	Viscosidad dinámica.
V	Componente horizontal de la velocidad adimensional.	μ_{∞}	Viscosidad dinámica a temperatura ambiente.
\vec{V}	Vector velocidad.	c_p	Calor específico
T	Temperatura.	g_y	Componente vertical de la gravedad.
ΔT	Diferencia de temperatura.	ϕ	Línea de corriente
θ	Temperatura adimensional.	X_c	Longitud horizontal adimensional de la cavidad
ε	Diferencia de temperatura adimensional.	Y_c	Longitud vertical adimensional de la cavidad
T_H	Temperatura de la pared caliente.	a_p	Coefficiente central
T_C	Temperatura de la pared fría.	a_E, a_W, a_N y a_S	Nodos vecinos
T_{∞}	Temperatura del ambiente.	F_e, F_w, F_n y F_s	Flujos Másicos
P	Presión.	D_e, D_w, D_n y D_s	Conductancias
Ra	Número de Rayleigh.		
Nu_H	Número de Nusselt promedio en la pared caliente.		
Pr	Número de Prandtl.		
Gr	Número de Grashof.		
ρ	Densidad.		

AGRADECIMIENTOS

Agradezco profundamente a la Universidad de Sonora, a los trabajadores y profesores que la integran, por brindarme la oportunidad de estudiar una carrera profesional y un posgrado.

Agradezco particularmente al Posgrado en Ciencias de la Ingeniería del Departamento de Ingeniería Química y Metalurgia por los cursos y atenciones que recibí tanto de los profesores como del personal administrativo.

A mi director de Tesis, Dr. Jesús Fernando Hinojosa Palafox, le agradezco el tiempo y dedicación que puso en mí. Pero todavía le agradezco más el haberme mostrado el interesante campo de la dinámica de fluidos computacional.

Mis sinceros agradecimientos a mi Jurado de Tesis, por el tiempo invertido en revisar, corregir y mejorar éste trabajo.

Agradezco a mi querida madre, Profa. Anabel Sánchez Lares, por apoyarme en todo momento y creer en mí y en mis ideas.

Agradezco a mis segundos padres, Dr. Agustín Valdez y Profa. Marcela Sánchez, por todo el cariño y apoyo económico que me han dado.

Por último, pero no por eso menos importante, agradezco a mi amada esposa, Dra. Karen Lillian Ochoa Lara, y a mi bebé, Javier Octavio Juárez Ochoa, por toda la felicidad y alegría que me han regalado.

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

1.1 Introducción

La transferencia de calor por convección es un proceso que tiene lugar entre una superficie sólida y un fluido adyacente en movimiento siempre que exista una diferencia de temperatura entre el sólido y el fluido. Si el movimiento del fluido es causado por diferencias de densidad dentro de él, se le denomina convección natural. La convección natural en cavidades abiertas ha recibido una considerable atención en los últimos años debido a su utilidad en el diseño térmico de aplicaciones de interés práctico, como los receptores de sistemas termosolares, el enfriamiento de equipo electrónico, los sistemas de almacenamiento térmico o la investigación de la propagación del fuego en casas-habitación. El diseño de receptores en concentradores solares es probablemente el ejemplo más sobresaliente.

Por otro lado, México tiene la ventaja de encontrarse en una posición ideal para la aplicación de sistemas de aprovechamiento de la energía solar ya que su ubicación geográfica hace que el país se encuentre en la franja de mayor insolación a nivel mundial. Sin embargo, para poder avanzar en el aprovechamiento de la energía solar en nuestro país, es necesario ampliar considerablemente la investigación y el desarrollo tecnológico en este campo.

En la actualidad se podría decir que existen, para fines de aplicación práctica, básicamente tres ramas de tecnologías solares:

- a) Los sistemas fotovoltaicos, los cuales consisten en la transformación directa de la energía solar a energía eléctrica mediante dispositivos semiconductores denominados celdas solares.

- b) Los sistemas fotoquímicos, los cuales utilizan la radiación solar para producir combustibles solares que después pueden ser convertidos en electricidad a través de las celdas de combustibles o depurar sustancias degradando compuestos tóxicos.
- c) Los sistemas fototérmicos, los cuales por medio de un fluido térmico y empleando diversos tipos de dispositivos como concentradores, receptores y sistemas de seguimiento, transforman la energía radiativa del sol en energía térmica y ésta posteriormente puede ser usada con máquinas térmicas para producir potencia mecánica o eléctrica.

Los sistemas solares fototérmicos para la generación de electricidad utilizan dispositivos de concentración solar para convertir la energía solar en energía térmica a alta temperatura. Existen tres configuraciones:

1. Sistemas de *enfoque en línea* que concentran la luz solar en tubos colocados a lo largo de la línea de enfoque a través de un canal parabólico reflectivo. Es la tecnología termosolar para la producción de electricidad mas probada. Las nueve plantas que se encuentran en el desierto de Mojave, California en los Estados Unidos, con una capacidad total de 350 MWe, continúan operando bien y han acumulado alrededor de 100 años-planta de experiencia de operación comercial.
2. Sistemas de *receptor central* (de torre central) de enfoque puntual que utilizan grandes campos de reflectores que siguen la luz solar (helióstatos) para concentrar la luz solar en un receptor colocado en la parte superior de una torre. Actualmente se encuentra en la fase demostrativa a gran escala. La planta “solar one” en Barstow, California en los Estados Unidos demostró la viabilidad las plantas de torre central con una capacidad de 10 MWe, produjo más de 38 millones de Kwh durante su operación de 1982 a 1988. La planta “solar two” fue una modificación de la planta “solar one” para demostrar las ventajas de la sal fundida para la transferencia de calor y el almacenamiento térmico. La primera planta comercial de torre central (PS10) se inauguró en Marzo del 2007 en Sevilla, España con una capacidad de 11

MW y la compañía desarrolladora (Abengoa Solar) tiene proyectado ampliar sus instalaciones con este tipo de tecnología hasta 300 MW para el 2012.

3. Sistemas de *disco o plato* de enfoque puntual que utilizan platos o discos parabólicos para reflejar la luz en un receptor en el foco del disco. Están siendo desarrollados con una capacidad de 9 a 25 kW, para lugares soleados alejados de la red eléctrica proporcionando electricidad a comunidades o para bombeo de agua. Es la tecnología termosolar que ha alcanzado la mas alta eficiencia de conversión de energía solar a electricidad con 29.4%. Se encuentra todavía en fase de desarrollo tecnológico aunque se han realizado algunas pruebas demostrativas que han comprobado su factibilidad comercial a corto plazo.

Para ilustrar el papel de los receptores en los sistemas de concentración de enfoque puntual, a continuación se describe el sistema solar para la generación de electricidad conocido como Plato/Stirling, el cual consiste de: un concentrador solar de forma cóncavo parabólico (o plato), un receptor en forma de cavidad y un motor térmico Stirling acoplado a un generador eléctrico o alternador, como se muestra en la Figura 1.1. Las funciones de estos componentes son las siguientes:

- 1) Un sistema de seguimiento hace girar al concentrador solar en dos ejes para mantener su eje óptico apuntando directamente hacia el sol. La geometría del concentrador permite reflejar los rayos solares dentro del receptor (cavidad) ubicado en el foco del concentrador.
- 2) La cavidad receptora absorbe la energía solar concentrada, entonces la energía térmica absorbida calienta al fluido de trabajo del motor Stirling.

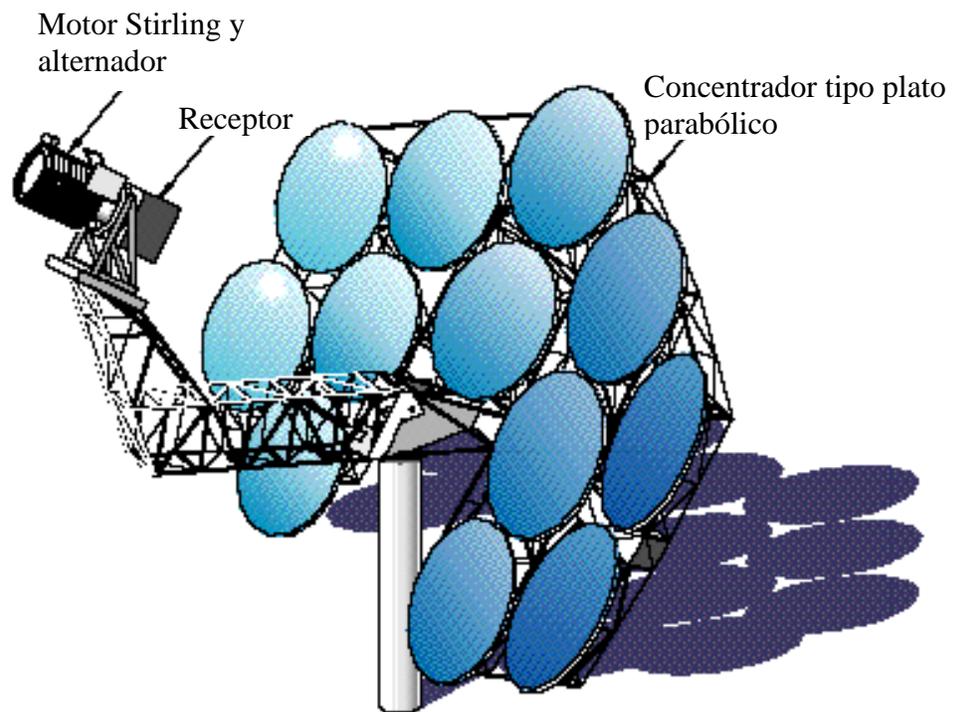


Figura 1.1. Esquema de un sistema plato/Stirling mostrando los tres componentes básicos: concentrador, receptor y motor/alternador.

- 3) El motor Stirling consiste de un sistema sellado lleno con el fluido de trabajo (típicamente hidrógeno o helio) el cual es calentado y enfriado alternadamente. El fluido de trabajo se recicla continuamente dentro del motor y no se consume. El motor trabaja aprovechando que el fluido de trabajo se expande cuando esta caliente. Se produce más energía al expandir el gas caliente que la que se requiere para comprimir al gas frío. Esta acción produce un movimiento, seguido de una disminución en la presión del pistón del motor, el movimiento se convierte en energía mecánica. Para convertir la energía mecánica en electricidad algunos motores Stirling tienen generadores eléctricos o alternadores separados, mientras otros integran el alternador al motor.

El receptor tiene dos funciones: (1) absorbe la mayor parte posible de la radiación solar reflejada por el concentrador y (2) transfiere esta energía como calor al fluido de trabajo del motor. Los receptores para los sistemas Plato/Stirling son cavidades con un pequeño orificio (abertura) por el cual entra la luz solar concentrada. La abertura se coloca en el punto focal del concentrador. La cavidad se aísla térmicamente entre la abertura y el absorbedor para reducir las pérdidas de calor. La abertura del receptor se optimiza para que sea lo suficientemente grande para permitir captar la mayor parte de la luz solar concentrada, pero lo suficientemente pequeña para evitar las pérdidas de calor por radiación y por convección.

En un receptor, se utilizan dos métodos para transferir la radiación solar al fluido de trabajo del motor Stirling. El primer tipo de receptor dispone de pequeños tubos a través de los cuales fluye el fluido de trabajo y están colocados directamente sobre la región de flujo de calor solar concentrado. El otro tipo de receptor utiliza un metal líquido como fluido intermedio de transferencia de calor. El metal líquido se vaporiza en la superficie absorbente y se condensa en los tubos que llevan el calor al fluido de trabajo del motor. Al segundo tipo de receptor se le llama de reflujo debido a que el vapor se condensa y fluye de regreso para que se vuelva a calentar y a evaporar.

En los receptores que utilizan metal líquido con fluido intermedio de transferencia de calor, hay dos métodos bajo desarrollo para proporcionar el metal líquido a la parte absorbente: baño de fusión y caloriductos. Con el primer método, el metal líquido siempre está en contacto con la superficie absorbente. El segundo método involucra una malla porosa sujeta a la parte trasera de la superficie absorbedora. Las fuerzas capilares en el líquido atraen al metal líquido por la superficie absorbente, donde se vaporiza

La utilidad del estudio de la convección natural en cavidades abiertas radica en calcular las pérdidas de calor dentro de las cavidades. Para el caso de los receptores solares, entre menor sean las pérdidas más eficientes son los dispositivos que transforman la energía térmica en eléctrica. El estudio de los procesos de transferencia de calor en los receptores se puede realizar tanto experimental como numéricamente. Los estudios experimentales tienen la ventaja de analizar el sistema físico real pero pagando un alto costo tanto en tiempo como en dinero pues se necesitan construir varios modelos de diferentes formas y tamaños. El estudio numérico, por otro lado, facilita la variación de parámetros y condiciones, permitiendo obtener resultados detallados, los cuales no siempre son posibles mediante mediciones experimentales, sin embargo éstos resultados siempre serán aproximaciones.

En los estudios numéricos se utiliza ampliamente la aproximación de Bousinesq, la cual supone que sólo la densidad del medio ambiente varía, dejando el resto de las propiedades constantes, simplificando enormemente las ecuaciones involucradas. Dicha aproximación sólo tiene validez para diferencias de temperaturas de hasta 10 K, lo cual es una seria limitante, pues, tomando el ejemplo de los receptores de concentradores solares, la diferencia de temperatura entre la cavidad y el medio ambiente puede llegar hasta 800 K. Aún así, son pocas las publicaciones donde se resuelve la convección natural en cavidades abiertas considerando propiedades variables.

En el presente trabajo se estudia numéricamente la convección natural en cavidades rectangulares abiertas con diferencias de temperatura de hasta 500 K considerando la dependencia de las propiedades del fluido con la temperatura.

1.2 Objetivo general

Estudiar numéricamente la transferencia de calor por convección natural en una cavidad rectangular abierta considerando la dependencia de las propiedades del fluido con la temperatura.

1.3 Objetivos particulares

- Desarrollar un código numérico utilizando el método de volumen finito para el estudio de la convección natural en una cavidad rectangular abierta con propiedades variables.
- Estudiar el efecto del número de Rayleigh y de la diferencia de temperatura sobre el patrón de flujo, el campo de temperatura y la transferencia de calor por convección natural en cavidades abiertas.

CAPITULO 2

REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

2.1 Descripción General

El estudio de la convección natural en cavidades abiertas se puede dividir en trabajos experimentales, teóricos y teórico-experimentales. Los sistemas típicos de estudio se muestran en la Figura 2.1. Por lo general, la pared opuesta a la abertura se mantiene a una temperatura mayor a la del ambiente y el resto de las paredes pueden ser tanto adiabáticas como isotérmicas. La diferencia de temperatura entre la pared caliente y el aire es la causante de las diferencias de densidad en el aire originando la transferencia de calor por convección natural.

2.2 Trabajos Teóricos

La simplificación más utilizada en los estudios teóricos es la aproximación de Boussinesq. Esta simplificación facilita considerablemente la solución numérica de las ecuaciones que gobiernan los problemas de convección natural y consiste en suponer las propiedades del aire constantes, a excepción de la densidad en el término de flotación de las ecuaciones de movimiento. Sin embargo, se acepta comúnmente que la validez de la simplificación de Boussinesq está restringida a diferencias de temperatura de hasta 10 K.

Actualmente, sólo Le Quere P. *et al.* [1] y Humphrey *et al.* [2] han reportado trabajos que resuelven la convección natural en cavidades abiertas sin utilizar la aproximación de Boussinesq, es decir: con propiedades variables.

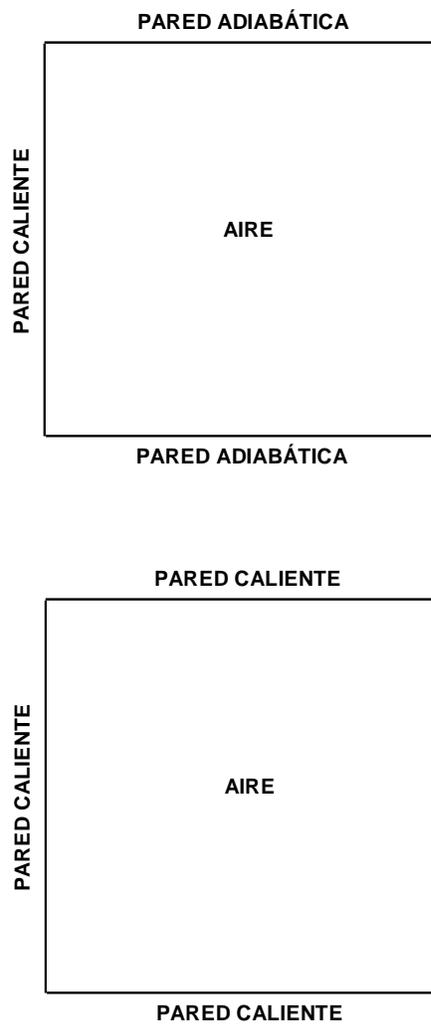


Figura 2.1. Cavidades típicas en los estudios numéricos de convección natural.

Le Quere P. *et al.* [1] resolvieron la convección natural en una cavidad rectangular con paredes isotérmicas considerando un flujo laminar y haciendo variar las propiedades del fluido con la temperatura. Los autores investigaron los efectos sobre el patrón de flujo y el campo de temperatura del número de Grashof entre 10^4 y 3×10^7 y el ángulo de inclinación de la cavidad de 0° a 45° . Las diferencias de temperatura entre las paredes y el ambiente consideradas en el estudio fueron de 50 K y 500 K.

Humphrey *et al.* [2], tratando de modelar un receptor de torre central, estudiaron numéricamente la convección natural en una cavidad rectangular con paredes isotérmicas utilizando un modelo de flujo turbulento. Los autores estudiaron la influencia sobre el patrón de flujo y la transferencia de calor variando el ángulo de inclinación de 90° a 135° , la relación de aspecto, 0.5 y 1, y el número de Rayleigh de 4.8×10^7 a 1.3×10^9 .

2.2.1 Dominio de cómputo

La especificación de las condiciones de frontera dentro y fuera de la cavidad se traduce en la elección del dominio computacional, el cual puede ser: restringido ó extendido. En el dominio computacional restringido se establecen condiciones de frontera aproximadas en el plano de la abertura. En las ecuaciones de movimiento los términos difusivos en la dirección perpendicular a la abertura son despreciables. En la ecuación de energía se considera que la temperatura del fluido que entra es la del exterior y que el término difusivo del fluido que sale es despreciable en comparación con el advectivo. Este planteamiento lleva a una reducción del tiempo cálculo y de memoria de almacenamiento. Chan y Tien [3] y Angirasa *et al.* [4] han reportado estudios numéricos utilizando dominio restringido.

Chan y Tien [3] estudiaron la convección natural en régimen laminar y permanente en una cavidad poco profunda utilizando una relación de aspecto de 0.143 para números de Rayleigh mayores de 10^6 encontrando comparaciones favorables con resultados

experimentales. Angirasa *et al.* [4] estudiaron la convección natural en una cavidad abierta en régimen laminar y transitorio concluyendo que la convección natural dentro de la cavidad no depende del dominio computacional o de las condiciones frontera, al menos en estudios donde se utiliza la aproximación de Boussinesq.

En el dominio computacional extendido las ecuaciones gobernantes son resueltas en un espacio más allá del plano de la abertura. Esto requiere especificar las condiciones de frontera lo suficientemente alejadas de la abertura de la cavidad para que su definición no afecte significativamente el patrón de flujo y la transferencia de calor en el interior de la cavidad y en la región cercana a la abertura. Este planteamiento lleva a una mejor representación del fenómeno físico, pero requiere de un aumento significativo en el almacenamiento y en el tiempo de cálculo.

Chan y Tien [5] emplearon dominio extendido para simular la convección natural en régimen laminar y permanente para números de Rayleigh para el intervalo de 10^3 a 10^9 con un número de Prandtl de 1.0 utilizando la aproximación de Boussinesq. Por otro lado, Vafai y Ettfagh [6] estudiaron el efecto de las esquinas en el plano de la abertura sobre la convección natural encontrando generación de vórtices e inestabilidades para diferentes números de Rayleigh.

2.2.2 Geometría de la cavidad

Con respecto a la geometría, la mayoría de los estudios resuelven una cavidad rectangular bidimensional. Únicamente Sezai y Mohammad [7] e Hinojosa *et al.* [8] han resuelto una cavidad rectangular tridimensional.

Sezai y Mohammad [7] presentaron resultados para números de Rayleigh desde 10^3 hasta 10^6 con Prandtl de 0.71, prediciendo del flujo inestable para un Rayleigh de 10^7 . Hinojosa *et al.* [8], por otro lado, estudiaron la convección natural suponiendo un flujo laminar para un intervalo de números de Rayleigh de 10^3 a 10^7 variando el ángulo de

inclinación de 0° a 180° , encontrando también oscilaciones para números de Rayleigh altos.

