

Universidad de Sonora

División de Ciencias Exactas y Naturales

Departamento de Matemáticas

**Diseño de una secuencia didáctica para la
enseñanza de la función cuadrática a través
de situaciones problemáticas**

Tesis que presenta

Carmen Enríquez Ramírez

Para obtener el grado de

Maestría en Ciencias

con especialidad en Matemática Educativa

Director de Tesis

Dr. José Luis Díaz Gómez

Hermosillo, Sonora, junio del 2011

Universidad de Sonora

Repositorio Institucional UNISON



"El saber de mis hijos
hará mi grandeza"



Excepto si se señala otra cosa, la licencia del ítem se describe como openAccess

Dedicatoria

El presente trabajo investigativo lo dedico a mis Padres por enseñarme a buscar mí realización como persona, por el amor, apoyo, comprensión que me han dado en cada etapa de mi vida. A mí Hermano por su cariño, apoyo en cada momento.

Agradecimiento

Al cuerpo colegiado de Docentes que intervinieron por haber compartido sus conocimientos a lo largo de la preparación, en especial al Doctor José Luis Díaz Gómez por creer en mí desde la entrevista para iniciar la Maestría y tutor del proyecto de investigación quien ha guiado con su paciencia, y su rectitud como docente.

CONTENIDO

Introducción	5
1. Antecedentes, problemática y justificación.....	6
1.1. Introducción.....	7
1.2 Antecedentes.....	8
1.2.1 Investigaciones alrededor del objeto Función	13
1.2.2 Investigaciones realizadas del Objeto Función cuadrática.	16
1.3 Justificación	20
1.4 La Reforma Educativa en México 2006.....	21
1.5 Delimitación.....	23
2. Metodología y objetivo.....	1
2.1 Introducción.....	19
2.2 Aspectos metodológicos	19
2.3 Objetivo Específico.....	22
3. Elementos Teóricos	23
3.1 Análisis Didáctico.....	25
3.2 Registros de Representación semiótica.....	28
3.3 Competencias genéricas y disciplinar	30
3.4 Momentos básicos de actividades en una secuencia didáctica	33
4. Desarrollo del ANÁLISIS DIDÁCTICO para el diseño de una secuencia DIDÁCTICA	36
4.1 Introducción.....	37
4.2 Desarrollo del Análisis Didáctico	38
4.2.1 Análisis de contenido	38
4.2.2 Análisis cognitivo	44
4.2.3. El análisis de instrucción	48
4.2.4 Análisis de actuación.	53
5. ANÁLISIS instrucción y ANÁLISIS de ACTUACIÓN	54
5.1 Introducción.....	55
5.2 Análisis de instrucción	56
5.2.1 Apertura	56
5.2.1.1 Actividad Uno.....	56
5.2.1.2 Actividad dos	58
5.2.1.3 Actividad tres.....	60
5.2.2 Desarrollo	62
5.2.2.1 Actividad Cuatro	62
5.2.2.2 Actividad cinco	65
5.2.2.3 Actividad Seis	65
5.2.2.4 Actividad siete	74
5.2.3. Aplicación de la secuencia	75
5.2.3.1. Selección de la muestra de estudiantes	75
5.2.3.2. Horarios para aplicar la secuencia.....	75
5.2.3.3 Lugar de aplicación.....	75
5.2.4. Análisis de Actuación	75
6. Conclusiones	97
7. Referencias	98
Anexo 1ª.....	100

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo de investigación tiene el propósito de generar alternativas didácticas para la enseñanza de las funciones cuadráticas a nivel medio Superior, con estudiantes en un contexto rural. A través de la metodología de El Análisis Didáctico que propone Pedro Gómez que proporciona a uno como docente evaluar su planeación didáctica, de esta manera obtener una oportunidad para mejorar las actividades didácticas, así mismo, el manejar los diferentes registros semióticos de Raymond Duval, nos permite tener una mejor apropiación del objeto matemático “Función Cuadrática”, como también darnos cuenta entre que registros los estudiantes no tienen la articulación adecuada (gráfico - algebraico; numérico - algebraico; verbal - algebraico), por lo que está organizado de la siguiente manera:

En el primer capítulo se describe la problemática, el propósito, la justificación de la elaboración de este trabajo. Así como las limitaciones que se tiene.

En el capítulo dos se definen los conceptos metodológicos fundamentales asociados con el tema de investigación.

El marco teórico se consideró en el capítulo tres, por la importancia del conocimiento didáctico del docente de matemáticas y el papel del análisis didáctico en el diseño, puesta en práctica y evaluación de actividades de clase. Así como, el papel que juegan las nociones de estructura conceptual, sistema de representación y las competencias genéricas y disciplinar como herramientas conceptuales y metodológicas para la práctica docente del profesor de matemáticas.

Posteriormente en el capítulo cuatro se desarrolló el análisis didáctico del objeto matemático en cuestión, con el propósito de innovar no solo cambiar la práctica docente, sino cambiar los valores, las creencias, y las ideas que fundamentan la acción del profesorado y del estudiante.

Por último, en el capítulo cinco, se presenta la parte de análisis actuación del análisis didáctico desarrollado para el tema de función cuadrática, donde el estudiante contesta a su realidad, lo que permitirá mejorar las actividades para otra puesta de escena.

1. ANTECEDENTES, PROBLEMÁTICA Y JUSTIFICACIÓN

Antecedentes, problemática y justificación.
La reforma educativa en el bachillerato
Delimitación

1.1. Introducción

Como seres humanos cada uno desarrolla y conceptualiza su manera de aprender, considerando la definición de educación de Suchodolski “el contenido esencial de la educación estriba, sobre todo, en formar un hombre capaz de elevarse al nivel de la civilización moderna, o sea, de encontrar el sentido de la vida en este nuevo mundo”.

Por ende, la labor docente es uno de los tres factores fundamentales de la educación, la pedagogía basada en la experiencia de aprendizaje a través de un mediador propuesta por Reuven Feuerstein, considera que no bastan los ambientes, problemas, situaciones de aprendizaje e instrumentos, sino que, fundamentalmente, es necesaria la intervención experta, sistematizada y bien intencionada de un mediador en el proceso de construcción del conocimiento y en el proceso de reflexión sobre dicho proceso.

En este capítulo se describe la problemática, el propósito, la justificación de la elaboración de este trabajo. Así como las limitaciones que se tiene.

1.2 Antecedentes

A lo largo del tiempo, las sociedades han conformado instituciones con el objeto de incorporar a la matemática y a la ciencia en la cultura de la sociedad, con la clara intención de favorecer entre la población una visión científica del mundo. Este intenso proceso social de culturización científica nos ha ayudado a reconocer la necesidad de implementar modificaciones educativas en el campo particular de las matemáticas con base en diseños mejor adaptados a las prácticas escolares.

Aunque las preocupaciones por la enseñanza de la matemática y por su mejora progresiva son tan antiguas como la enseñanza misma y ésta tan antigua como la vida en sociedad, el estudio sistemático para localizar los fenómenos que la caracterizan, tendrá apenas, si acaso, unas décadas de existencia entre nosotros.

En México podríamos decir que la actividad del matemático educativo profesional ha sido desarrollada en una atmósfera propicia para la investigación serena con la fundación en 1975 de la Sección de Matemática Educativa del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados (Cinvestav) del Instituto Politécnico Nacional (IPN).

La matemática Educativa es una disciplina joven que busca una mayor eficacia de la instrucción matemática, empleando conocimientos disponibles en la elaboración de dispositivos para la acción, entre los cuales está la elaboración de manuales, material didáctico, diseño de currículos y ambientes de estudio para lograr la comprensión de dichos objetos.

La mayor parte de los maestros de matemáticas, se han formado en escuelas o facultades de matemáticas en donde la interacción con otras disciplinas, inclusive tan cercanas como la física, es tradicionalmente escasa; donde se ha privilegiado el desarrollo de algoritmos y manejo de procedimientos que contemplan una serie de fases que deben desarrollarse de manera sucesiva y en un determinado orden sobre los objetos matemáticos, sin prestar atención a la comprensión con respecto a los procesos. Con la pura enseñanza de algoritmos construimos parcialmente los conocimientos matemáticos, sin lograr que el estudiante comprenda de manera significativa los conceptos involucrados en una actividad didáctica. La enseñanza de la función cuadrática no es ajena a este proceso.

Con base a lo anterior, el presente trabajo considera el estudio de la función cuadrática mediante situaciones problemas. La importancia de este objeto matemático, no es de hoy, se ha iniciado desde el siglo XVIII por Leonardo Euler (Baltazar, 1992); desde entonces se descubrió que las funciones son el pilar para comprender otros objetos matemáticos, así como también las nuevas teorías de aprendizaje y la didáctica de la matemática, que han puesto de manifiesto la importancia en las conversiones y tratamientos entre registros de la función cuadrática.

En la obra Ciencia: “Conocimiento para todos” editada por American Association for the Advancement of Science en 1990, señala que, para algunas personas, y no sólo para los matemáticos profesionales, la esencia de esta disciplina se encuentra en su belleza y en su reto intelectual. Para otros, incluidos muchos científicos e ingenieros, su valor principal estriba en la forma en que se aplican a su propio trabajo. Ya que las matemáticas juegan ese papel central en la cultura moderna, es indispensable una comprensión básica de ellas en la formación científica. Para lograr esto, los estudiantes deben percibir que las matemáticas forman parte del quehacer científico, comprender la naturaleza del pensamiento matemático y familiarizarse con las ideas y habilidades de esta disciplina, de esta manera reconoce que la forma en que se enseña la ciencia es importante. También se menciona que, al planear la enseñanza, los maestros trazan sobre un modelo creciente de conocimiento de investigación sobre la naturaleza del aprendizaje y el arte de la enseñanza que ha pasado la prueba del tiempo y que típicamente, consideran las características especiales del material que se va a aprender, los antecedentes de sus estudiantes y las condiciones bajo las cuales se llevan a cabo la enseñanza y el aprendizaje.

Una alternativa para lograr niveles amplios de participación de los estudiantes puede ser a través del diseño e implementación de situaciones problemas, de manera que generen los procesos de actividad matemática que les faciliten la construcción de los conocimientos a los jóvenes.