2.2.3 Régimen de flujo

En general, el régimen de flujo se considera laminar. Sólo Clausing [9] y Humphrey y To [2] han reportado resultados en régimen turbulento. Clausing estudió las pérdidas convectivas en receptores solares tipo cavidad comparando satisfactoriamente las predicciones numéricas con resultados experimentales.

2.2.4 Ángulo de inclinación

El efecto del ángulo de inclinación en cavidades abiertas ha sido reportado por Le Quere *et al.* [1], Penot [10], Mohammad [11] y Bilgen y Oztop [12]. Pero sólo Hinojosa *et al.* [13] presentan resultados para el intervalo de 0° a 180° .

Mohammad [11] estudió para números de Rayleigh desde 10^3 a 10^7 , con ángulos desde 10° a 90° y relaciones de aspecto de 0.5, 1.0 y 2.0 para un Prandtl fijo de 0.71. El autor encontró que el número de Nusselt promedio es poco sensible al ángulo de inclinación de la cavidad. Bilgen y Oztop [12] estudiaron una cavidad semiabierta para números Rayleigh en el intervalo de 10^3 a 10^6 , inclinando la cavidad desde 0° hasta 120° encontrando que el número de Nusselt es una función no lineal del ángulo de inclinación. Hinojosa *et al.* [13] estudiaron tanto la convección natural como la radiación térmica en cavidades abiertas inclinadas para números de Rayleigh en el intervalo de 10^4 a 10^7 y ángulos de inclinación desde 0° hasta 180° . Los resultados muestran que el número de Nusselt total incrementa con el número de Rayleigh pero que el número de Nusselt convectivo permanece constante a 180° . También encontraron que el Nusselt convectivo cambia significativamente con el ángulo de inclinación mientras que el Nusselt radiativo es insensible al ángulo.

2.3 Trabajos Experimentales y Teórico-Experimentales

Hasta el momento los estudios experimentales en cavidades abiertas se han enfocado principalmente a la determinación de los coeficientes de transferencia de calor como es el caso de Boehm [14] que presenta un resumen de las evaluaciones experimentales de las pérdidas de calor en diferentes configuraciones de receptores para sistemas termosolares de torre central; Leibfried y Ortjohann [15], por ejemplo, caracterizaron térmicamente receptores para sistemas termosolares de plato/Stirling y torre central, con geometrías esféricas y semiesféricas inclinadas.

Otros estudios experimentales se han orientado en el análisis y medición del patrón de flujo. Hess y Henze [16] presentan perfiles de velocidad obtenidos con velocimetría láser Doppler (LDV). Chan y Tien [17] estudiaron una cavidad rectangular alargada también utilizando velocimetría láser Doppler (LDV), las condiciones en las paredes son idénticas a las de Hess y Henze, los perfiles de temperatura y velocidad en el plano de la abertura muestran que el fluido que sale es forzado por el calentamiento de la cavidad, mientras que el fluido que entra es afectado por las condiciones fuera de la cavidad.

Los pocos estudios teórico-experimentales se deben a Skok *et al.* [18], a Showole y Tarasuk [19] y a Deghan y Behnia [20]. Todos los modelos teóricos utilizados fueron bidimensionales y utilizaron la aproximación de Boussinesq. Skok *et al.* estudiaron una cavidad rectangular sumergida en un tanque con una mezcla de agua y glicerol con diferentes concentraciones como fluido térmico. Showole y Tarasuk, estudiaron una cavidad rectangular bidimensional abierta con paredes isotérmicas. Deghan y Behnia, estudiaron la transferencia de calor por conducción, convección y radiación en una cavidad abierta bidimensional. En general la comparación de los resultados numéricos con las observaciones experimentales fue aceptable en todos los casos.

CAPÍTULO 3

METODOLOGÍA

3.1 Metodología general

La dinámica de fluidos computacional (CFD por sus siglas en inglés) es una herramienta que permite la investigación teórica de sistemas que involucran flujo de fluidos, transferencia de calor y otros fenómenos asociados como las reacciones químicas. Esta herramienta se emplea cuando no es posible obtener soluciones analíticas.

La investigación mediante CFD inicia con un modelo matemático, un conjunto de ecuaciones diferenciales parciales y sus respectivas condiciones de frontera. A partir del modelo matemático continuo se obtiene uno discreto con el fin de obtener una solución aproximada. La exactitud de la solución y el desarrollo del código numérico dependerán de las técnicas de aproximación empleadas en el método de discretización elegido. Los sitios donde las variables de interés deben ser calculadas se sitúan en una cuadrícula, denominada malla numérica. La malla numérica es la representación discreta del dominio de flujo, tanto espacial como temporal. Como resultado del proceso de discretización se obtiene un sistema de ecuaciones algebraicas. La mayoría de los métodos de solución son iterativos y trabajan hasta cumplir cierto criterio de convergencia. La solución así obtenida es una solución aproximada del problema original.

De forma general, la metodología empleada para resolver el problema planteado en este trabajo es la siguiente:

- **Descripción del modelo físico.** Se realiza la descripción física del problema, se describen las dimensiones de la cavidad y las temperaturas de las paredes, así como las restricciones físicas consideradas.
- **Planteamiento del modelo matemático.** El problema físico se traduce en un sistema de ecuaciones diferenciales parciales con sus respectivas condiciones de frontera.
- **Discretización del modelo matemático.** El modelo matemático continuo se aproxima mediante un modelo discreto obteniéndose un sistema de ecuaciones algebraicas.
- **Desarrollo del código numérico.** Se implementa el algoritmo SIMPLE, para acoplar las ecuaciones de movimiento y continuidad en el lenguaje de programación Fortran 90.
- **Estudio de independencia de malla.** El número óptimo de nodos en la malla numérica se obtiene en este punto. Se realizan simulaciones con diferentes mallas hasta encontrar el tamaño de malla óptimo que garantice que los resultados obtenidos sean independientes de ésta.
- **Verificación del código numérico.** Empleando el código numérico desarrollado se reproducen resultados publicados en la literatura para verificar la validez del mismo.
- **Estudio paramétrico.** Una vez que el código se ha verificado se procede a simular el problema físico originalmente planteado variando el número de Rayleigh y la diferencia de temperatura.
- **Análisis de resultados.** Se analizan el patrón de flujo, el campo de temperatura y la transferencia de calor.

3.2 Modelo físico

El sistema de estudio se representa en la Figura 3.1. Consiste en una cavidad cuadrada abierta limitada por dos regiones sólidas, una superior y otra inferior. El medio ambiente es aire a presión atmosférica. La longitud de la cavidad es L , sus paredes inferior y superior son adiabáticas. La pared restante se denomina pared caliente y su temperatura T_H es superior a la temperatura T_∞ del aire circundante. La diferencia entre estas dos temperaturas, $\Delta T = T_H - T_\infty$, provoca una diferencia de densidad en el aire originando transferencia de calor por convección natural desde la pared caliente al aire. El espacio fuera de la cavidad se denomina dominio extendido y se considera que sus fronteras están lo suficientemente alejadas de la entrada de la cavidad de tal forma que no perturban el flujo de aire a través de la misma.

Además de lo anterior, se supone lo siguiente:

- **El sistema se encuentra en estado permanente.** Se dice que un sistema físico está en estado permanente cuando las características del mismo no varían con el tiempo.
- **El aire se considera gas ideal.** Un gas ideal es un gas hipotético donde no existen fuerzas intermoleculares. Un gas real tiene un comportamiento ideal cuando éste se encuentra a bajas presiones y a altas temperaturas con respecto a su temperatura crítica. Bajo las condiciones a las que se someterá el sistema de estudio, 1 atm de presión y temperaturas de 300 K a 800 K, se puede considerar que el aire se comporta de forma ideal
- **El aire se considera fluido newtoniano.** Un fluido es newtoniano si los esfuerzos tangenciales de rozamiento son directamente proporcionales al gradiente de velocidad. El aire y el agua son los ejemplos más comunes.

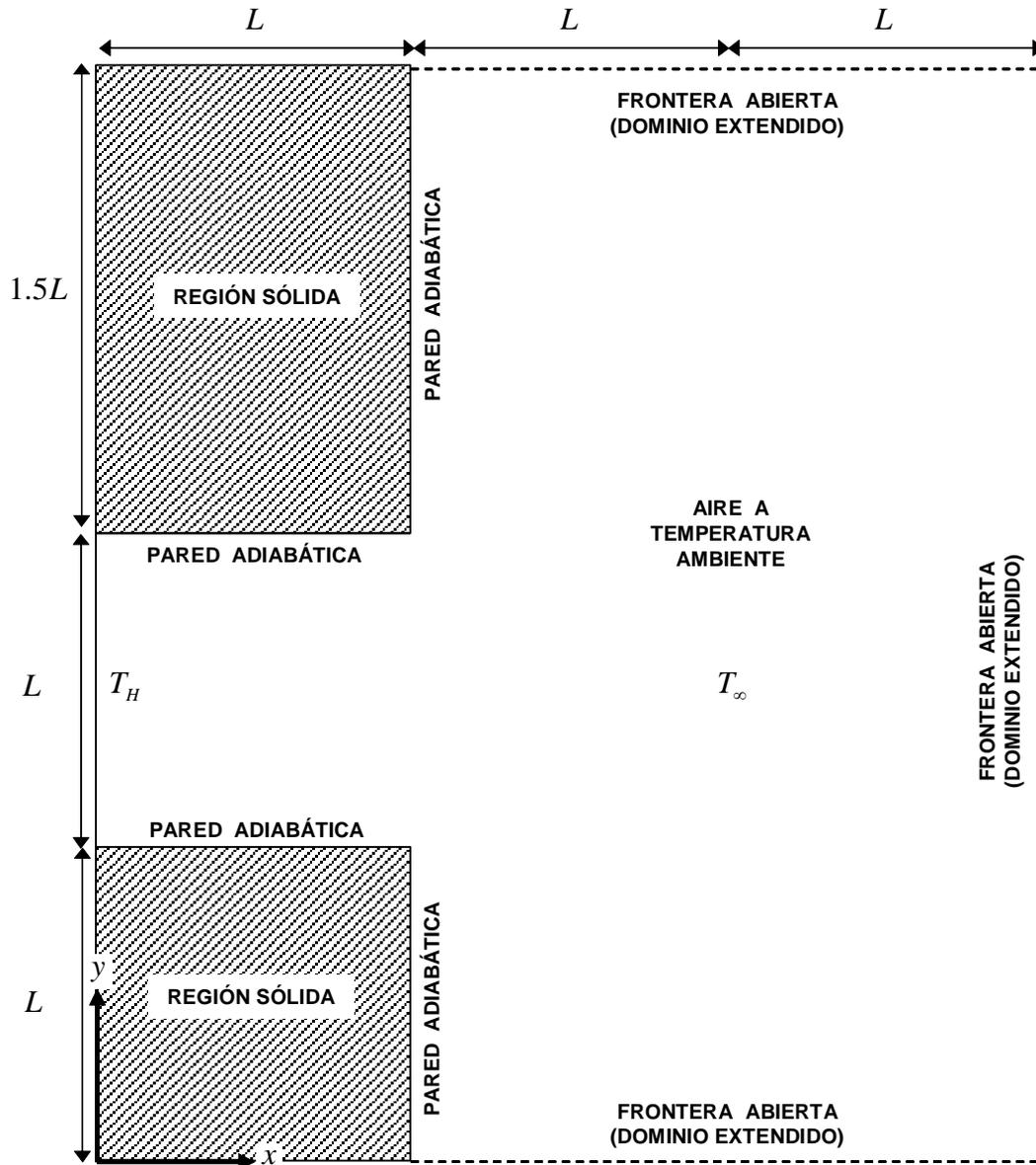


Figura 3.1. Representación física del problema.

- **El flujo es compresible.** El flujo de un fluido es compresible cuando las variaciones de densidad en el fluido son significativas. Como se verá más adelante, las diferencias de temperatura del sistema serán superiores a 100 K y por lo tanto los cambios de temperatura serán significativos para la densidad.
- **Régimen laminar.** Se llama flujo laminar cuando el movimiento del fluido es perfectamente ordenado, estratificado, de manera que el fluido se mueve en láminas paralelas sin entremezclarse. El número de Rayleigh (Ra) es un número adimensional que caracteriza el régimen del flujo en convección natural, es análogo al número de Reynolds (Re) en la convección forzada. Lequere *et al* [1] y Mohamad [11] han reportado que, en general, el flujo en cavidades abiertas bidimensionales, como la expuesta anteriormente, es laminar para $Ra \leq 1 \times 10^7$. Los estudios realizados en este trabajo se encuentran dentro de este límite.

Las propiedades del aire se calculan mediante las ecuaciones (3.1-3), reportadas por Zhong *et al.* [21]. Para la densidad, ρ , se utiliza la ecuación del gas ideal. Para la viscosidad dinámica, μ , se utiliza la ley de Sutherland. La conductividad térmica, κ , se obtiene a partir de la viscosidad y el número de Prandtl. El Prandtl y el calor específico se consideran constantes con valores de 0.71 y 1004.5 J/(kg · K), respectivamente. En la Figura 3.2 se puede observar el efecto de la temperatura sobre las propiedades mencionadas.

$$\rho = \frac{P}{R \cdot T} \quad (3.1)$$

$$\mu = \frac{14.58 \times 10^{-5} T^{3/2}}{110.4 + T} \quad (3.2)$$

$$\kappa = \frac{\mu \cdot c_p}{Pr} \quad (3.3)$$

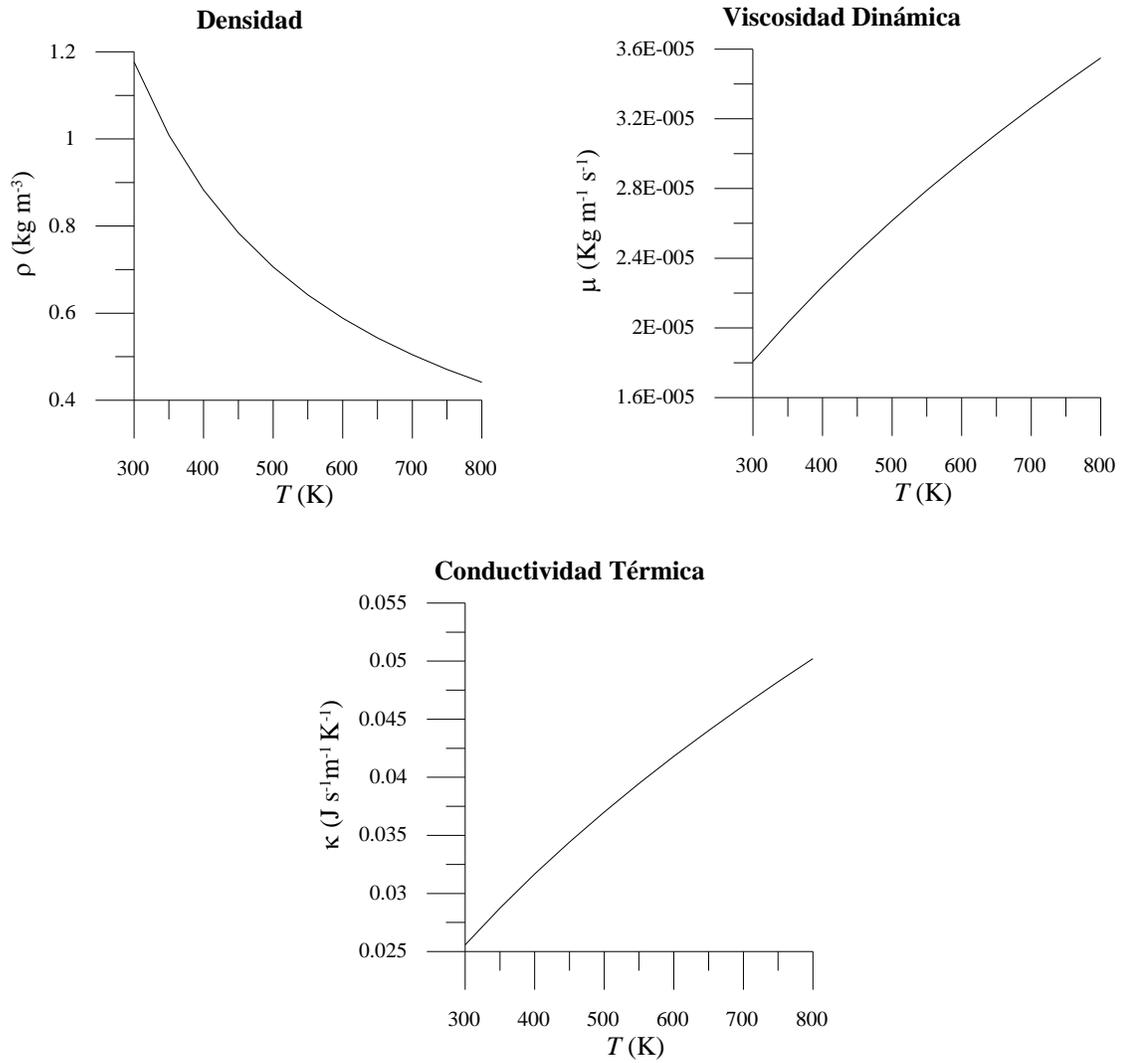


Figura 3.2. Variación de las propiedades del aire con la temperatura.

3.3 Modelo matemático

Las ecuaciones que gobiernan el sistema físico descrito en la sección anterior son las siguientes:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) = 0 \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial(\rho uu)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho uv)}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[2\mu \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \rho g_x \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial(\rho vu)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho vv)}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left[2\mu \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \rho g_y \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial(\rho c_p T)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho c_p T)}{\partial y} = -p \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (3.7)$$

Las ecuaciones (3.4-3.7) describen el flujo de cualquier fluido newtoniano [22]. La ecuación (3.4) es la ecuación de continuidad. Las ecuaciones (3.5-3.6) son las ecuaciones de movimiento en dirección horizontal y vertical, respectivamente. La ecuación (3.7) es la primera ley de la termodinámica.

Las condiciones para cada frontera se describen a continuación haciendo referencia a la Figura 3.3.

- **Frontera 1.** Es una pared sólida a temperatura constante sin deslizamiento.

$$T = T_H, \quad u = 0, \quad v = 0$$

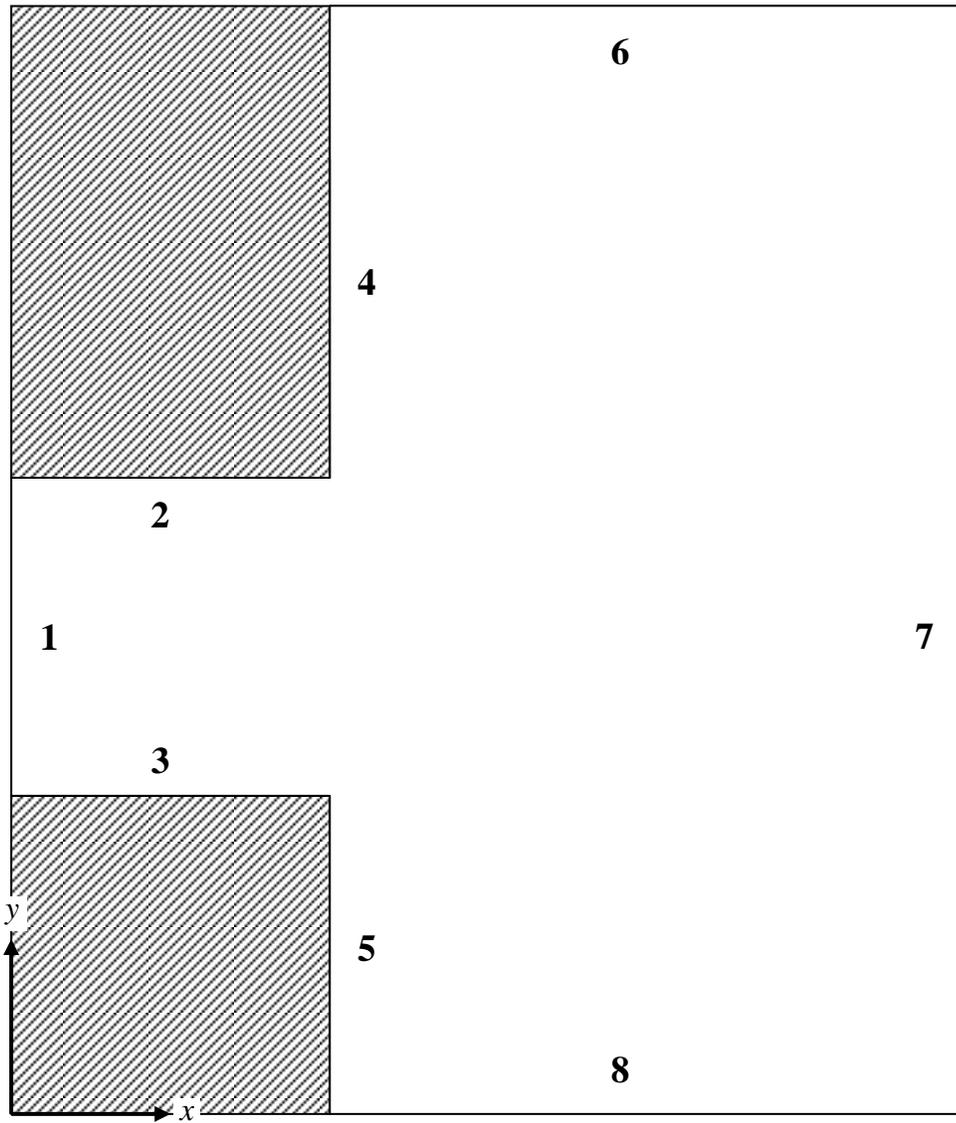


Figura 3.3. Numeración de las condiciones de frontera.