En el mundo cotidiano, resulta más difícil identificar el problema que resolverlo, esto implica que los alumnos no sólo necesitan ayuda para resolver los problemas sino también para reconocerlos. Porque en ocasiones, los problemas se “inventan” de manera tal, que formar a los alumnos para que resuelvan problemas que fueron

diseñados previamente para ellos, no los prepara, en efecto para realizar una selección por sí mismos de los problemas importantes. En conclusión, a los alumnos habría que enseñarles no solo la forma de resolver problemas sino la habilidad de ser capaces para reconocer los problemas que vale la pena resolver.

A diferencia de los problemas que los alumnos están acostumbrados a resolver, los problemas del mundo real están atravesados por numerosas variables que pueden condicionar sus potenciales soluciones. En efecto, una característica de las problemáticas que se presentan en la escuela es la descontextualización. Sin embargo, en la realidad mundana, resolver una situación problema puede ser la diferencia entre una vida feliz o una vida desdichada. Si las soluciones a los problemas de la vida pudiesen separarse de sus consecuencias, entonces no tendríamos ningún motivo para preocuparnos sobre la forma en que se suele enseñar. Además, los problemas reales son problemas que pueden tener diversas dimensiones e incluso modificarse de acuerdo a la perspectiva. Por ejemplo, los directivos de una empresa pueden apreciar cómo deben enfrentar una doble problemática en la optimización de los recursos: encontrar soluciones y, además, convencer a otros de la eficacia de dicha solución (Stemberg, Spear-Swerling, 1996).

La didáctica tiene que hacer posible que los estudiantes puedan acceder a niveles de complejidad sin descuidar la naturaleza situada del conocimiento. La clave parece estar en imaginar una forma de abstracción que esté más cerca de lo que ocurre realmente en términos cognitivos y que no contradiga, sino que complemente, la noción clásica de abstracción. La noción clásica incorpora la idea de extracción, pero también la idea de reorganización a un nivel superior de aquello que ya se había aprendido.

Los significados extra-matemáticos de una situación se derivan de un escenario que incluye la experiencia previa de quien aprende. Entonces, los recursos que el medio pone a disposición de un estudiante estimulan la construcción de significados. El medio funciona como un soporte para el establecimiento de conexiones entre fragmentos de conocimiento. Desde esta perspectiva, se trata entonces de conectar el conocimiento informal del estudiante con sus fragmentos de conocimiento matemático. En un sentido que puede hacerse más preciso, el medio funciona como una especie de dominio de abstracción.

La cognición situada defiende la idea según la cual las conductas cognitivas de un individuo no podrían comprenderse sin tomar en cuenta el entorno en el cual interviene. Lo anterior puede conducir a reconsiderar la interpretación de las dificultades que se encuentran en ciertos alumnos. Un alumno en dificultades no es necesariamente un individuo cuyas capacidades son insuficientes; por el contrario, es quizás un alumno que no percibe el sentido del trabajo escolar o que atribuye a la escuela, a la tarea, o a las expectativas del profesor, otros significados diferentes a los valorados por la institución (Moreno y Waldegg, 2002)

En correspondencia, una situación problema, Moreno y Waldegg escriben:

[...] La situación problema es el denotar de la actividad cognitiva, para que esto suceda debe tener las siguientes características:

Involucrar implícitamente los conceptos que se van aprender

Representar un verdadero problema para el estudiante, pero a la vez, ser accesible a él.

Permitir al estudiante utilizar conocimientos anteriores. [...] (2002,56)

Entonces una situación problema debe permitir al estudiante desplegar su actividad matemática a través del desarrollo explícito de una dialéctica entre la exploración y la sistematización. Lo que conlleva a que el estudiante de manera autónoma, desarrolle procesos de exploración tales como la formulación de hipótesis, validación y si fuera necesario su reformulación.

Para tener una mejor perspectiva de lo que se ha realizado hasta el momento en matemática educativa con relación a la función cuadrática, se realizó una revisión bibliográfica, la cual, permite observar y comprender los distintos medios, objetivos, dificultades encontradas en los estudiantes, así como, los resultados obtenidos de la implementación de las propuestas.

En este apartado se expone investigaciones realizadas en el tema de “función cuadrática” como antecedentes de lo que se ha hecho y los resultados que han obtenido.

El objeto función cuadrática es un objeto que se considera importante no solo para el campo de la matemática sino para otros campos de la sociedad. Esto permite saber cómo se comportan, predecir y/o expresar diversas actividades de la sociedad;

por ejemplo, podemos describir el desplazamiento de un proyectil, la trayectoria que describe un río al caer desde lo alto de una montaña, la forma que toma una cuerda floja sobre la cual se desplaza un equilibrista, el recorrido desde el origen con respecto al tiempo transcurrido de una partícula que es lanzada con una velocidad inicial. Puede ser aplicada en la ingeniería civil, para resolver problemas específicos tomando como punto de apoyo la función cuadrática, en la construcción de puentes colgantes que se encuentran suspendidos en uno de los cables amarrados a dos torres. Los biólogos utilizan las funciones cuadráticas para estudiar los efectos nutricionales de los organismos. Existen fenómenos físicos que el hombre a través de la historia ha tratado de explicarse y modelar utilizando como herramienta principal a la función cuadrática.

A pesar de la importancia de la función cuadrática, sin embargo, existen una serie de problemas en su enseñanza y aprendizaje, es por esto que se está planteando abordar al objeto matemático “función cuadrática” mediante situaciones problemas que estén en su contexto, ya que de acuerdo con Moreno (anteriormente citado) y Silvia Vilanova (2001) “Lo que caracteriza a la matemática es precisamente su hacer, sus procesos creativos y generativos mediante situaciones problémicas donde el estudiante se vea comprometido en la actividad, requiere de un pensamiento creativo, que le permita conjeturar y aplicar información, descubrir, inventar y comunicar ideas así como probar estas ideas a través de la reflexión crítica”.

M. de Guzmán (1984), resalta la necesidad de que la filosofía de la matemática contemporánea se fundamente a partir del carácter cuasi-empírico de la actividad matemática; y a partir de los trabajos de Y. Lakatos, el papel de ésta ciencia en la cultura de la sociedad y la insistencia en que la Matemática es saber hacer, es “una ciencia en la que el método claramente predomina sobre el contenido” y, por tanto, los esfuerzos se encaminan a la transmisión de estrategias heurísticas adecuadas para la resolución de problemas, más que a la transmisión de teorías ya acabadas.

El concepto de problema es comprendido, en la Didáctica, como una situación inherente a un objeto, que induce una necesidad en un sujeto que se relaciona con dicho objeto y que sirve como punto de partida, tanto para el diseño, como para el desarrollo del proceso docente educativo. Lo esencial para comprender la particularidad de esta actividad está en la idea siguiente: resolver un problema es hacer lo que se hace cuando no se sabe qué hacer, pues si se sabe lo que hay que hacer ya no hay problema. Esto, evidentemente, rompe con la idea de que sea una

actividad basada en la repetición de acciones o estrategias ya asimiladas y deja claro el reto de que el individuo se enfrenta a situaciones que lo deben poner a prueba, por su novedad, por la diversidad de posibilidades al cambiar las condiciones en que se manifiesta esa situación (De Guzmán, 1992). Es decir, “A la resolución de problemas se le ha llamado, con razón, el corazón de las matemáticas, pues ahí es donde se puede adquirir el verdadero sabor que ha traído y atrae a los matemáticos de todas las épocas. Del enfrentamiento con problemas adecuados es de donde pueden resultar motivaciones, actitudes, hábitos, ideas para el desarrollo de herramientas, en una palabra, la vida propia de las matemáticas”.

Se proyecta en este trabajo de desarrollo docente, que el estudiante conceptualice, modele, visualice y de respuestas a situaciones-problema de su entorno donde se encuentre involucrada la función cuadrática. Y de esta manera favorecer el desarrollo de las habilidades cognitivas.

También se busca desarrollar actitudes en el estudiante que le permitan visualizar, manipular los elementos de la función cuadrática y la articulación respectiva entre la representación algebraica, gráfica y numérica.

1.2.1 Investigaciones alrededor del objeto Función

El concepto de función ha sido considerado como uno de los conceptos clave dentro del análisis matemático, sin embargo, muchas investigaciones han reportado una necesidad de mejorar su enseñanza, debido a que en muchas ocasiones las dificultades en la comprensión de este concepto se transfieren al aprendizaje del cálculo diferencial e integral.

Este objeto matemático se viene estudiando desde la primaria, con variaciones que el niño puede observar en su entorno. Por ejemplo: como varía el perímetro y/o área de un polígono en relación a las dimensiones de sus lados. Así también resuelve problemas con información dada en tablas o gráficas.

A nivel secundaria, el objetivo que tiene el programa de matemáticas, es desarrollar una forma de pensamiento, que le permita al estudiante expresar matemáticamente situaciones que se le presenten en diversos entornos socioculturales, así como utilizar técnicas adecuadas para reconocer, plantear y resolver problemas y al mismo tiempo busca que asuman una actitud positiva hacia esta disciplina.

Los contenidos que se estudian en este nivel, se organizaron en tres ejes: 1) sentido numérico y pensamiento algebraico, 2) forma, espacio y medida y 3) el manejo de la información. Y dentro del objeto matemático bajo estudio (función cuadrática) el joven interpreta y representa gráfica y algebraicamente, relaciones lineales y no lineales.

Se busca que el estudiante interprete, construya y utilice gráficas de relaciones funcionales no lineales para modelar diversas situaciones o fenómenos. Establezca la relación que existe entre la forma y la posición de la curva de funciones no lineales y los valores de las literales de las expresiones algebraicas que definen a estas funciones. Interpreta y elabora gráficas formadas por secciones rectas y curvas que modelan situaciones de movimiento, llenado de recipientes, etcétera.

En el nivel medio superior, en la asignatura de Cálculo que se imparte en el cuarto semestre del Centro de Bachillerato Tecnológico Agropecuario N°26, se estudian los tipos de funciones y dentro de este tema se analiza la función cuadrática, de la cual se trata de ver todas sus propiedades y aplicaciones en el campo profesional, en donde se requiere que el estudiante tenga las herramientas necesarias para determinar la optimización de recursos, así como las habilidades, destrezas y actitud responsable con el medio ambiente en el que se desenvuelve, con una construcción del aprendizaje significativo.