- **Fronteras 2, 3, 4 y 5.** Son paredes sólidas adiabáticas sin deslizamiento:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0, \frac{\partial T}{\partial y} = 0, u = 0, v = 0$$

- **Frontera 6 y 7.** Son fronteras abiertas en donde los gradientes de temperatura y velocidad se consideran despreciables:

$$\frac{\partial T}{\partial y} = 0, \frac{\partial T}{\partial x} = 0, \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \frac{\partial u}{\partial y} = 0, \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

- **Frontera 8.** Es una frontera abierta a temperatura constante, en donde los gradientes de velocidad se consideran despreciables:

$$T = T_s, \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \frac{\partial v}{\partial x} = 0$$

3.4 Discretización del modelo matemático

3.4.1 Ecuación general de transporte

El modelo matemático de la sección anterior, ecuaciones (3.4-3.7), se puede reescribir en una forma más útil para el método de volumen finito, ecuaciones (3.8-3.11). A esta forma se le conoce como forma conservativa de las ecuaciones de transporte [22].

$$\nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (3.8)$$

$$\nabla \cdot (\rho \vec{v}) = \nabla \cdot (\mu \nabla u) + S_{Mx} \quad (3.9)$$

$$\nabla \cdot (\rho \vec{v}) = \nabla \cdot (\mu \nabla v) + S_{My} \quad (3.10)$$

$$\nabla \cdot (\rho c_p \mathbf{v} T) = \nabla \cdot (\kappa \nabla T) + S_T \quad (3.11)$$

Donde \mathbf{v} es el vector velocidad del fluido. A S_{M_x} , S_{M_y} y S_T se les denomina términos fuente y se componen de la forma siguiente:

$$S_{M_x} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{2}{3} \mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right) \quad (3.12)$$

$$S_{M_y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{2}{3} \mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right) \quad (3.13)$$

$$S_T = -p \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \quad (3.14)$$

Las ecuaciones (3.8-3.11) comparten ciertas analogías y pueden ser representadas mediante una sola ecuación denominada ecuación general de transporte, ecuación (3.16). Dicha ecuación contabiliza las entradas, salidas, generación y destrucción de cierta cantidad de transporte ϕ en un determinado volumen de control. La variable de transporte ϕ puede representar tanto a la masa, a la energía y a la cantidad de movimiento, entre otras cosas.

$$\nabla \cdot (\rho \phi \mathbf{v}) = \nabla \cdot (\Gamma_\phi \nabla \phi) + S_\phi \quad (3.15)$$

Donde ϕ es la cantidad de transporte, Γ_ϕ es el coeficiente de difusión de ϕ , S_ϕ es el término fuente de ϕ y \mathbf{v} es el vector velocidad del fluido. El primer término de la ecuación (3.15) se refiere a la rapidez neta de flujo de ϕ que entra y sale por convección en el volumen de control. El segundo a la rapidez neta de ϕ que entra y sale por difusión

en el volumen de control. Y el tercero a la rapidez de incremento de ϕ debido a las fuentes de ϕ en el volumen de control. A estos términos también se les conoce como término convectivo, difusivo y fuente, respectivamente. Los términos fuente están constituidos por gradientes de presión, fuerzas viscosas y fuentes de generación de ϕ , entre otras cosas.

3.4.2 Método de volumen finito

El método de volumen finito consiste en dividir el dominio de cálculo en volúmenes de control finitos. Las caras (fronteras) de los volúmenes de control están delimitadas por la malla numérica, de tal forma que los volúmenes vecinos comparten la misma cara asegurando la conservación de materia, energía y cantidad de movimiento. Esto último es la principal ventaja del método, pues asegura que las leyes de conservación se cumplan.

La Figura 3.4 ilustra, en dos dimensiones, la nomenclatura utilizada por el método de volumen finito. El volumen de control principal es el nodo P . Los nodos vecinos este y oeste son los nodos E y W . Los nodos vecinos norte y sur son los nodos N y S . Se utiliza las letras mayúsculas P , E , W , N y S para referirse a los centroides de los volúmenes de control. Las letras minúsculas e , w , n y s se emplean para hacer referencia a las interfaces o caras del volumen de control principal (nodo P).

La presentación que sigue del método de volumen finito es breve, los detalles se pueden revisar en los libros de Versteeg [22] y Patankar [23]. El primer paso del método es integrar la ecuación general de transporte sobre todo el volumen de control:

$$\iiint \nabla \cdot (\rho \phi \Omega) dV = \iiint \nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi) dV + \iiint S_\phi dV \quad (3.16)$$

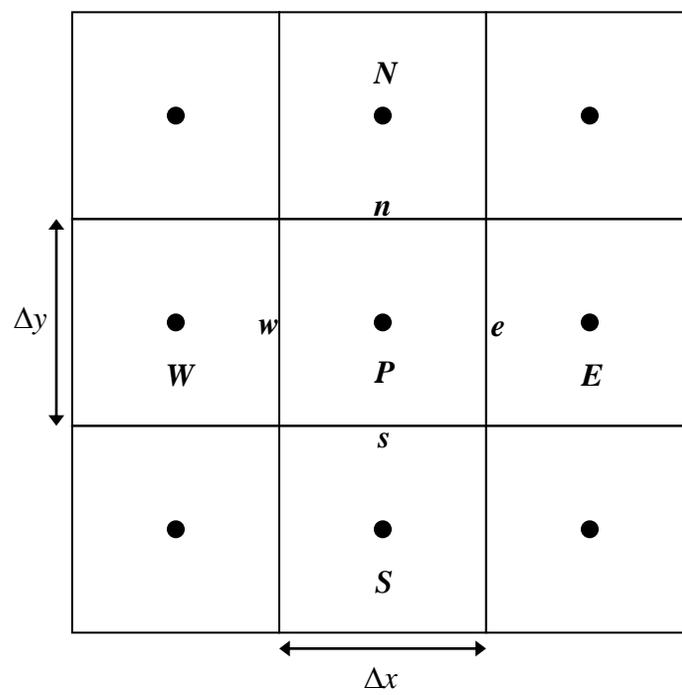


Figura 3.4. Nomenclatura para el método de volumen finito.

Los términos convectivo y difusivo pueden ser reescritos mediante el teorema de la divergencia de Gauss:

$$\iiint \nabla \cdot \mathbf{h} dV = \iint \mathbf{h} \cdot \mathbf{n} dA \quad (3.17)$$

Aplicando el teorema de Gauss se obtiene:

$$\iint \mathbf{h} \cdot (\rho \phi \mathbf{n}) dA = \iint \mathbf{h} \cdot (\Gamma \nabla \phi) dA + \iiint S_\phi dV \quad (3.18)$$

3.4.3 Discretización del término difusivo

La discretización del término difusivo, en la cara k , utilizando la regla del punto medio y suponiendo una variación lineal es la siguiente:

$$\iint \mathbf{h} \cdot (\Gamma \nabla \phi) dA = \sum_k (A \rho \Gamma)_k (\nabla \phi)_k \quad (3.19)$$

La sumatoria es la contribución de todas las caras; es decir $k = e, w, n, s$. La derivada $(\nabla \phi)_k$ por lo común se aproxima mediante una interpolación lineal. Por ejemplo, para la cara e se tiene:

$$(\nabla \phi)_e = \frac{\phi_E - \phi_P}{x_E - x_P} \quad (3.20)$$

Tanto la densidad, ρ_e , como el coeficiente de difusión, Γ_e , son obtenidos mediante interpolación. Las dos técnicas más utilizadas son la interpolación lineal, ecuación (3.21), y la interpolación armónica media, ecuación (3.22):

$$\Gamma_e = \frac{\Gamma_P - \Gamma_E}{2} \quad (3.21)$$

$$\Gamma_e = \frac{2\Gamma_P\Gamma_E}{\Gamma_P + \Gamma_E} \quad (3.22)$$

3.4.4 Discretización del término convectivo

La discretización del término convectivo, en la cara k , utilizando la regla del punto medio es la siguiente:

$$\iint \mathbf{n} \cdot (\rho \mathbf{u} \phi) dA = \sum_k (S\rho U)_k \phi_k \quad (3.23)$$

Encontrar una expresión para ϕ_k , en el término convectivo, que sólo dependa de valores nodales, es el problema de mayor importancia en el método de volumen finito. Existen varios esquemas de interpolación a considerar y en su elección se reflejará la exactitud de la solución numérica. Entre más nodos se consideren mayor es el orden del esquema.

El esquema lineal (o de diferencias centradas) es de segundo orden pero no está acotado ni toma en cuenta la dirección del flujo. El esquema upwind, por el contrario, es un esquema de primer orden que considera la dirección del flujo. El esquema híbrido es una conveniente combinación de ambos esquemas, es el más usado en software comercial y es el que se implementa en éste trabajo. Sin embargo existen esquemas más sofisticados que son de alto orden y que consideran la dirección del flujo, como los esquemas QUICK y SMART [24], entre otros.

El esquema upwind, como ya se mencionó, considera la dirección del flujo. Para la cara w la formulación upwind es de la siguiente forma:

- $\phi_w = \phi_W$ si la dirección del flujo es positiva.
- $\phi_w = \phi_P$ si la dirección del flujo es negativa.

En el esquema híbrido, se utiliza el esquema de diferencia centrada cuando el valor absoluto del número de Peclet (Pe) evaluado en la cara del volumen de control es menor a 2, y el esquema upwind cuando el número de Peclet es mayor o igual a 2. El número de Peclet es un número adimensional y se interpreta como una medida de la relación de los términos convectivo y difusivo. Por ejemplo, para la cara w tenemos la ecuación (3.24); donde F_w es el flujo másico convectivo (flux) y D_w es la conductancia.

$$Pe_w = \frac{F_w}{D_w} = \frac{(\rho u)_w}{(\Gamma/\delta x)_w} \quad (3.24)$$

Finalmente, la formulación del esquema híbrido para el flujo neto de la variable ϕ por unidad de área que atraviesa la cara w es:

$$F_w \left[\frac{1}{2} \left(1 + \frac{2}{Pe_w} \right) \phi_w + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{2}{Pe_w} \right) \right] \phi_P \quad \text{para } -2 < Pe_w < 2$$

$$F_w A_w \phi_w \quad \text{para } Pe_w \geq 2$$

$$F_w A_w \phi_P \quad \text{para } Pe_w \leq -2$$
(3.25)

3.4.5 Discretización del término fuente

La aproximación de la integral de volumen del término fuente básicamente se reduce al cálculo de un valor promedio de todos los términos fuentes involucrados multiplicados por el volumen del nodo.

$$\iiint S_\phi dV = V \bar{S}_\phi \quad (3.26)$$

3.4.6 Discretización del término transitorio

A pesar de que el modelo matemático planteado en éste trabajo está en estado permanente, es conveniente resolverlo mediante un enfoque pseudo transitorio, pues, como se explica en la sección 3.5.4, proporciona estabilidad al código numérico.

El término transitorio se integra sobre un paso de tiempo t a $t + \Delta t$:

$$\int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial}{\partial t} \iiint (\rho\phi) dV dt + \int_t^{t+\Delta t} \iiint \nabla \cdot (\rho\phi\mathbf{u}) dV dt = \int_t^{t+\Delta t} \iiint \nabla \cdot (\Gamma\nabla\phi) dV dt + \int_t^{t+\Delta t} \iiint S_\phi dV dt \quad (3.27)$$

Obteniéndose lo siguiente:

$$\int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial}{\partial t} \iiint (\rho\phi) dV dt = \frac{\rho(\phi_P - \phi_P^o)\Delta V}{\Delta t} \quad (3.28)$$

ϕ_P^o se refiere al tiempo t y ϕ_P al tiempo $t + \Delta t$. Para evaluar el lado derecho de la ecuación (3.28) se supone la variación de ϕ_P con el tiempo introduciéndose de forma general un parámetro $0.0 \leq f \leq 1.0$:

$$\int_t^{t+\Delta t} \phi_P dt = (f\phi_P + (1.0 - f)\phi_P^o)\Delta t \quad (3.29)$$

Los valores del parámetro f más utilizados son los siguientes:

- $f = 0.0$ (esquema explícito).
- $f = 0.5$ (esquema de Crank-Nicholson).
- $f = 1.0$ (esquema implícito).

El esquema implícito es el más utilizado en la industria de CFD y es el que se utiliza en éste trabajo.

3.4.7 Ecuación general de transporte discreta

A continuación se presenta la ecuación general de transporte discreta. Se utiliza el esquema de diferencias centradas en los términos difusivos, el esquema híbrido para los términos convectivos y se recurre al esquema implícito para integrar en el tiempo.

$$a_P \phi_P = a_W \phi_W + a_E \phi_E + a_S \phi_S + a_N \phi_N + a_P^o \phi_P^o + S_u \quad (3.30)$$

$$a_P = a_W + a_E + a_S + a_N + a_P^o + \Delta F - S_P \quad (3.31)$$

$$a_P^o = \frac{\rho_P^o \Delta V}{\Delta t} \quad (3.32)$$

$$S \Delta V = S_u + S_P \phi_P \quad (3.33)$$

$$a_W = \max \left(F_w, \left(D_w + \frac{F_w}{2} \right), 0 \right) \quad (3.34)$$

$$a_E = \max \left(-F_e, \left(D_e - \frac{F_e}{2} \right), 0 \right) \quad (3.35)$$

$$a_S = \max \left(F_s, \left(D_s + \frac{F_s}{2} \right), 0 \right) \quad (3.36)$$

$$a_N = \max\left(-F_n, \left(D_n - \frac{F_n}{2}\right), 0\right) \quad (3.37)$$

$$F_e = \rho_e u_e A_e, \quad F_w = \rho_w u_w A_w, \quad F_n = \rho_n v_n A_n, \quad F_s = \rho_s v_s A_s \quad (3.38)$$

$$D_e = \frac{\Gamma_e A_e}{\delta x_{PE}}, \quad D_w = \frac{\Gamma_w A_w}{\delta x_{WP}}, \quad D_n = \frac{\Gamma_n A_n}{\delta y_{PN}}, \quad D_s = \frac{\Gamma_s A_s}{\delta y_{SP}} \quad (3.39)$$

Donde a_p es el coeficiente del nodo central. a_e , a_w , a_n y a_s son los nodos vecinos. a_p^o es el coeficiente del nodo central del paso de tiempo anterior. F_e , F_w , F_n y F_s son los flujos másicos que atraviesan las caras del volumen de control central P . D_e , D_w , D_n y D_s son las conductancias en las caras del volumen de control central P .

En cada volumen de control se deben cumplir los principios de conservación. La ecuación (3.30) representa las ecuaciones discretas para la conservación de la materia, cantidad de movimiento y energía, entre otras cosas, para el nodo central P .

3.5 Método de solución

3.5.1 Complicaciones relacionadas con el campo de velocidad

Considérese una versión modificada de las ecuaciones (3.4-6) en donde los gradientes de presión no se encuentran dentro de los términos fuente.

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) = 0 \quad (3.40)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho uu) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho vu) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu \frac{\partial u}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu \frac{\partial u}{\partial y}\right) - \frac{\partial p}{\partial x} + S_{Mx} \quad (3.41)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho uv) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho vv) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu \frac{\partial v}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu \frac{\partial v}{\partial y}\right) - \frac{\partial p}{\partial y} + S_{My} \quad (3.42)$$

Este sistema de ecuaciones presenta dos problemas de suma importancia:

- Los términos convectivos de las ecuaciones de movimiento son no lineales.
- Las ecuaciones están fuertemente acopladas. Cada componente de velocidad aparece en las tres ecuaciones.

El inconveniente principal se encuentra en la presión: aparece en las dos ecuaciones de movimiento pero no hay disponible una ecuación para la presión. Tanto el problema de la no linealidad como el del acoplamiento de las ecuaciones pueden ser superados empleando el algoritmo SIMPLE propuesto por Patankar y Spalding [25], discutido en la sección 3.5.3.

3.5.2 Complicaciones relacionadas con la malla numérica

Supóngase que se tiene una malla uniforme y se ubican las velocidades vertical y horizontal junto con las variables escalares como la presión y la temperatura. Es decir, se pretende calcular la presión, la temperatura y las velocidades exactamente en el mismo lugar. Como se verá a continuación, esta es una estrategia poco conveniente.

Considérese un campo de presión altamente irregular, como el mostrado en la Figura 3.5. Si las presiones en la cara este (e) y oeste (w) se obtienen por interpolación lineal los gradientes de presión en las ecuaciones de movimiento son los siguientes:

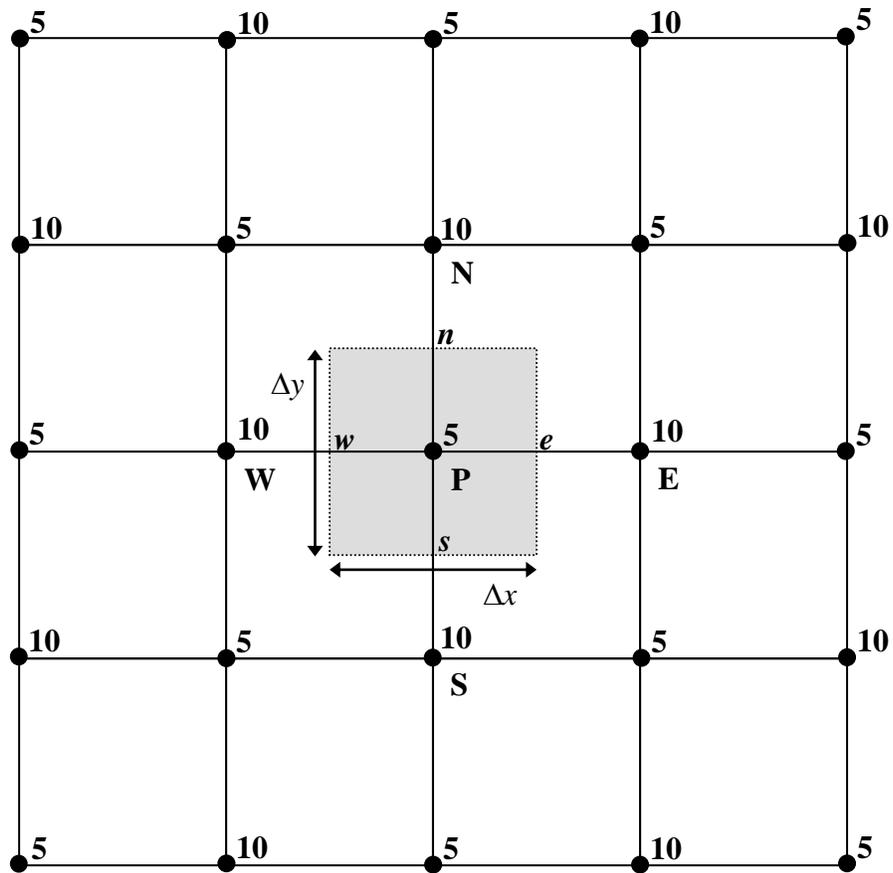


Figura 3.5. Campo de presión altamente irregular.

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{p_E - p_W}{2\Delta x} \quad (3.43)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{p_N - p_S}{2\Delta y} \quad (3.44)$$

Lo primero que se observa es que la presión del nodo central (P) no aparece en las ecuaciones (3.43-3.44). Al sustituir los valores de las presiones en dichas ecuaciones se encuentra que todos los gradientes discretos de la presión son cero; y por lo tanto, la presión está representada de forma errónea.