Este objeto matemático tiene relación con otras materias que se imparten en el mismo semestre, como Física Elemental y materias propias de cada especialidad, en donde se estudian procesos como transformación de la leche (realización de costeos de los productos lácteos que se obtienen), nutrición animal (determinar las dimensiones de almacenes óptimas para el almacenamiento del alimento o bien también el costeo de alimentación), y de optimización de recursos en distintos proyectos que emprenden los jóvenes.

En relación al nivel superior, en el área de ingeniería, el estudiante identifica, maneja, analiza y aplica teorías y metodologías del cálculo diferencial e integral a la solución de problemas propios de la ingeniería, con una postura crítica de análisis y responsabilidad interdisciplinarios para aplicar conocimientos sobre los diversos objetos de estudio. Por ejemplo: El tema de función cuadrática le permite estudiar la “derivada” mediante el análisis de la razón de cambio de un proceso o fenómeno que se modela o que lo representa. Dependerá de la significación del concepto de función

(lineal o cuadrática) cuando el incremento de un intervalo tiende a cero para la comprensión de razón de cambio que el estudiante tenga. Por lo tanto, es de importancia la relación entre razón de cambio y el cociente incremental en la comprensión de la derivada, entendida como una cuantificación de cambio.

Es decir, la función cuadrática se estudia de manera que el estudiante identifique cuando una magnitud crece o decrece, a través de la razón de cambio de una magnitud para bosquejar el comportamiento gráfico y reconocer aspectos numéricos y geométricos de su comportamiento. Por lo tanto, que reconozca los conceptos formales relacionados con la ecuación cuadrática en el contexto de magnitudes de cambio uniformemente acelerado.

Clasifica, Identifica y representa gráficamente los distintos tipos de comportamiento a partir de la razón de cambio de una magnitud. Para pasar a la conceptualización de la idea principal de derivada e integral.

En relación al área de Licenciaturas, también se estudia el comportamiento de la función cuadrática dentro de situaciones problemáticas en el área administrativa, por ejemplo: optimización de recursos (minimizar costos, maximizar utilidades, etc.).

Considerando la didáctica de la matemática y mediante investigaciones realizadas que han propuesto diversas alternativas de abordar el objeto matemático, en este caso nos enfocaremos a la “función cuadrática”. Pero antes veremos que hay entorno al objeto “función”, ya que partiremos de este objeto matemático que el estudiante ya tiene conocimiento y que se supone que conoce cuando es una función.

Se han realizado diversas investigaciones alrededor del objeto función, sus obstáculos de aprendizaje, el cómo se enseñan, sus diversas representaciones semióticas.

En su trabajo de investigación Díaz (2001) comenta: “Este concepto tiene tanta importancia en la educación matemática, que alrededor de él se ha generado un conjunto cada vez más creciente de investigaciones cuyo único propósito es el de investigar los problemas de enseñanza y aprendizaje de este concepto. Dentro de este análisis de investigaciones abordan el problema desde distintos puntos de vista, por ejemplo, se obtuvo información acerca de la evolución del concepto en los distintos momentos históricos, y se identificaron las variables y factores condicionantes que han determinado distintos estadios de desarrollo de esta noción; así también, se

identificaron las situaciones problemáticas a las cuales las personas involucradas han dedicado esfuerzos; los atributos, propiedades, características y grado de emergencia del concepto, asimismo, las diversas formas simbólicas asociadas.” Díaz con este análisis busco identificar las concepciones que históricamente se han configurado como resistentes a su evolución y generalización, y, por tanto, pueden describirse como obstáculos epistemológicos.

Se han desarrollado muchos tipos de investigaciones en torno al objeto Función y se seguirán desarrollando, ya que cada vez hay nuevas formas de pensar, de analizar y comprender.

1.2.2 Investigaciones realizadas del Objeto Función cuadrática.

Desde siempre, el ser humano ha tratado de conocer el universo y explicarse su origen y sus fenómenos. En la naturaleza existe una realidad que puede ser estudiada y analizada matemáticamente, y esto puede contribuir al desarrollo de la lógica y la percepción humana sobre los fenómenos que ocurren.

Muchos de los temas que son parte del estudio de las matemáticas, son aplicables a la vida diaria y aunque a primera vista no parezca, pueden en la mayoría de las situaciones a comprender la realidad, mejorar y facilitar el quehacer cotidiano.

En este caso las funciones cuadráticas cumplen un papel importante en la vida de las personas, ya que permiten resolver algunos problemas de la vida cotidiana, en especial situaciones donde se requiere maximizar y minimizar. Esto significa que podemos encontrar el valor máximo o mínimo de alguna condición.

Es por ello que se han realizado algunas investigaciones, apoyadas en la didáctica de la matemática, para poder dar respuestas a las dificultades que presentan los estudiantes, cuando están en el aprendizaje de éste objeto matemático. Sin embargo, son respuestas para ciertas cuestiones que se pueden observar en los estudiantes, y que dan pauta para seguir buscando nuevas formas de abordar el estudio de la función cuadrática.

Pedro Gómez (1999) realizó una investigación en relación a la planeación didáctica de la función cuadrática por parte del futuro docente a nivel secundario, para que el estudiante se apropie del objeto matemático. En la cual esperaba que el docente abordara su trabajo diario de manera sistemática, reflexiva, utilizando

procedimientos, herramientas y técnicas fundamentadas en la didáctica de las matemáticas, las cuales le permitieran diseñar, evaluar y comparar las tareas y actividades de enseñanza y aprendizaje. Lo que observó es que las intuiciones didácticas de los futuros profesores de matemáticas son, en algunos aspectos, más complejos de lo que se podría esperar, para lo cual, considera importante la verificación de que los docentes hayan tenido alguna experiencia docente y que busquen construir el conocimiento didáctico de los estudiantes partiendo de las ideas y supuestos que conforman la intuición didáctica.

Vicentç Font (2001), en el artículo “Reflexiones didácticas desde y para el aula expresiones simbólicas a partir de gráficas. El caso de la parábola”. Hace referencia a otros autores que coinciden en la percepción de la importancia de las representaciones semióticas de un objeto matemático (incluyendo las conversiones y traducciones entre registros), ya que estas influyen en el tipo de comprensión generada por el estudiante; y recíprocamente, el tipo de comprensión del alumno determina el tipo de representación que puede utilizar.

La propuesta de investigación de Oaxaca Luna y Valderrama Bravo “Enseñanza de la Función Cuadrática interpretando su Comportamiento al variar sus Parámetros” (2000), tiene un acercamiento relativo a la matemática en contexto; además, los aspectos teóricos integrados en la propuesta hacen posible la construcción del concepto de función en forma sólida, de manera que el estudiante podrá desenvolverse con mejores acercamientos a las nociones matemáticas relacionadas con la definición de función. Consideran que es importante esta línea de investigación dado que a través de ella se promoverá al estudiante de concepciones dinámicas de fenómenos y de los modelos matemáticos asociados a esos fenómenos. Esta posibilidad de interacción dinámica con los ejemplos promoverá en el estudiante la construcción de imágenes mentales dinámicas que posiblemente lo ayudarán a entender mejor un concepto de función. Los resultados que obtuvieron es que los profesores deben ayudar a los estudiantes a desarrollar pensamiento sintético-geométrico y analítico-aritmético para que ellos puedan transitar en ambas formas, que induce a los alumnos a conocer las formas de solución de la ecuación cuadrática, pero se olvida de instruirlos en sus representaciones geométricas, y por último, en el mismo sentido están diseñados los libros de texto, inclinándose por el pensamiento analítico- aritmético o únicamente dan una introducción a sus representaciones de

situaciones gráficas y continúan resolviendo los problemas en forma algorítmica provocando que el alumno memorice o mecanice los métodos.

En estas investigaciones se aborda el objeto Función Cuadrática intramatemáticamente y en forma geométrica, hay trabajos donde se analiza la función cuadrática con el enfoque de variación, es decir, como Pre Cálculo. Con este último enfoque se encontraron las siguientes investigaciones:

En el trabajo de Félix Mendiivil (2005), elabora una propuesta de enseñanza mediante la tecnología CAS (utilizando la calculadora Voyage 200) para una mejor comprensión del concepto de función. En particular hace énfasis en el concepto de “razón de cambio”, el cual es fundamental tanto en el desarrollo teórico del cálculo como en sus aplicaciones.

La investigación de Rodríguez Lemus (2008) consistió: “en investigar el papel que puede jugar la transición del registro tabular a la expresión analítica en la organización de una secuencia didáctica que tiene por objeto el estudio de la variación cuadrática. Con el referente de que se cuenta con el apoyo de la calculadora Voyage 200 como recurso didáctico, el cual permite representaciones dinámicas que pueden facilitar la transición planteada”.

Mesa y Villa Ochoa (2007), en un avance de su investigación describen que el objetivo es “diseñar y validar una propuesta didáctica mediante la cual se pueda construir el concepto de función cuadrática vía la modelización de fenómenos de variación. Se dan a conocer los avances del proyecto en cuanto al rastreo histórico y la socialización de una situación didáctica de aprendizaje a la luz de la modelación matemática.

Villa Ochoa (2006) realizó un trabajo entorno a “El concepto de función cuadrática desde una perspectiva variacional.” aborda al estudio del concepto de función cuadrática como un elemento fundamental para el desarrollo del pensamiento variacional colocando un fuerte acento en los procesos de modelación de situaciones de variación. Donde pretende socializar algunas situaciones didácticas que involucran el uso de software matemático con el cual los estudiantes de un curso de pre-cálculo pueden llegar a comprender los elementos que intervienen en la función (concavidad, máximo/mínimo, crecimientos, etc.) desde la modelación de fenómenos de variación.

Ruiz Palmero y Sánchez Rodríguez (2005) tratan el estudio de la implementación de la metodología Webquest donde estudian la función cuadrática por su importancia no solo en el área de la disciplina sino por su tratamiento en otras disciplinas, también por el carácter propedéutico que permite prepararlos para estudios superiores, donde realizaron una muestra de dos grupos de estudiante de nivel secundaria que utilizaron las Tics y otro no; los resultados que obtuvieron de los dos grupos fue homogéneo en la primera fase.

Las Aplicaciones del Cabri-Géomètre II en la Enseñanza de la Función Cuadrática: Una Estrategia Constructivista Del Aprendizaje, investigación realizada por Valdez Rojo (2003), donde su objetivo es incorporar la tecnología al proceso de enseñanza buscando promover nuevas estructuras cognitivas en los estudiantes, generar guías didácticas que sean apoyo para el docente y alumno.