El problema se puede superar utilizando una malla desplazada para los componentes de velocidad. La idea es evaluar las variables escalares en los nodos de la forma ordinaria pero calcular los componentes de la velocidad en mallas desplazadas. La Figura 3.6 muestra esta idea. Los nodos representados con círculos negros se refieren a las variables escalares, los cuadros blancos a la velocidad u en dirección x y los rombos blancos a la velocidad v en dirección y . Los gradientes de presión se recalculan de la siguiente forma:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{p_P - p_W}{\Delta x} \quad (3.45)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{p_P - p_S}{\Delta y} \quad (3.46)$$

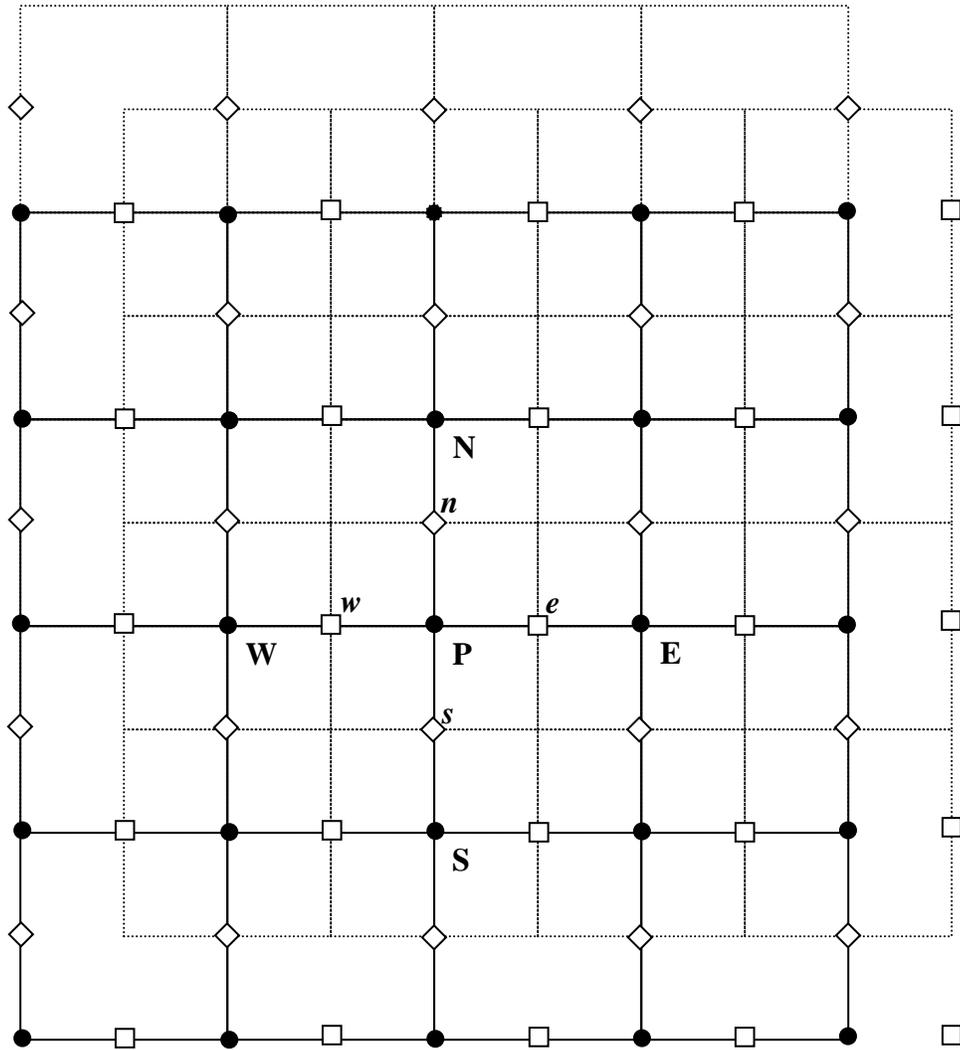


Figura 3.6. Malla desplazada.

En la malla desplazada la presión coincide con las caras de los nodos desplazados. Ahora el campo de presión resultante es diferente de cero: una mejor aproximación a la realidad física. Una ventaja adicional de la malla desplazada es que las velocidades están ubicadas exactamente donde se requieren para el cálculo de la difusión y la convección.

3.5.3 Ecuación de corrección de presión y algoritmo SIMPLE

La idea principal del algoritmo SIMPLE (*Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations*) es convertir la ecuación de continuidad en una ecuación para la presión o mejor dicho en una ecuación de corrección de presión. El algoritmo inicia con una estimación del campo de velocidad y de la presión, posteriormente se corrige el campo de presión con la ecuación de continuidad y se recalcula el campo de velocidad convirtiéndose éste último en una nueva estimación. El algoritmo itera hasta que la ecuación de continuidad se satisface en todo el dominio de cálculo.

El paso fundamental del algoritmo SIMPLE es obtener la ecuación de corrección de presión. Considérense las siguientes ecuaciones discretas para la velocidad:

$$a_e u_e = \sum a_{nb} u_{nb} + (p_P - p_E) \Delta y + S_e \quad (3.47)$$

$$a_n v_n = \sum a_{nb} v_{nb} + (p_P - p_N) \Delta x + S_n \quad (3.48)$$

El algoritmo SIMPLE requiere un campo estimado de la presión, las ecuaciones (3.47-3.48) se resuelven utilizando dicho campo de presión para obtener los siguientes campos estimados de velocidad:

$$a_e u_e^* = \sum a_{nb} u_{nb}^* + (p_P^* - p_E^*) \Delta y + S_e \quad (3.49)$$

$$a_n v_n^* = \sum a_{nb} v_{nb}^* + (p_P^* - p_N^*) \Delta x + S_n \quad (3.50)$$

La corrección de presión se define como la diferencia entre la presión corregida y la estimada. De igual forma para las velocidades:

$$p' = p - p^* \quad (3.51)$$

$$u' = u - u^* \quad (3.52)$$

$$v' = v - v^* \quad (3.53)$$

Restando la ecuación (3.49) a la (3.47) y de igual manera con las ecuaciones (3.50) y (3.48) obtenemos ecuaciones para la velocidad y presión corregidas:

$$a_e u'_e = \sum a_{nb} u'_{nb} + (p'_P - p'_E) \Delta y + S_e \quad (3.54)$$

$$a_n v'_n = \sum a_{nb} v'_{nb} + (p'_S - p'_P) \Delta x + S_n \quad (3.55)$$

El algoritmo SIMPLE desprecia la contribución de los nodos vecinos rescribiendo las ecuaciones anteriores de la forma siguiente:

$$u'_e = (p'_P - p'_E) d_e \quad (3.56)$$

$$v'_e = (p'_S - p'_P) d_n \quad (3.57)$$

De tal forma que la corrección para el campo de velocidades es:

$$u_e = u_e^* + (p'_P - p'_E) d_e \quad (3.58)$$

$$v_n = v_n^* + (p'_P - p'_N) d_n \quad (3.59)$$

Ahora considérese la ecuación de continuidad:

$$(F_e - F_w) + (F_n - F_s) = 0 \quad (3.60)$$

$$(F_e^* - F_w^*) + (F_e' - F_w') + (F_n^* - F_s^*) + (F_n' - F_s') = 0 \quad (3.61)$$

Sustituyendo las ecuaciones (3.58-3.59) en (3.61) obtenemos:

$$\begin{aligned} & F_e^* + \rho_e d_e \Delta y (p'_P - p'_E) - F_w^* + \rho_w d_w \Delta y (p'_P - p'_W) \\ & + F_n^* + \rho_n d_n \Delta y (p'_P - p'_N) - F_s^* + \rho_s d_s \Delta y (p'_P - p'_S) = 0 \end{aligned} \quad (3.62)$$

Al ordenar la ecuación (3.63) obtenemos la ecuación de corrección de presión:

$$a_P p'_P = a_E p'_E + a_W p'_W + a_N p'_N + a_S p'_S + b \quad (3.63)$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S \quad (3.64)$$

$$a_E = \rho_e d_e \Delta y \quad (3.65)$$

$$a_W = \rho_w d_w \Delta y \quad (3.66)$$

$$a_N = \rho_n d_n \Delta x \quad (3.67)$$

$$a_S = \rho_s d_s \Delta x \quad (3.68)$$

$$b = (F_w^* - F_e^*) + (F_s^* - F_n^*) \quad (3.69)$$

En resumen, la secuencia de operaciones del algoritmo SIMPLE es la siguiente:

1. Iniciar con un campo de presión estimado.
2. Obtener estimaciones para el campo de velocidad resolviendo las ecuaciones (3.49-50).
3. Calcular la corrección de presión resolviendo la ecuación (3.62).
4. Corregir la presión utilizando la ecuación (3.51).
5. Corregir las velocidades utilizando las ecuaciones (3.58) y (3.59).
6. Resolver la ecuación de energía, para obtener el campo de temperatura, así como cualquier otra variable de interés.
7. Regresar al paso 2 utilizando la presión corregida del paso 4 como el nuevo campo de presión estimado. Repetir hasta que la solución converja.

En la literatura se encontraron diferentes formas de determinar la convergencia de la solución, en este trabajo la convergencia se alcanzó cuando la diferencia relativa entre la iteración actual y la anterior para cada una de las variables fuera menor a 0.0001.

Los sistemas de ecuaciones algebraicas resultantes son grandes, pero la mayoría de sus coeficientes son cero. Para la solución de las ecuaciones conviene utilizar métodos iterativos pues éstos sólo trabajan con los coeficientes diferentes de cero, contrario a los métodos directos donde todos los coeficientes son almacenados y utilizados. El hecho de que en los problemas de convección-difusión las matrices de coeficientes siempre son diagonalmente dominantes el algoritmo de Gauss-Seidel combinado con el algoritmo de Thomas es una buena herramienta de solución para los sistemas de ecuaciones obtenidos por lo que fue implementado en este estudio.

3.5.4 Factores de relajación

En ocasiones el algoritmo SIMPLE no converge y es necesario utilizar una estrategia de relajación para que el método converja. La ecuación de corrección de presión es la más propensa a la divergencia y frecuentemente se utiliza la relajación siguiente:

$$p^{new} = p^* + \alpha_p p' \quad (3.70)$$

Donde α_p es el factor de relajación y los valores que puede tomar van desde 0.0 hasta 1.0. Los componentes de la velocidad también pueden ser relajados mediante una forma similar:

$$u^{new} = \alpha_u u + (1 - \alpha_u) u^{n-1} \quad (3.71)$$

$$v^{new} = \alpha_v v + (1 - \alpha_v) v^{n-1} \quad (3.72)$$

Donde u^{n-1} se refiere a la velocidad en la iteración anterior. Estas técnicas de relajación se pueden aplicar a cualquier problema de CFD pero existe una técnica en particular que es muy útil en los problemas de convección natural en estado permanente. La técnica consiste en utilizar una formulación transitoria para resolver el problema no transitorio. Obsérvese, primero, la ecuación de movimiento en x que resulta al utilizar un factor de relajación, ecuación (3.73), y compárese con la misma ecuación pero transitoria, ecuación (3.74).

$$\frac{a_p}{\alpha_u} u_p = \sum a_{nb} u_{nb} + (p_P - p_E) \Delta y + S_e + \left[(1 - \alpha_u) \frac{a_p}{\alpha_u} \right] u_p^{n-1} \quad (3.73)$$

$$\left(a_p + \frac{\rho_p^o \Delta V}{\Delta t} \right) u_p = \sum a_{nb} u_{nb} + (p_p - p_E) \Delta y + S_e + \frac{\rho_p^o \Delta V}{\Delta t} u_p^o \quad (3.74)$$

La analogía es evidente y se deduce que:

$$(1 - \alpha_u) \frac{a_p}{\alpha_u} = \frac{\rho_p^o \Delta V}{\Delta t} \quad (3.75)$$

Lo anterior muestra que es posible obtener efectos de relajación utilizando un enfoque pseudo transitorio.

3.6 Programación de los experimentos numéricos

En éste estudio numérico se utilizan 6 diferencias de temperatura y 4 números de Rayleigh distintos. Con el objetivo de generalizar el problema los resultados se expresaron en forma adimensional de la siguiente manera:

$$X_L = \frac{x}{L} \quad (3.76)$$

$$Y_L = \frac{y}{L} \quad (3.77)$$

$$U = \frac{uL}{\alpha \sqrt{Ra Pr}} \quad (3.78)$$

$$V = \frac{vL}{\alpha \sqrt{Ra Pr}} \quad (3.79)$$

$$\theta = \frac{T - T_{\infty}}{T_H - T_{\infty}} \quad (3.80)$$

$$\varepsilon = \frac{T_H - T_{\infty}}{T_{\infty}} \quad (3.81)$$

$$Ra = Pr \frac{g_y \rho_{\infty}^2 L^3 \varepsilon}{\mu_{\infty}^2} \quad (3.82)$$

Donde X_C es la longitud adimensional horizontal de la cavidad, Y_C es la longitud adimensional vertical de la cavidad, U es la componente horizontal adimensional de la velocidad, V es la componente vertical adimensional de la velocidad, θ es la temperatura adimensional, ε la diferencia adimensional de temperatura, α es la difusividad térmica, g_y es la componente vertical de la gravedad, Pr es el número de Prandtl y Ra es el número de Rayleigh.

Los valores de ε para las diferencias de temperatura consideradas en este trabajo se presentan en la Tabla 3.1. La Tabla 3.2 muestra los valores de la longitud (L) de la cavidad para cada combinación de los parámetros adimensionales Ra y ε aplicados en este estudio. Como se aprecia en las Tablas 3.1 y 3.2, se analizaron 4 valores para el número de Rayleigh y 6 para la diferencia de temperatura adimensional (ε), por lo que se tiene un total de 24 experimentos numéricos, para cada uno de los siguientes estudios:

1. Considerando propiedades variables.
2. Considerando la viscosidad dinámica constante.
3. Considerando la conductividad térmica constante.
4. Utilizando la aproximación de Boussinesq.

Tabla 3.1. Valores de ε correspondientes a las diferencias de temperatura consideradas en este estudio.

ε	$\Delta T(\text{K})$
0.03	10
0.3	100
0.6	200
1.0	300
1.3	400
1.6	500

Tabla 3.2. Longitud L de las cavidades estudiadas.

L (m)		Ra			
		10^4	10^5	10^6	10^7
ε	0.03	0.02170	0.04670	0.10100	0.21700
	0.3	0.01010	0.02170	0.04670	0.10100
	0.6	0.00798	0.01720	0.03700	0.07980
	1.0	0.00697	0.01500	0.03240	0.06970
	1.3	0.00633	0.01360	0.02940	0.06330
	1.6	0.00588	0.01270	0.02730	0.05880

CAPÍTULO 4

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1 Verificación del código numérico

Para verificar el código numérico, el cual simula la convección natural en una cavidad abierta considerando propiedades variables, se han resuelto los siguientes problemas reportados en la literatura:

- a) Convección natural en una cavidad cerrada calentada diferencialmente.
- b) Convección natural en una cavidad abierta con paredes isotérmicas.
- c) Convección natural en una cavidad abierta con paredes adiabáticas.

4.1.1 Convección natural en una cavidad cerrada calentada diferencialmente

El problema se ilustra en la Figura 4.1. Una cavidad cuadrada de longitud L donde la pared izquierda se encuentra a una temperatura T_H superior a la temperatura T_C de la pared opuesta. Las dos paredes restantes se consideran adiabáticas. El fluido térmico es aire y el régimen de flujo es laminar. Val Davis *et al.* [26] y Fusegi *et al.* [27], resolvieron éste problema considerando válida la aproximación de Boussinesq.

En el presente trabajo se resuelve el problema con propiedades variables utilizando una diferencia de temperatura de 10 K y una malla de 100×100 . En la Figura 4.2 se presentan las isolíneas de corriente junto a las isotermas para diferentes números de Rayleigh. La Tabla 4.1 muestra una comparación entre los tres trabajos utilizando el número de Nusselt promedio en las paredes isotérmicas.

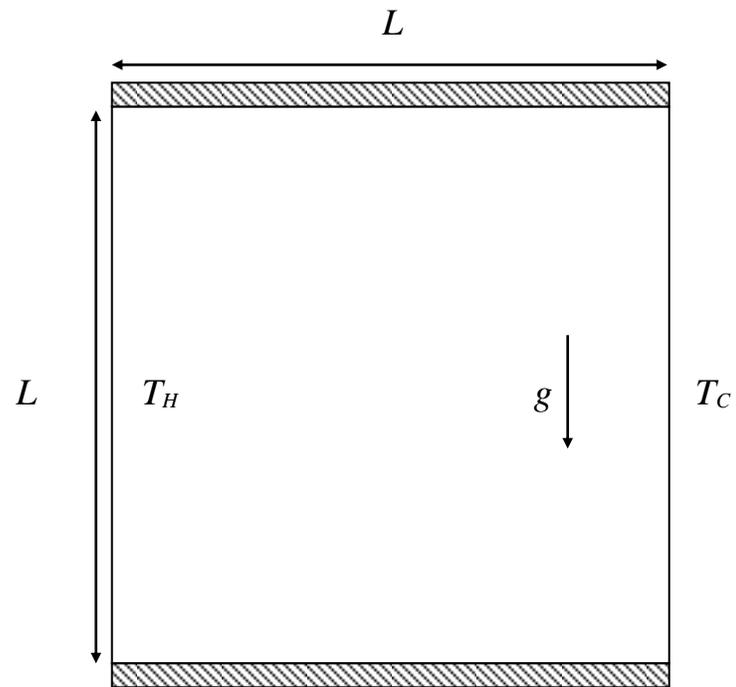


Figura 4.1. Cavity cerrada calentada diferencialmente.

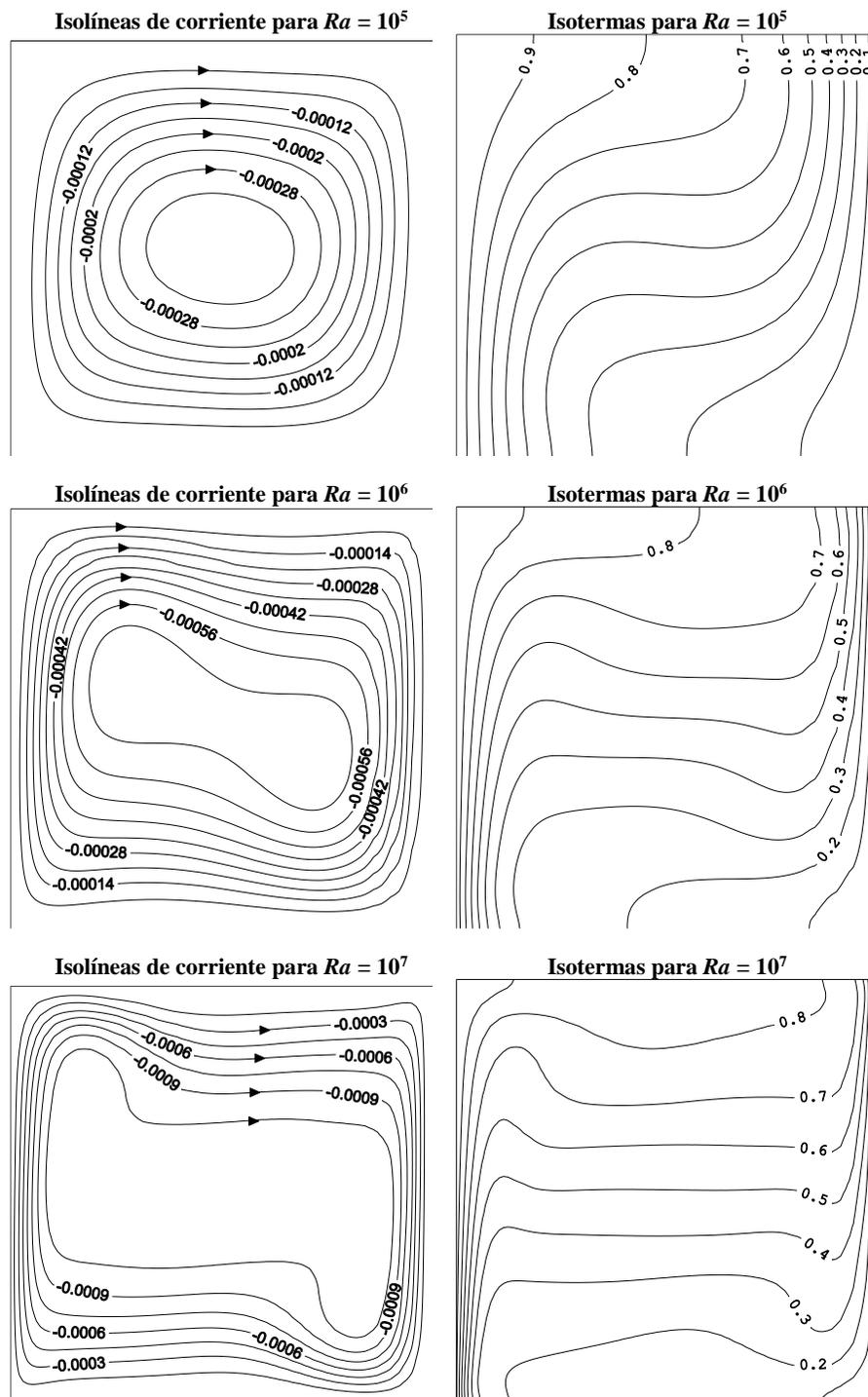


Figura 4.2. Isolíneas de corriente e isotermas adimensionales de la cavidad cerrada calentada diferencialmente.

Tabla 4.1. Números de Nusselt promedio en las paredes isotérmicas de la cavidad cerrada calentada diferencialmente para diferentes números de Rayleigh.

Rayleigh (Ra)	Éste trabajo	Vahl Davis [26] (Boussinesq)	Fusegi <i>et al</i> [27] (Boussinesq)
10^3	1.116	1.118	1.085
10^4	2.240	2.243	2.1
10^5	4.524	4.519	4.361
10^6	8.900	8.799	8.77

La diferencia relativa máxima con los resultados de Fusegi *et al.* es de 6.7 % para un Rayleigh de 10^4 y la mínima de 1.5 % para Rayleigh de 10^6 . Mientras que la diferencia máxima y mínima con Vahl Davis es de 1.1 % y 0.1 %, respectivamente.

4.1.2 Convección natural en una cavidad abierta con paredes isotérmicas

Este problema fue resuelto por Le Quere *et al.* [1] considerando que las propiedades físicas del fluido varían con la temperatura y con dominio computacional extendido. La Figura 4.3 muestra un esquema del problema físico. Trata de una cavidad abierta donde las tres paredes internas se encuentran a una temperatura T_H superior a la temperatura T_∞ del ambiente.

En el presente trabajo se reprodujo el problema sin emplear la aproximación de Boussinesq con una malla uniforme de 210×180 . En la Figura 4.4 se presentan las isolíneas de corriente para los diferentes números de Grashof y diferencias de temperatura, considerados por Le Quere *et al.* La Figura 4.5 muestra las isothermas correspondientes y la Tabla 4.2 presenta una comparación de los números de Nusselt entre ambos trabajos. Las diferencias relativas se encuentran en el intervalo de 20 % a 0.8 %. Conviene mencionar que en el trabajo de Le Quere *et al.* utilizó un tamaño de malla de 48×36 para obtener los resultados.

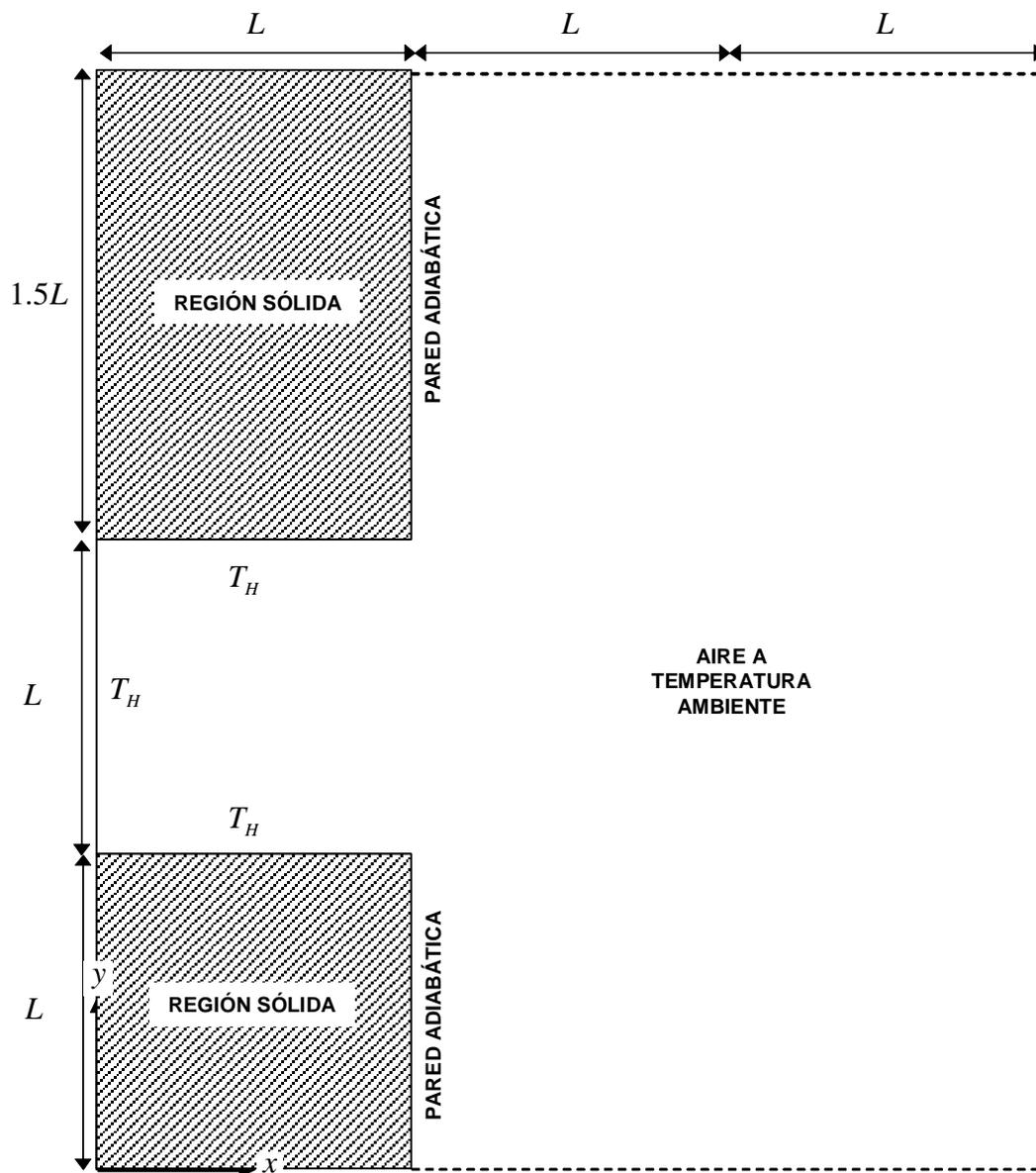


Figura 4.3. Cavity abierta con paredes isotérmicas.

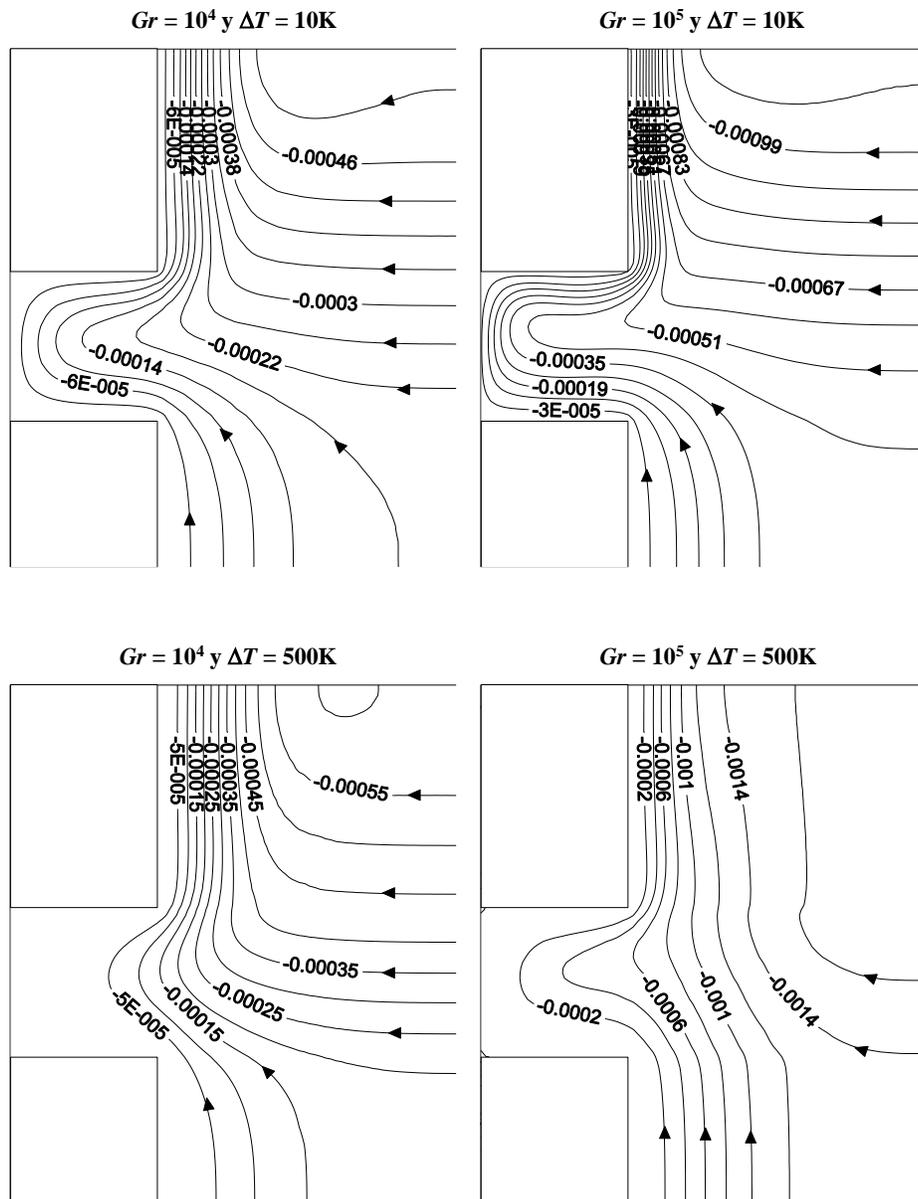


Figura 4.4. Isolíneas de corriente para una cavidad abierta con paredes isotérmicas.

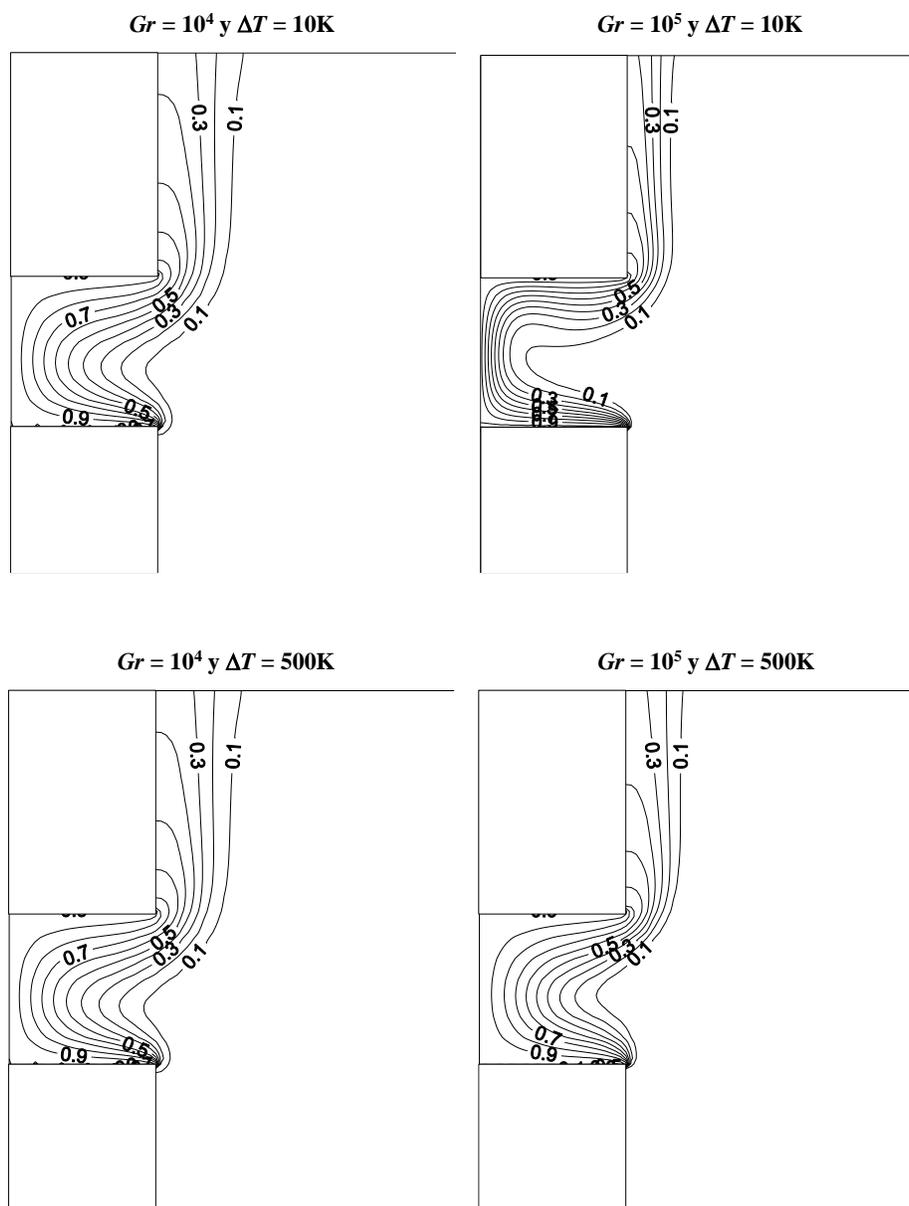


Figura 4.5. Isothermas para una cavidad abierta con paredes isotérmicas.

Tabla 4.2. Números de Nusselt promedio en las paredes de la cavidad abierta con paredes isotérmicas para diferentes números de Grashof y diferencias de temperatura.

Gr	ΔT (K)	Este trabajo			Le Quere <i>et al</i> [1]		
		Pared norte	Pared oeste	Pared sur	Pared norte	Pared oeste	Pared sur
10^4	50	1.22	0.76	3.12	1.16	0.73	3.02
10^5	50	2.86	3.01	5.33	2.79	2.74	5.22
10^4	500	0.76	0.12	1.23	0.64	0.1	1.09
10^5	500	1.24	0.49	2.32	1.23	0.6	2.59

4.1.3 Convección natural en una cavidad abierta con una pared caliente vertical y dos paredes adiabáticas horizontales

Tanto Hinojosa *et al.* [13] como Mohamad [11] han reportado resultados de estudios de convección natural en una cavidad abierta considerando válida la aproximación de Boussinesq y dominio restringido (Figura 4.6) utilizando un número de Prandtl de 0.71. Por otra parte, Chan y Tien [5] estudiaron una cavidad abierta con dominio extendido, también utilizando la aproximación de Boussinesq pero con un Prandtl de 1.0. Un trabajo similar fue presentado por Vafai y Etefagh [26].

En esta tesis se resolvió la cavidad abierta considerando propiedades variables con la temperatura y utilizando dominio extendido para ambos valores del número de Prandtl, el estudio de independencia de malla dio como resultado una malla uniforme de 210×180 . La diferencia de temperatura entre la pared caliente vertical y la del ambiente exterior fue de 10 K, para poder reproducir los resultados de los autores citados. La Figura 4.7 muestra algunas isolíneas de corriente e isotermas adimensionales para un número de Prandtl de 0.71 y en las Tablas 4.3 y 4.4 se puede observar los números de Nusselt promedio que se obtuvieron.

La máxima y mínima diferencia relativa para el número de Nusselt promedio con los resultados de Hinojosa *et al.* es de 4.7 y 0.7 %, respectivamente; mientras que con Mohammad es de 4.7 y 1.1. Para los estudios de dominio extendido fue de 7.9 y 0.3 % comparando con Chan y Tien; y de 4.3 y 0.4 % comparando con Vafai y Etefagh.

Con base en los resultados obtenidos en las comparaciones realizadas en ésta y en las secciones anteriores, se puede dar por verificado el código numérico. En las secciones siguientes se presentarán los resultados para el problema planteado originalmente.

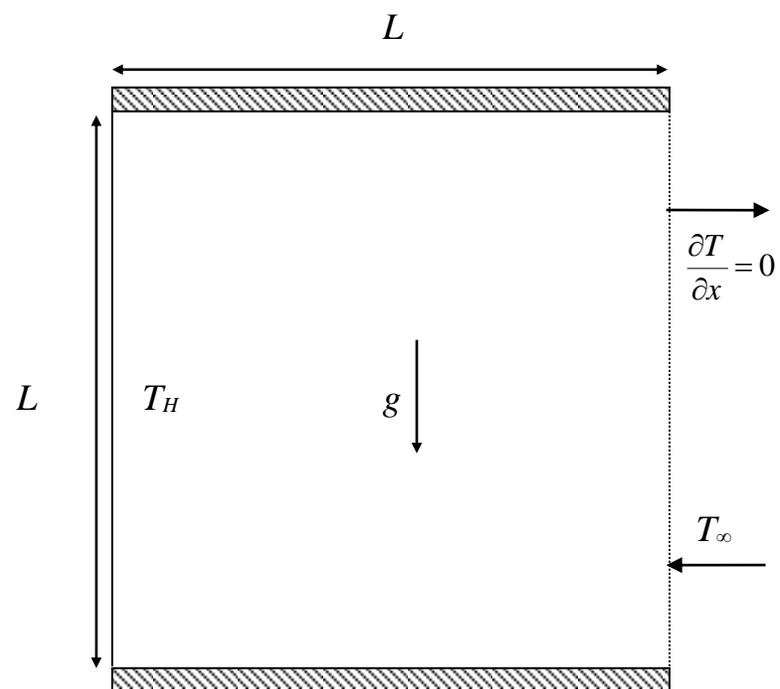


Figura 4.6. Cavity abierta de paredes adiabáticas con dominio restringido.

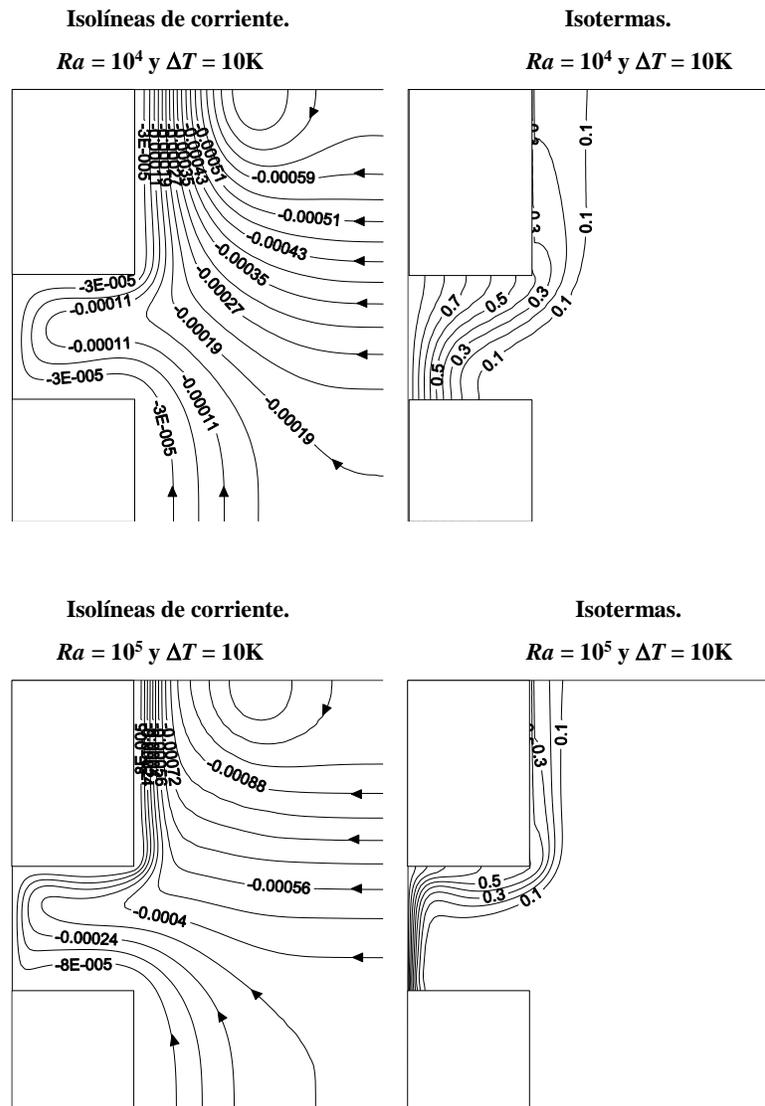


Figura 4.7. Isolíneas de corriente e isotermas adimensionales para una cavidad abierta de paredes horizontales adiabáticas y una diferencia de temperatura de 10 K.

Tabla 4.3. Números de Nusselt promedio en la pared caliente de la cavidad abierta para diferentes números de Rayleigh con $Pr = 0.71$.