El resultado que obtuvo fue, al mediar la enseñanza de la función cuadrática con el Cabri, queda claro que es posible el desarrollo de diferentes habilidades cognitivas como la interacción constante de los diferentes sistemas de representación semióticos en el alumno y que están muy alejados de los que se promueven actualmente en nuestras aulas. Sin embargo, esto no será posible si el maestro no se actualiza en el campo de la matemática educativa y en el manejo de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación.

Rivera Pavón (2009) en la investigación realizada busca describir los resultados de los descubrimientos de los estudiantes de las propiedades y patrones que se presentan en el estudio de la función cuadrática, identificar y describir las estrategias utilizadas por los jóvenes al realizar las conversiones y tratamientos de las representaciones semióticas de la función cuadrática, así como las dificultades que tuvieron en la realización de las actividades en un ambiente computacional; donde comenta, que encontró más dificultades en los estudiantes en la conversión de la representación numérica a la algebraica, ya que la relación entre los datos no es tan visible como en una gráfica que nos surge el tipo de ecuación que se debe obtener.

Como puede verse las investigaciones analizadas dan la perspectiva de que el ambiente de aprendizaje posee elementos algorítmicos y heurísticos, donde el rol que asuma el profesor en cada una depende de su enfoque, y éste será determinante para alcanzar los resultados esperados.

1.3 Justificación

La enseñanza tradicional de las matemáticas en todo sistema educativo, se ha caracterizado por enfatizar el desarrollo de algoritmos y el manejo de procedimientos que contemplan una serie de fases que deben desarrollarse de manera sucesiva y en un determinado orden sobre los objetos matemáticos, sin prestar atención a la comprensión de los procesos. Con la pura enseñanza de algoritmos construimos parcialmente los conocimientos matemáticos, sin lograr que el estudiante comprenda de manera significativa los conceptos involucrados en una actividad didáctica.

La experiencia de investigadores y docentes en el campo educativo ha permitido observar que en las clases de matemática no se presta atención a la conversión entre las distintas representaciones de un objeto matemático. En particular, la enseñanza y el aprendizaje de la función cuadrática se enfoca únicamente en la conversión de su representación algebraica a la tabular, y por último se pasa a su representación gráfica empleando únicamente como recurso didáctico el lápiz, papel y pizarrón, haciendo con ello un aprendizaje parcial de la función cuadrática.

A los estudiantes se les dificulta identificar todas las propiedades de la función cuadrática en el ambiente gráfico (punto máximo o mínimo, crecimiento, decrecimiento, concavidad, puntos de corte con los ejes), en el ambiente algebraico distinguir sus diferentes representaciones simbólicas (forma estándar, canónica, multiplicativa.), así también, el cómo se relaciona la forma algebraica con la gráfica y el registro numérico, el identificar en la forma algebraica que si es cóncava hacia abajo o hacia arriba, si esta trasladada horizontal, vertical o ambas; de la forma gráfica a la algebraica como determinar los elementos que componen a la función cuadrática, en donde menos hay dificultad es el numérico, pero si nos quedamos en esta representación el estudiante no tendrá una visión completa de que es lo que representa la función cuadrática en la resolución de problemas.

Las limitaciones que se encuentran, es que se utiliza la representación numérica pero no le da la importancia como función, porque el estudiante solo realiza las operaciones numéricas, mas no identifica que se está utilizando una función, es decir, no percibe que el valor de una variable depende del valor que tome la otra variable, por lo que carece de una descripción de dimensión funcional. Esta carencia se aprecia en el momento que el estudiante solo le da valores a una variable para el

cuál encuentra otro valor y realiza la gráfica del par de números (coordenada), más no identifica que se trata de una relación entre variables, no le da el significado que debería ser a las variables y al proceso de resolución de la situación problema.

Por lo tanto, vemos que la función cuadrática en su representación gráfica es muy importante ya que se visualizan las propiedades de la misma, en la representación simbólica se aprecia las diversas formas. Así también hay muchos aspectos del entorno o de la vida cotidiana que se modelan por medio de la función cuadrática, he aquí el porqué de la importancia del estudio de este objeto matemático.

1.4 La Reforma Educativa en México 2006

En México se está implementado la Reforma Integral de Educación Media Superior (RIEMS), un modelo de formación de estudiantes basado en competencias, es decir, donde el estudiante interactúa y pone de manifiesto sus capacidades, habilidades y actitudes en el desarrollo de actividades correspondientes a cada asignatura con su medio ambiente que les permita un aprende a aprender, aprender hacer, aprender a ser.

Es decir, el estudiante, a partir de la apropiación de los contenidos fundamentales de las Matemáticas, desarrollará habilidades de pensamiento, comunicación, descubrimiento y transferencia (hacia otros contextos y hacia la misma Matemática) que le permitan resolver problemas y ser partícipe del desarrollo sustentable de su entorno.