Rayleigh (Ra)	Éste trabajo	Hinojosa <i>et al</i> [13] (Boussinesq)	Mohamad [11] (Boussinesq)
10^4	3.28	3.44	3.44
10^5	7.49	7.44	7.41
10^6	15.00	14.51	14.36
10^7	29.78	27.58	28.6 +/- 2.5

Tabla 4.4. Números de Nusselt promedio en la pared caliente de la cavidad abierta para diferentes números de Rayleigh con $Pr = 1.0$.

Rayleigh (Ra)	Éste trabajo	Chan y Tien [5] (Boussinesq)	Vafai y Ettfagh [26] (Boussinesq)
10^4	3.4	3.41	3.44
10^5	7.81	7.69	7.78
10^6	15.59	15	15.5
10^7	30.87	28.6	29.6

4.2 Estudio de Independencia de malla

Para el estudio de independencia de malla se utilizó un número de Rayleigh de 10^7 y una diferencia de temperatura de 500 K. El número de Nusselt promedio en la pared caliente correspondiente a cada malla considerada se presenta en la Tabla 4.5. Se considera que los resultados son independientes de la malla utilizada cuando el error relativo entre los números de Nusselt es menor al 1 %. La malla seleccionada es una malla uniforme de 70×70 nodos dentro de la cavidad, es decir de 210×180 para todo el dominio de cómputo.

4.3 Presentación de los resultados

En las secciones siguientes se presentan los resultados obtenidos en la simulación numérica del problema planteado en las secciones 3.2 y 3.3. Se analizan los efectos del número de Rayleigh y de la diferencia de temperatura adimensional sobre el patrón de flujo, el campo de temperatura y la transferencia de calor. Se consideran cuatro números de Rayleigh: 10^4 , 10^5 , 10^6 y 10^7 en combinación con 6 diferencias de temperatura adimensional: 0.03, 0.3, 0.6, 1.0, 1.3 y 1.6. En todos los casos el número de Prandtl se fijó en 0.71 (aire). Algunos resultados para la diferencia de temperatura adimensional de 0.03 fueron presentados en la sección anterior como parte de la verificación del código numérico, comparándolo contra estudios que utilizaron la aproximación de Boussinesq.

Adicionalmente, en la transferencia de calor se comparan los valores de los números de Nusselt promedio en la pared caliente utilizando la aproximación de Boussinesq con los resultados que consideran propiedades variables para cada uno de los números de Rayleigh y diferencias de temperatura adimensional previamente establecidos. Una comparación similar se realiza considerando, separadamente, la viscosidad dinámica constante y la conductividad térmica constante.

Tabla 4.5. Estudio de independencia de malla en la cavidad abierta de paredes adiabáticas con dominio extendido.

Malla en la cavidad	Nu_H	Error relativo absoluto
40 × 40	24.65	
50 × 50	24.19	1.90 %
60 × 60	23.98	0.88 %
70 × 70	23.83	0.63 %

4.4 Patrones de flujo

Para analizar el patrón de flujo se presenta en las Figuras 4.7 y 4.8 las isolíneas de corriente para diferentes números de Rayleigh y diferencias de temperatura adimensional. Se aprecia que en general el aire a temperatura ambiente entra por la parte inferior de la cavidad y sale por la parte superior, circulando en el interior de la cavidad de acuerdo a las manecillas del reloj. Al aumentar el número de Rayleigh, el fluido entrante ocupa un mayor volumen en el interior de la cavidad y disminuye el espesor de la capa límite hidrodinámica adyacente a la pared caliente. El efecto de la diferencia de temperatura adimensional es poco visible en los gráficos de líneas de corriente, por lo que se presentará utilizando perfiles de las componentes de la velocidad del fluido en diferentes posiciones de la cavidad.

En la Figura 4.9, se muestran los perfiles de la componente- x de la velocidad en forma adimensional (U) en la entrada de la cavidad, para tres diferentes valores de la temperatura adimensional. Se aprecia para todos los casos que la rapidez del aire de salida es mayor que la del aire que entra y que el área que atraviesa el aire de salida siempre es menor que la del fluido que entra. Al aumentar la diferencia de temperatura adimensional, disminuye la rapidez de salida de fluido y aumenta el área que atraviesa el fluido de salida.

La Figura 4.10 presenta los perfiles de la componente- y de la velocidad en forma adimensional (V) en la entrada y en la Figura 4.11 se muestran a la mitad de la altura de la cavidad ($Y_C = 0.5$). Se aprecia que se incrementa el espesor de la capa límite hidrodinámica en forma significativa al aumentar la diferencia de temperatura adimensional. Por otro parte, la rapidez del fluido ascendente aumenta con el número de Rayleigh y disminuye con la diferencia de temperatura adimensional.

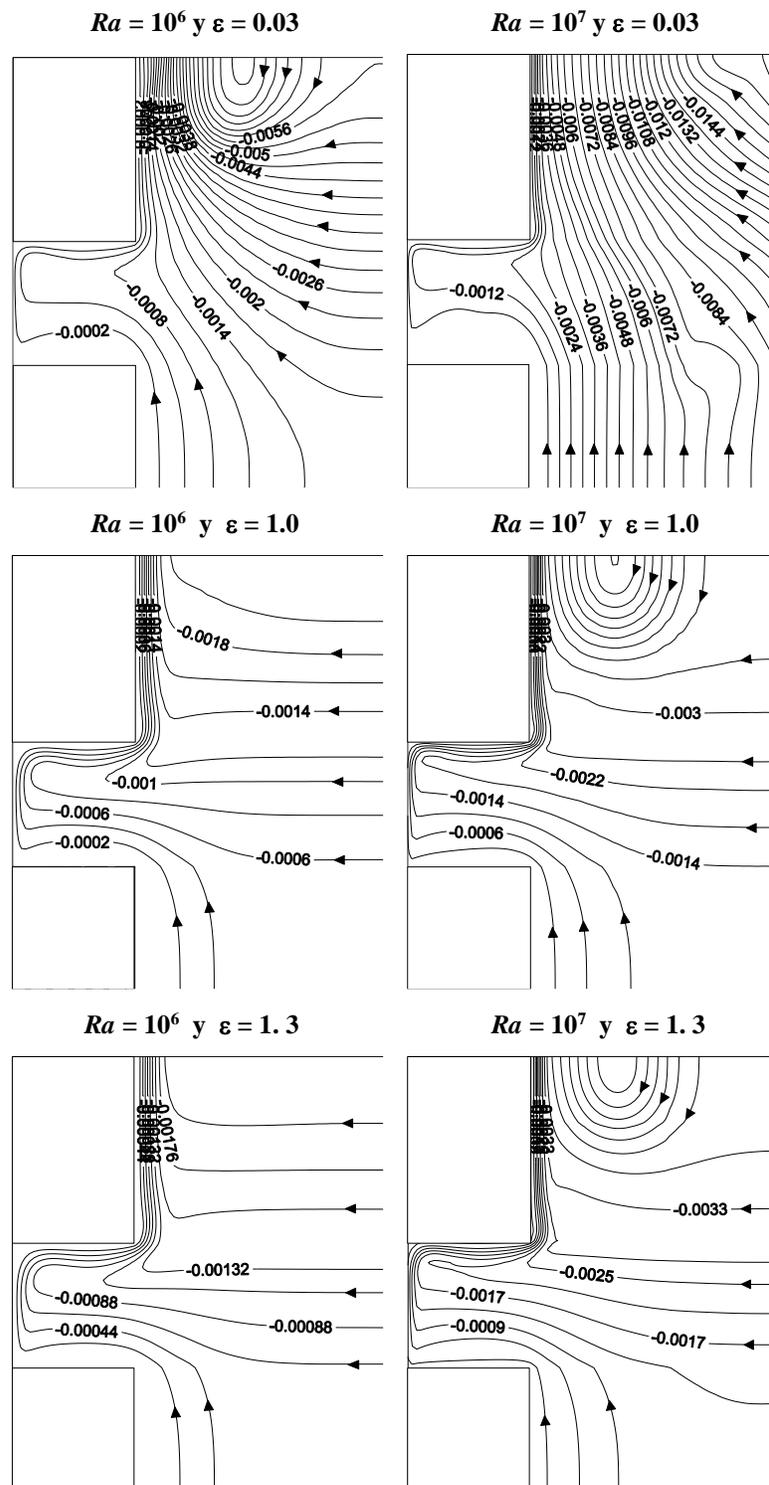


Figura 4.9. Isolíneas de corriente para $Ra = 10^6$ y $Ra = 10^7$.

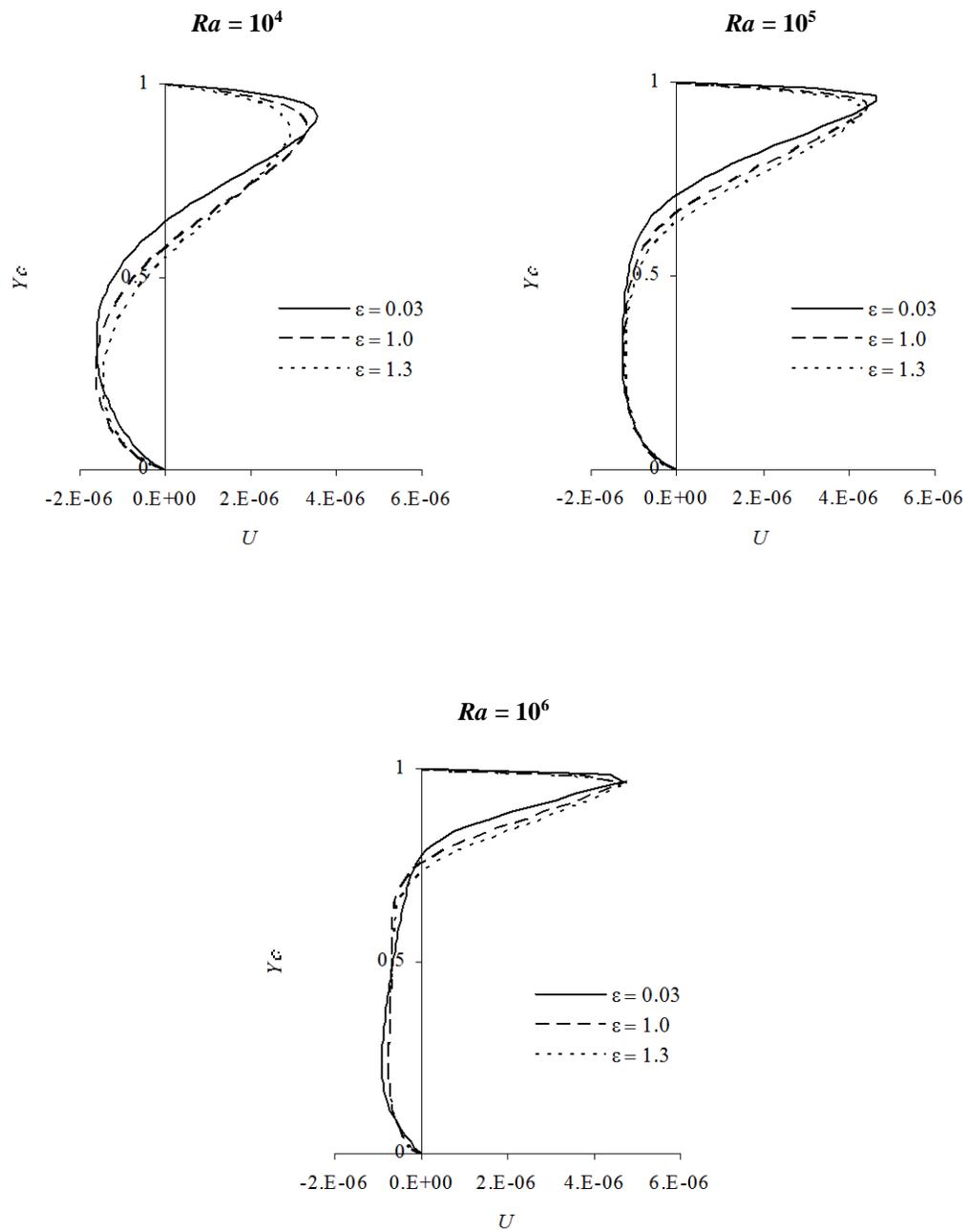


Figura 4.10. Perfil de la componente horizontal adimensional de la velocidad en la entrada de la cavidad ($X_C = 1.0$).

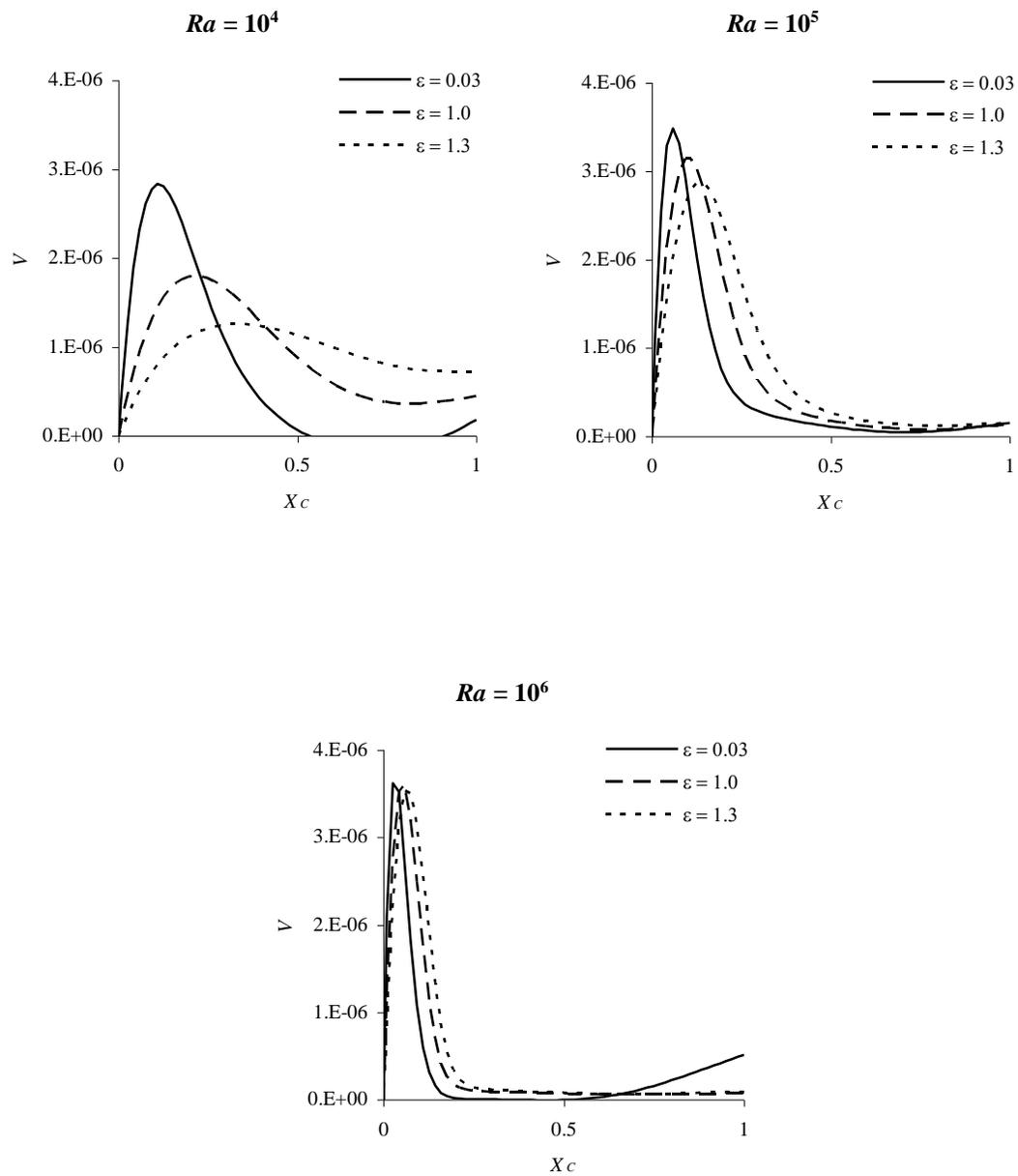


Figura 4.11. Perfil de la componente vertical adimensional de la velocidad en la pared caliente de la cavidad en $Y_C = 0.5$.

4.5 Campo de Temperatura

En las Figuras 4.12 y 4.13 se muestran las isotermas adimensionales para diferentes números de Rayleigh y diferencias de temperatura adimensional. En todos los casos entra aire frío por la parte inferior de la cavidad, el aire se calienta al entrar en contacto con la pared isotérmica vertical y por la fuerza de flotación (debido a la diferencia de densidad) asciende, hasta alcanzar la pared adiabática superior en donde cambia de dirección hacia la abertura de la cavidad, formando una estratificación térmica en la parte superior de la cavidad. Se aprecia que al aumentar el número de Rayleigh disminuye el espesor de la capa límite térmica adyacente a la pared caliente y aumenta volumen que ocupa el fluido frío en el interior de la cavidad. Al aumentar el valor de la diferencia de temperatura adimensional, se observa un aumento en el espesor de la capa límite térmica y una disminución en el volumen que ocupa el fluido frío en la cavidad.

En la Figura 4.14, se presentan perfiles de temperatura adimensional (θ) en la entrada de la cavidad. Se aprecia un aumento en la temperatura adimensional con el incremento en la diferencia de temperatura adimensional y una disminución en el área del aire caliente que sale de la cavidad con el aumento en el número de Rayleigh.

En la Figura 4.15 se muestran los perfiles de temperatura adimensional a la mitad de la altura de la cavidad ($Y = 0.5$). Se aprecia que el espesor de la capa límite térmica adyacente a la pared caliente disminuye con el número de Rayleigh y aumenta con la diferencia de temperatura adimensional. Además, la temperatura adimensional del fluido ascendente aumenta con la diferencia de temperatura adimensional en forma significativa.

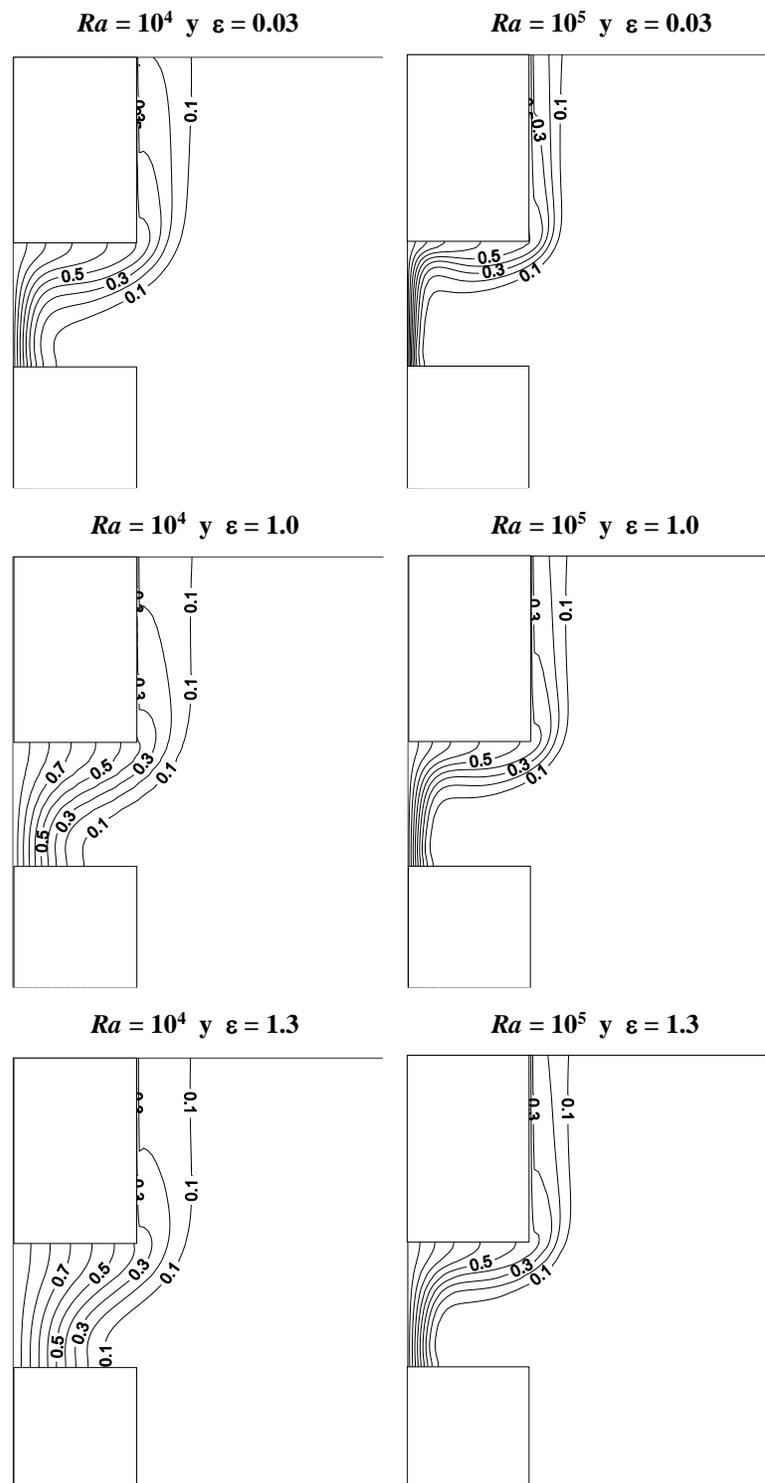


Figura 4.12. Isothermas adimensionales para $Ra = 10^4$ y $Ra = 10^5$.

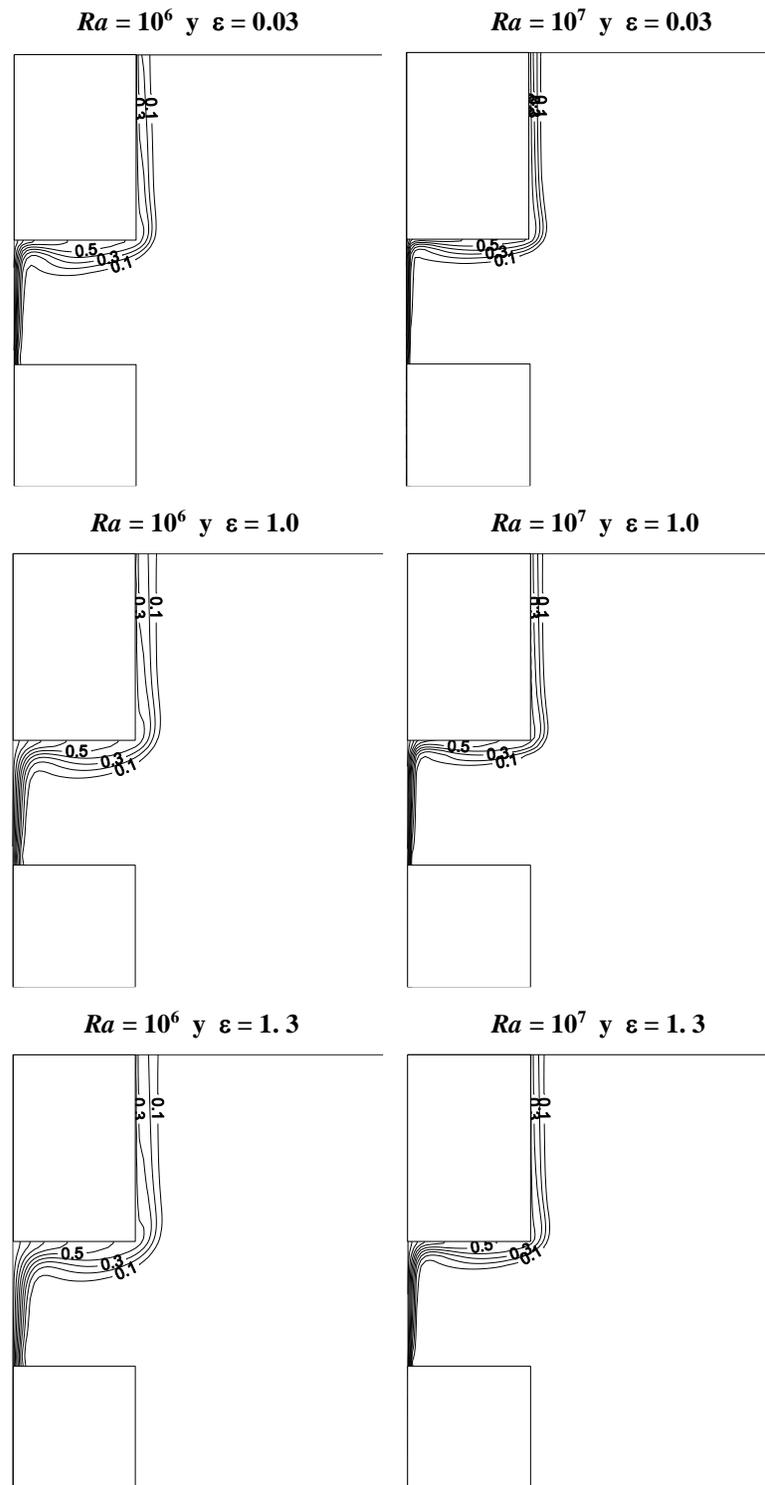


Figura 4.13. Isothermas adimensionales para $Ra = 10^6$ y $Ra = 10^7$.

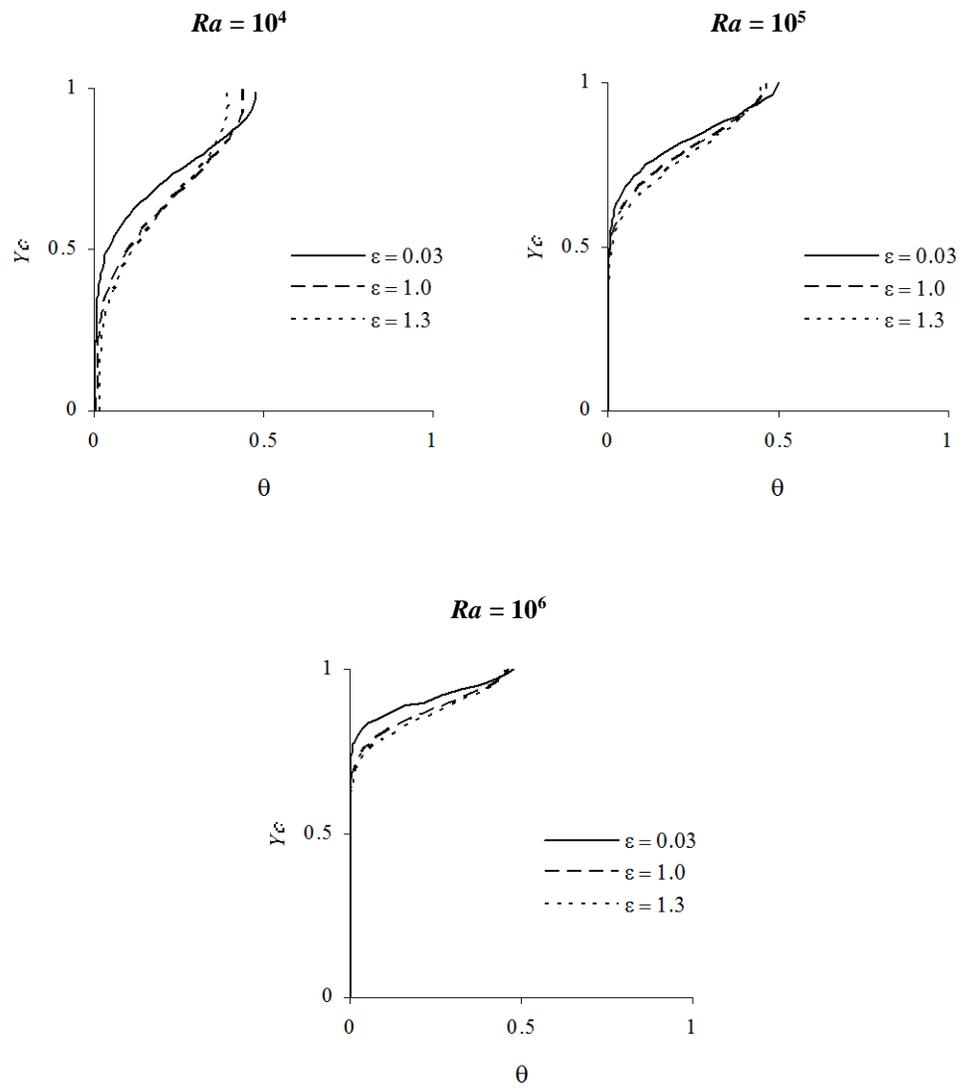


Figura 4.14. Perfil de la temperatura adimensional en la entrada de la cavidad ($X_C = 1.0$).

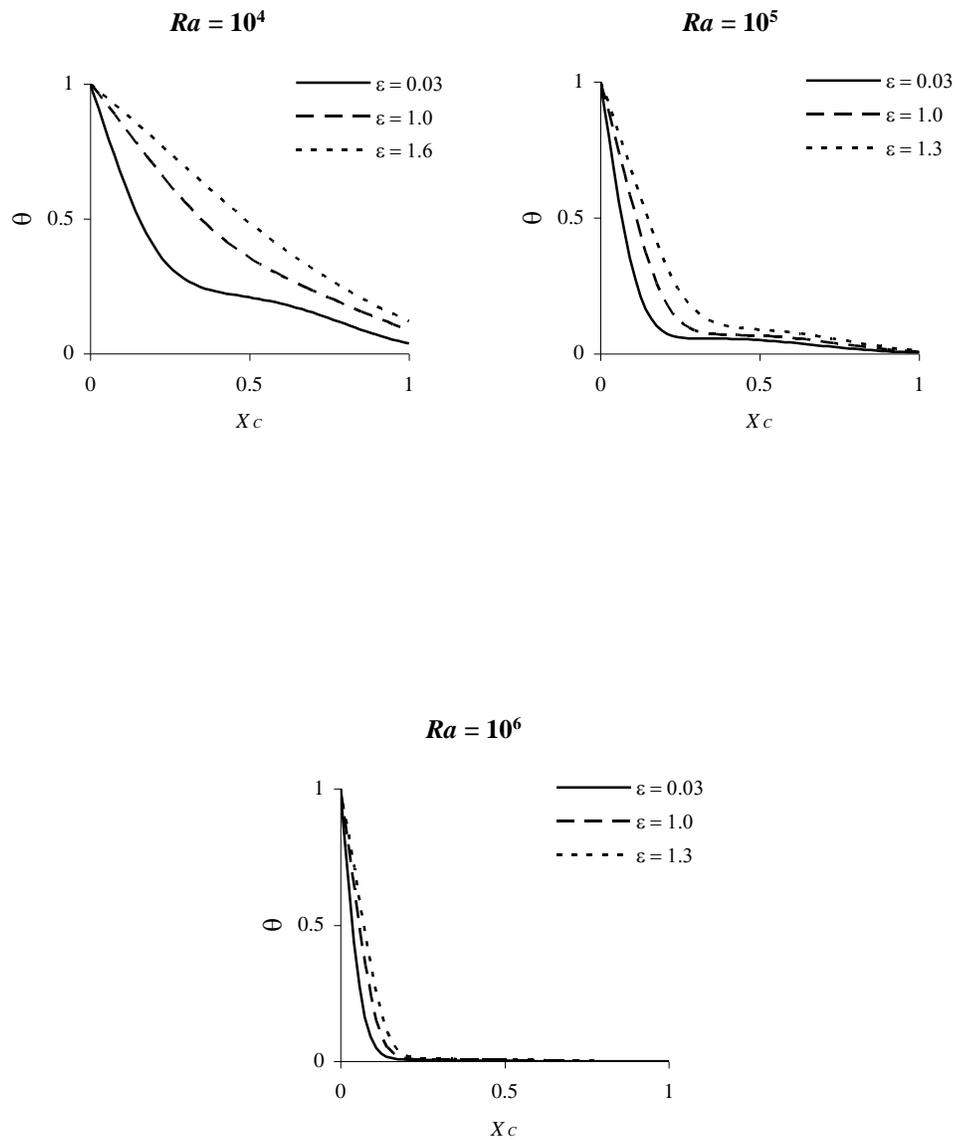


Figura 4.15. Perfil de la temperatura adimensional en la pared caliente de la cavidad en $Y_C = 0.5$.

4.6 Análisis de la transferencia de calor

Para el estudio de la transferencia de calor se calculó el número de Nusselt promedio en la pared caliente, así como el coeficiente convectivo promedio. Se realizaron simulaciones para cada uno de los números de Rayleigh y diferencias de temperatura adimensional establecidos en la sección 3.6 considerando: (a) propiedades variables, (b) aproximación de Boussinesq, (c) conductividad térmica constante y (d) viscosidad dinámica constante, con el fin de encontrar la diferencia que se obtendría al utilizar dichas simplificaciones. A continuación se presentan y discuten los resultados obtenidos.

4.6.1 Transferencia de calor considerando propiedades variables

En la Tabla 4.6 y en la Figura 4.16 se presentan los valores del número de Nusselt promedio en la pared caliente considerando que las propiedades varían con la temperatura. Se puede observar el número de Nusselt aumentar con el número de Rayleigh y disminuye con la diferencia de temperatura adimensional, lo cual se puede explicar con el comportamiento de la capa límite térmica descrito previamente. En forma cuantitativa se tiene que al variar el número de Rayleigh de 10^4 a 10^7 , se presenta un aumento porcentual en el número de Nusselt entre 807.9 % ($\varepsilon = 0.03$) y 1105 % ($\varepsilon = 1.6$). Por otro lado cuando se modifica la diferencia de temperatura adimensional de 0.03 a 1.6, la disminución porcentual en el número de Nusselt se encuentra entre -18 % ($Ra = 10^6$) y -39.3 % ($Ra = 10^4$). Lo anterior indica que es más importante la influencia del número de Rayleigh sobre el número de Nusselt.

Los resultados del coeficiente convectivo promedio se muestran en la Tabla 4.7 y la Figura 4.16. El análisis de los datos muestra un aumento en el coeficiente convectivo al variar el número de Rayleigh de 10^4 a 10^5 y una disminución al aumentar el número de Rayleigh, indicando que para cada diferencia de temperatura adimensional se presenta un máximo en $Ra = 10^5$. Al aumentar la diferencia de temperatura adimensional se aprecia un incremento en coeficiente convectivo para todos los números de Rayleigh.

Tabla 4.6. Número de Nusselt promedio en la pared caliente considerando propiedades variables.

Nu_H		Ra			
		10^4	10^5	10^6	10^7
ε	0.03	3.28	7.49	15	29.78
	0.3	2.96	7.11	14.28	27.84
	0.6	2.63	6.73	13.68	26.5
	1.0	2.37	6.39	13.17	25.53
	1.3	2.15	6.07	12.71	24.7
	1.6	1.99	5.79	12.29	23.98

Tabla 4.7. Coeficiente convectivo promedio en la pared caliente ($W/m^2 \cdot K$).

		Ra			
		10^4	10^5	10^6	10^7
ε	0.03	3.96	4.20	3.89	3.60
	0.3	9.29	10.39	9.69	8.74
	0.6	12.19	14.48	13.68	12.29
	1.0	14.21	17.81	16.99	15.31
	1.3	15.69	20.62	19.97	18.03
	1.6	16.99	22.89	22.60	20.47

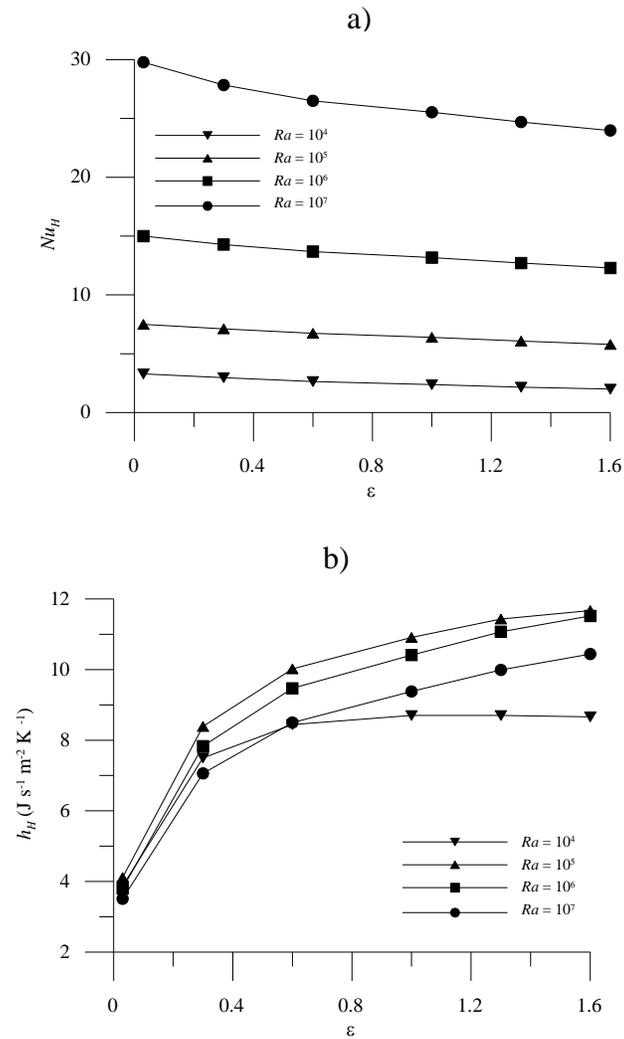


Figura 4.16. Transferencia de calor en la pared caliente. (a) Número de Nusselt promedio. (b) Coeficiente convectivo promedio.

4.6.2 Comparación con la aproximación de Boussinesq

Como ya se mencionó anteriormente, la aproximación de Boussinesq es la simplificación más empleada en los estudios teóricos de la convección natural, por lo que a continuación se hace una comparación, para determinar la desviación que se tendría al utilizar la simplificación para el problema y condiciones empleadas en este estudio. En la Figura 4.17 se comparan los resultados del número de Nusselt promedio en la pared caliente considerando propiedades variables y la aproximación de Boussinesq. Se aprecia que para una diferencia de temperatura adimensional pequeña ($\varepsilon = 0.03$) la aproximación de Boussinesq resulta adecuada, sin embargo al aumentar la diferencia de temperatura adimensional los resultados obtenidos con la aproximación de Boussinesq sobreestiman los valores del número de Nusselt para todos los números de Rayleigh considerados. En forma cuantitativa las diferencias porcentuales entre los resultados se presentan en la Tabla 4.8, en donde se tiene que la máxima diferencia porcentual es de -103.5 % ($Ra = 10^4$ y $\varepsilon = 1.6$), la menor es de 0.7 % ($Ra=10^5$ y $\varepsilon = 0.03$), el valor promedio es de -25 % con una desviación estándar de 27.9%.

4.6.3 Comparación de considerar a la viscosidad y conductividad como constantes

A continuación se llevó a cabo un estudio numérico para determinar, el efecto sobre el número de Nusselt el considerar como constantes en forma independiente a la conductividad térmica y la viscosidad dinámica.

En la Figura 4.18 se muestra gráficamente la comparación de considerar la conductividad térmica como constante. Se puede observar que para una diferencia de temperaturas pequeña ($\varepsilon = 0.03$), el considerar a la conductividad resulta en una buena aproximación, sin embargo al aumentar la diferencia de temperatura adimensional el valor del número de Nusselt resulta menor al obtenido con propiedades variables, sobre todo para los valores altos del número de Rayleigh. La desviación porcentual entre los resultados se muestra en la Tabla 4.9, los valores máximos y mínimos son 26.3 %

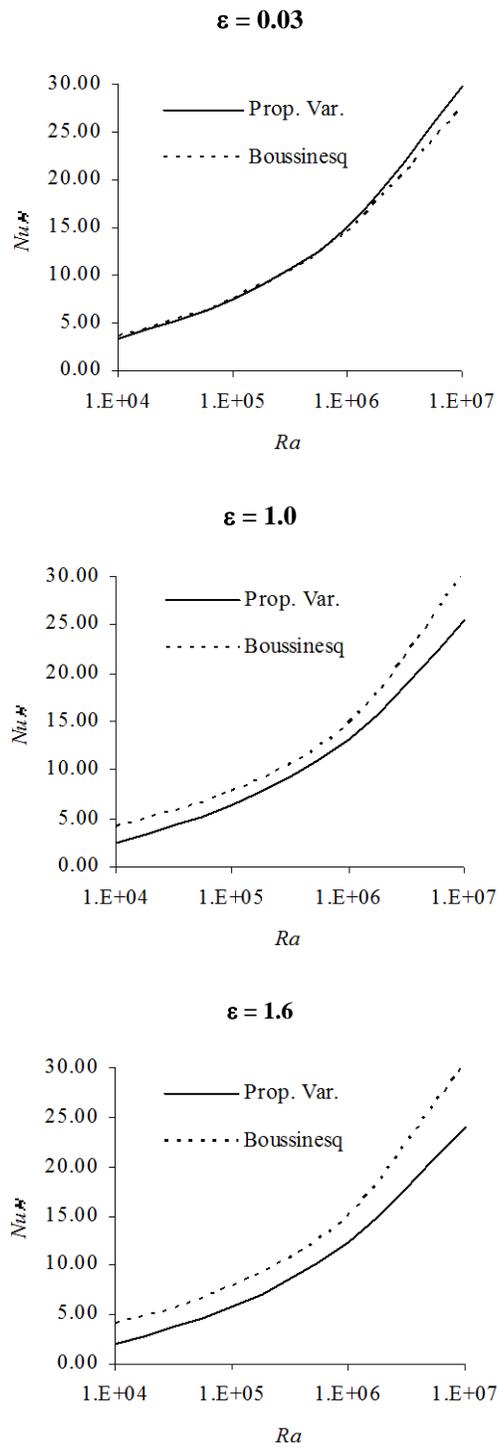


Figura 4.17. Comparación del número de Nusselt promedio en la pared caliente utilizando la aproximación de Boussinesq respecto a propiedades variables.

Tabla 4.8. Porcentaje de error relativo al utilizar la aproximación de Boussinesq.

%Error		<i>Ra</i>			
		10^4	10^5	10^6	10^7
ε	0.03	-4.9	0.7	3.3	7.4
	0.3	-36.8	-10.4	-2.8	-8.7
	0.6	-54.0	-15.9	-8.6	-14.3
	1.0	-70.9	-21.6	-13.1	-18.7
	1.3	-88.4	-28.5	-19.0	-22.8
	1.6	-103.5	-35.1	-22.0	-26.6

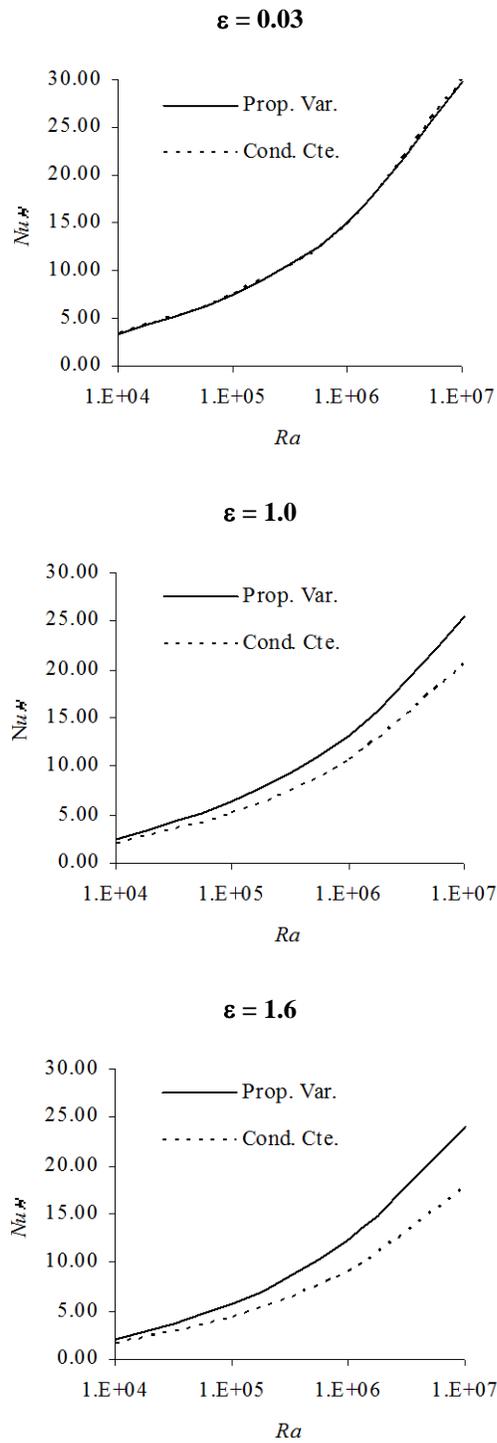


Figura 4.18. Comparación del número de Nusselt promedio en la pared caliente considerando la conductividad constante respecto a propiedades variables.

Tabla 4.9. Porcentaje de error relativo al considerar la conductividad térmica constante.

%Error		<i>Ra</i>			
		10^4	10^5	10^6	10^7
ε	0.03	0.9	0.9	1.1	-0.7
	0.3	7.8	8.4	8.7	8.8
	0.6	12.2	14.3	14.8	14.9
	1.0	15.6	18.5	19.4	19.7
	1.3	18.6	14.5	22.9	23.2
	1.6	19.6	24.4	25.7	26.3

($Ra = 10^7$ y $\varepsilon = 1.6$) y -0.7% ($Ra = 10^7$ y $\varepsilon = 0.03$) respectivamente, con un valor promedio de 14.2% y una desviación estándar de 8.21% .

La comparación de considerar la viscosidad dinámica como constante se presenta en la Figura 4.19. Para una diferencia de temperaturas pequeña ($\varepsilon = 0.03$), el acercamiento entre los resultados con propiedades variables y con viscosidad constante es muy bueno, pero al aumentar la diferencia de temperatura adimensional, los valores del número de Nusselt se subestiman con respecto a propiedades variables, principalmente para los valores altos del número de Rayleigh. La desviación porcentual entre los resultados se muestra en la Tabla 4.10, el máximo es de 18.7% ($Ra = 10^7$ y $\varepsilon = 1.6$) y el mínimo de 0.6% ($Ra = 10^4$ y $\varepsilon = 0.03$), con un valor promedio de 9.2% y una desviación estándar de 5.9% .

Los resultados anteriores muestran que únicamente para diferencias de temperatura adimensionales pequeñas, resulta adecuado considerar a la conductividad térmica o la viscosidad como independientes de la temperatura.

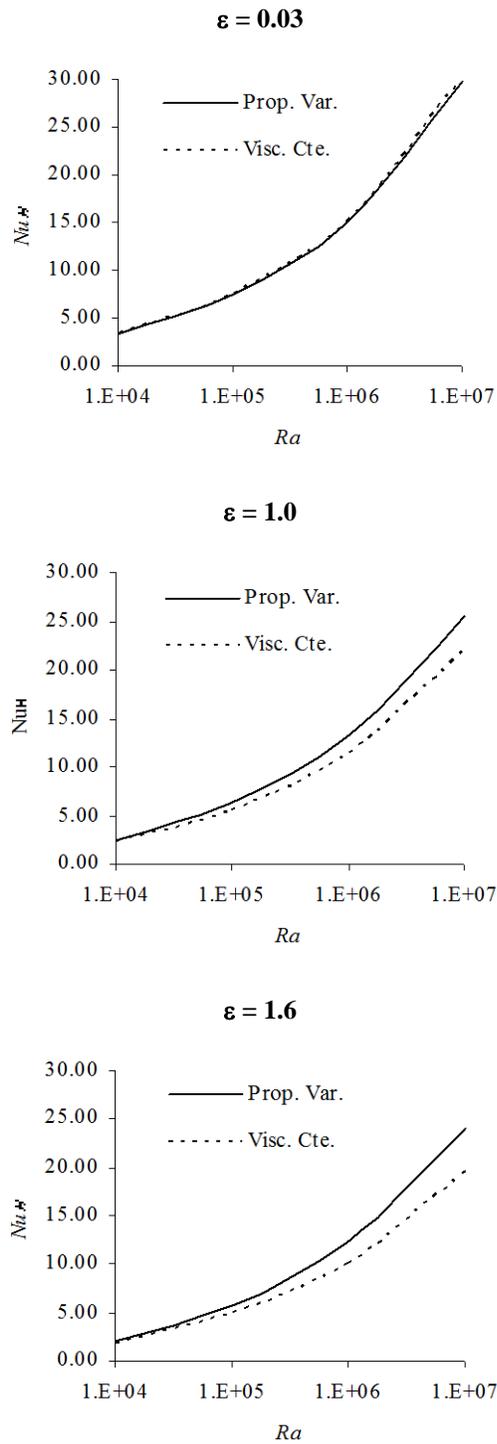


Figura 4.19. Comparación del número de Nusselt promedio en la pared caliente considerando viscosidad constante respecto a propiedades variables.

Tabla 4.10. Porcentaje de error relativo al considerar la viscosidad constante.

%Error		<i>Ra</i>			
		10^4	10^5	10^6	10^7
ε	0.03	0.6	0.7	0.7	-1.2
	0.3	4.1	5.6	5.9	5.3
	0.6	5.7	9.5	10.2	9.5
	1.0	7.2	12.4	13.6	13.4
	1.3	8.4	14.5	16.3	16.2
	1.6	10.1	16.2	18.4	18.7

4.7 Correlación para el número de Nusselt

En la ecuación (4.1) se presenta la correlación obtenida en este estudio para el número de Nusselt promedio como función del número de Rayleigh y la diferencia de temperatura adimensional. Esta correlación tiene una r^2 de 0.9998 y es válida para los intervalos $10^4 \leq Ra \leq 10^7$ y $0.03 \leq \varepsilon \leq 1.6$. En la Figura 4.20 se muestra la superficie de la correlación.

$$Nu_H = a + bRa^c + d\varepsilon^e + fRa^c \varepsilon^e \quad (4.1)$$

donde:

$a = -2.0926$	$b = 0.5011$	$c = 0.2584$	$d = -0.1045$
$e = 0.5916$	$f = -0.0698$		

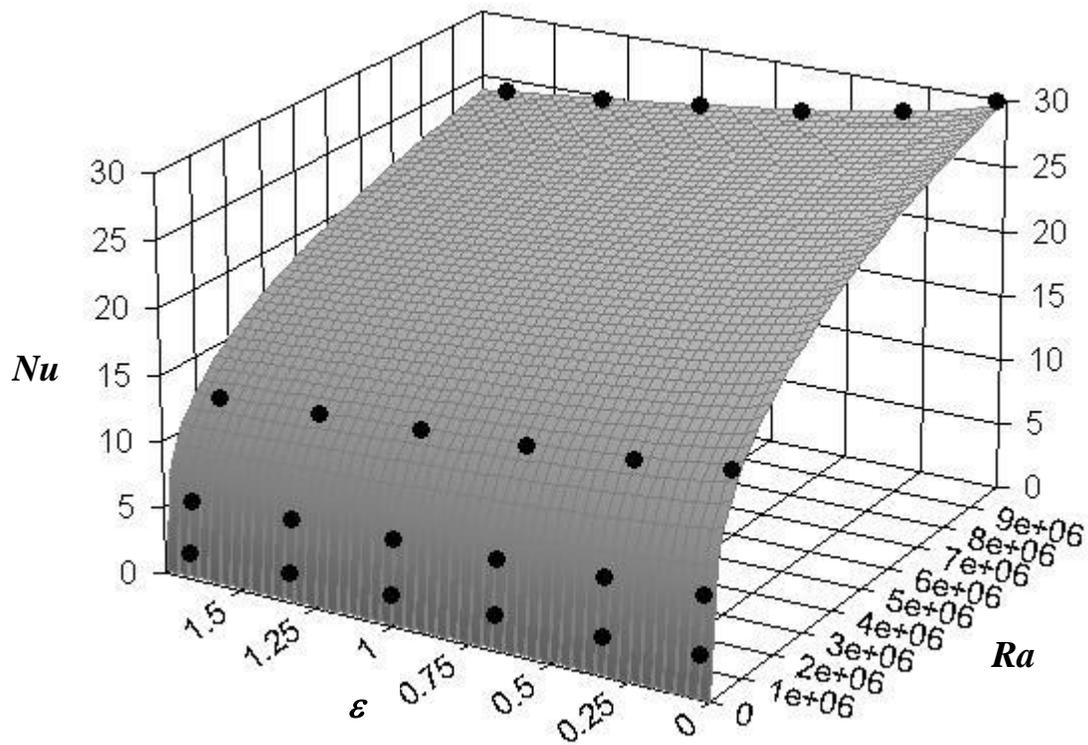


Figura 4.20. Superficie de la correlación para el número de Nusselt promedio en función del número de Rayleigh y la diferencia de temperatura adimensional.

CAPITULO 5

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En este trabajo de tesis, se llevó a cabo un estudio numérico de la convección natural en una cavidad rectangular bidimensional abierta en régimen laminar considerando que las propiedades físicas del fluido dependen de la temperatura y utilizando un dominio computacional extendido. Los resultados obtenidos abarcan las siguientes situaciones:

1. Las propiedades del fluido dependen de la temperatura.
2. Es aplicable la aproximación de Boussinesq.
3. Se supone a la viscosidad dinámica como constante.
4. Se supone a la conductividad térmica como constante.

El estudio paramétrico consideró tomar los siguientes números de Rayleigh: 10^4 , 10^5 , 10^6 y 10^7 en combinación con las siguientes diferencias de temperatura adimensional: 0.03, 0.3, 0.6, 1.0, 1.3 y 1.6.

A partir de los resultados obtenidos se puede concluir lo siguiente:

1. El patrón de flujo general en la cavidad es el siguiente: el fluido frío entra por la sección inferior de la cavidad, entra en contacto con la pared caliente y asciende hasta encontrarse con la pared adiabática en superior, en donde cambia de dirección hacia la abertura.
2. El campo de temperatura en la cavidad indica la formación de una capa límite térmica adyacente a la pared caliente vertical y una estratificación térmica alrededor de la pared adiabática superior.

3. El espesor de la capa límite hidrodinámica adyacente a la pared caliente disminuye al aumentar el Rayleigh y se incrementa con el aumento de la diferencia de temperatura.
4. El espesor de la capa límite térmica adyacente a la pared caliente disminuye con el número de Rayleigh y aumenta con la diferencia de temperatura.
5. La temperatura adimensional del fluido ascendente adyacente a la pared caliente, aumenta con la diferencia de temperatura adimensional en forma significativa.
6. El Nusselt promedio en la pared caliente aumenta con el Rayleigh y disminuye con la diferencia de temperatura.
7. Al variar el número de Rayleigh de 10^4 a 10^7 , se presenta un aumento porcentual en el número de Nusselt entre 807.9 % ($\varepsilon = 0.03$) y 1105 % ($\varepsilon = 1.6$).
8. Si se modifica la diferencia de temperatura adimensional de 0.03 a 1.6, la disminución porcentual en el número de Nusselt se encuentra entre -18 % ($Ra = 10^6$) y -39.3 % ($Ra = 10^4$). Por que es más importante la influencia del número de Rayleigh sobre el número de Nusselt.
9. El coeficiente convectivo aumenta al variar el número de Rayleigh de 10^4 a 10^5 y disminuye al continuar aumentando el número de Rayleigh, indicando que para cada diferencia de temperatura adimensional se presenta un máximo en $Ra = 10^5$.
10. Al aumentar la diferencia de temperatura adimensional se aprecia un incremento en coeficiente convectivo para todos los números de Rayleigh.
11. La aproximación de Boussinesq deja de ser aplicable para diferencias de temperatura mayores a 10 K ($\varepsilon = 0.03$). El error máximo, en el calculo del número de Nusselt, fue de 103 % para $Ra = 10^4$ y $\varepsilon = 1.6$, con un valor promedio de -25% y una desviación estándar de 27.9%.
12. Considerar a la viscosidad dinámica o a la conductividad térmica (por separado) constantes, reproduce mejor los resultados que la aproximación de Boussinesq pues los errores máximos cometidos fueron de 19 % y 23 %, respectivamente.

Con base en lo anterior se recomienda continuar éste estudio con las siguientes recomendaciones:

1. Incluir la transferencia de calor por radiación térmica.
2. Considerar régimen turbulento y números de Rayleigh superiores a 10^7 .
3. Realizar estudios transitorios.
4. Variar la relación de aspecto.
5. Estudiar cavidades de diferentes geometrías.
6. Inclinar la cavidad para el intervalo de 0 a 180° .
7. Estudiar la transferencia de calor con diferencias de temperatura mayores a 500 K.

BIBLIOGRAFIA

1. Le Quere P., Humphrey J. A. and Sherman F. S., *Numerical Calculation of Thermally Driven Two-Dimensional Unsteady Laminar Flow in Cavities of Rectangular Cross Section*, Numerical Heat Transfer, vol. 4, págs. 249-283, 1981.
2. Humphrey J. A. and To W. M., *Numerical simulation of buoyant, turbulent flow-II. Free and mixed convection in a heated cavity*, International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 29, págs. 593-610, 1986.
3. Chan Y.L. and Tien C.L., *A Numerical Study of Two-dimensional Laminar Natural Convection in a Shallow Open Cavity*, International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 28, no.1, págs. 603-612, 1985.
4. Angirasa D., Pourquié M.J. and Nieuwstadt F. T., *Numerical Study of Transient and Steady Laminar Bouyancy-driven Flows and Heat Transfer in a Square Open Cavity*, Numerical Heat Transfer, Part A, vol. 22, págs. 223-239, 1992.
5. Chan Y.L. and Tien C.L., *A Numerical Study of two-dimensional Natural Convection in Square Open Cavities*, Numerical Heat Transfer, vol. 8, págs. 65-80, 1985.
6. Vafai K. and Etefagh J., *The Effects of Sharp Corners on Bouyany-Driven Flows with Particular Emphasis on Outer Boundaries*, International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 33, págs. 2311-2328, 1990.
7. Sezai I. and Mohamad A. A., *Three-dimensional simulation of natural convection in cavities with side opening*, International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow, vol. 8, no. 7, págs. 800-813, 1998.
8. Hinojosa J. F., Alvarez G. and Estrada C. A., *Three-dimensional numerical simulation of the natural convection in an open tilted cubic cavity*, Revista Mexicana de Física, vol. 52, págs. 111-119, 2006.

9. Clausing A. M., *Convective Losses from Cavity Solar Receivers—Comparisons Between Analytical Predictions and Experimental Results*, Journal of Solar Energy Engineering, vol. 106, págs. 98-100, 1983.
10. Penot F., *Numerical Calculation of Two-Dimensional Natural Convection in Isothermal Open Cavities*, Numerical Heat Transfer, vol. 5, págs. 421-437, 1982.
11. Mohamad A.A., *Natural Convection in Open Cavities and Slots*, Numerical Heat Transfer, Part A, vol. 27, págs. 705-716, 1995.
12. Bilgen E. and Oztop H., *Natural convection heat transfer in partially open inclined square cavities*, International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 48, págs. 1470-1479, 2005.
13. Hinojosa J. F., Cabanillas R. E., Alvarez G. and Estrada C. A., *Nusselt number for natural convection and surface thermal radiation in a square tilted open cavity*, International Communications for Heat and Mass Transfer, vol. 32, págs. 1184-1192, 2005.
14. Boehm R.F., *A Review of Convective Loss Data from Solar Central Receivers*, Journal of Solar Energy Engineering, vol. 105, págs. 29-33, 1987.
15. Leibfried U. and Ortjohann J., *Convective Heat Loss from Upward and Downward-facing Cavity Solar receivers: Measurements and Calculations*, Journal of Solar Energy Engineering, vol. 117, págs 75-84, 1995.
16. Hess C. F. and Henze R. H., *Experimental Investigation of Natural Convection Losses from Open Cavities*, Journal of Heat Transfer, vol. 106, págs. 333-338, 1984.
17. Chan Y.L. and Tien C. L., *Laminar Natural Convection in Shallow Open Cavities*, Journal of Heat Transfer, vol. 108, págs. 305-309, 1986.
18. Skok H., Ramadhyani S. and Schoenhals R. J., *Natural Convection in a Side-facing Open Cavity*, International Journal of Heat and Fluid Flow, vol. 12, págs. 36-45, 1991.
19. Showole R. A. and Tarasuk J.D., *Experimental and Numerical Studies of Natural Convection with Flow Separation in Upward-Facing Inclined Open Cavities*, Journal of Heat Transfer, vol. 115, págs. 592-605, 1993.

20. Dehghan A. A. and Behnia M., *Combined Natural Convection-Conduction and Radiation Heat Transfer in a Discretely Heated Open Cavity*, Journal of Heat Transfer, vol. 118, págs. 56-64, 1996.
21. Zhong Z. Y., Yang K. T. and Lloyd J. R., *Variable Property Effects in Laminar Natural Convection in a Square Enclosure*, Journal of Heat Transfer, vol. 107, págs. 183-140, 1985.
22. Patankar S. V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere Publishing Corporation, 1980.
23. Versteeg H. K. and Malalasekera W., *An Introduction to Computational Fluid Dynamics. The Finite Volume Method*, Wiley & Sons Inc., 1995.
24. Ferreira V.G., Tomé M. F., Mangiavacchi N. Castelo A., Cuminato J. A., Fortuna A. O. and McKee S., *High-order upwinding and the hydraulic jump*, International Journal For Numerical Methods In Fluids, vol. 39, págs. 549-583, 2002.
25. Patankar S. V. and Spalding D. B., *A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows*, International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 15, págs. 1787, 1972.
26. de Vahl Davis G. and Jones I. P., *Natural convection of air in a square cavity: a benchmark numerical solution*, International Journal of Numerical Methods in Fluids, vol. 3, págs. 249-264, 1983.
27. Fusegi T. *et al.*, *A numerical study of three-dimensional natural convection in a differentially heated cubical enclosure*, International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 34, págs. 1543-1557, 1991.
28. Vafai K. and Etefagh J., *Thermal and Fluid Flow Instabilities in Bouyancy-Driven Flows in Open-Ended Cavities*, International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 33, págs. 2329-2344, 1990.