Esto sin duda alguna se presenta grandes retos para los diversos actores del proceso educativo, especialmente al profesor, al requerir que éste haga suyo el proyecto y contribuya con su experiencia a la implantación del mismo en los procesos de aprendizaje del estudiante. Se propone que el profesor, a partir de sus nuevas experiencias, logre el acercamiento del estudiante a los contenidos programáticos mediante temas integradores y problematizaciones, tanto de la disciplina como de otras áreas del conocimiento, de tal manera que logre comprender que los contenidos de matemáticas no son ajenos a su vida cotidiana, ni son propios de seres humanos con capacidades sobresalientes. De esta manera podrán encontrar aplicación a los conocimientos que van construyendo en ésta y en otras áreas del saber.

El conocimiento previo de los estudiantes que ingresan al Nivel Medio Superior (NMS) alrededor de la función cuadrática es “Los contenidos que se estudian en nivel

secundaria, se organizaron en tres ejes: sentido numérico y pensamiento algebraico, forma, espacio y medida y el manejo de la información. Y dentro del objeto matemático bajo estudio (función cuadrática) el joven interpreta y representa, gráficamente y algebraicamente relaciones lineales y no lineales”

En el NMS la asignatura de cálculo se imparte en el cuarto semestre donde su propósito es “Desarrollar la capacidad del razonamiento matemático, mediante el análisis e interpretación de las relaciones entre dos variables que provienen de problematizaciones surgidas de la actividad humana y de los fenómenos naturales, en un ambiente propicio para el aprendizaje colaborativo. Se estudian los tipos de funciones y dentro de este tema se analiza la función cuadrática, de la cual, se trata de ver todas sus propiedades y aplicaciones en el campo profesional. Se requiere que el estudiante tenga las herramientas necesarias para determinar la optimización de recursos, así como las habilidades, destrezas y actitud responsable con el medio ambiente en el que se desenvuelve, con una construcción del aprendizaje significativo. Las palabras claves son: Máximos y mínimos, concavidad y simetría, rapidez de cambio, entre otras.

El papel del profesor es, entonces, el de mediador del aprendizaje, es decir, un facilitador en este proceso para guiar a los alumnos hacia la construcción de su conocimiento. Por lo tanto, deberá diseñar una propuesta didáctica basada en la integración de contenidos que se aborden a partir de temas integradores, los cuales permiten establecer una relación al interior de la disciplina y con otras disciplinas involucradas (principios de interdisciplinaridad y transdisciplinaridad).

Para la enseñanza, principalmente de los objetos matemáticos, es necesario articular el diseño de las actividades, considerando un balance de las competencias que se desean desarrollar. Puede ocurrir que éstas pongan su énfasis en aspectos más formales de las matemáticas, es decir, buscar formar en los estudiantes la capacidad de interpretar el entorno que los rodea matemáticamente, en cuyo caso se pone de manifiesto una visión más aplicada de las matemáticas.

Por consiguiente, el docente en su planeación didáctica, aparte de su conocimiento del objeto matemático, tiene que poner en juego ¿que desea que el estudiante aprenda?, de ¿qué manera?, y ¿cómo va evaluar el aprendizaje de dicho objeto matemático?, y si dicha planeación didáctica hay que mejorarla o cambiar de actividades.

1.5 Delimitación

Las limitaciones que se tienen para llevar a cabo este trabajo son:

- Las estrategias de metodologías se aplicarán solo en la asignatura de cálculo en el tema de funciones.
- La investigación se desarrollará en el CBTA 26, en la especialidad de Técnico Agropecuario.
- La asignatura de cálculo se imparte en el semestre Febrero – Julio de cada año escolar.

2. METODOLOGÍA Y OBJETIVO.

Metodología
Objetivo

2.1 Introducción

René Descartes (1596-1650), ha sido el más famoso genio del siglo XVII. Con él se coloca en la Historia una primera piedra divisoria, con respecto al pensamiento antiguo y medieval, y por eso se le suele llamar el “Padre de la Filosofía moderna”; Su idea central es la creación de un sistema filosófico completamente inexpugnable, libre de las críticas de los pensadores subsecuentes, y perfectamente garantizado en su verdad y en su orden lógico, similarmente a lo que sucedía en las Matemáticas, edificio mental sólidamente estructurado e inmune a las simples opiniones de cualquier profano en la materia.

En el Discurso del Método (Segunda Parte) describe sus famosas cuatro reglas metódicas, como sigue: Regla de la Evidencia, Regla del Análisis, Regla de la Síntesis, Regla de las Enumeraciones y Repeticiones; Por tanto, debemos permitir que la mente se percate, por sí misma, del asunto tratado, que el esfuerzo se divida en partes suficientes como para simplificar el trabajo, que se reconstruya la totalidad del esfuerzo, y que se revise globalmente el resultado. (Gutiérrez, 1990)

En este capítulo, hacemos una descripción de la cronología de las actividades a realizar para el diseño de la secuencia didáctica y el objetivo del trabajo.

2.2 Aspectos metodológicos

La mayoría de las veces, cuando un estudiante no aprende un determinado contenido de enseñanza, es porque dicho contenido no entra dentro

de su campo de afectividad, deseos o porque es de un nivel o dificultad de abstracción que está por encima de sus capacidades, por ello el aprendizaje no es suficientemente significativo, no teniendo otra posibilidad de aprendizaje que el de la iteración o repetición memorística, de aquellos conceptos que necesita aprender.

La matemática es una disciplina que en su proceso de aprendizaje requiere secuencia en el tratamiento de contenidos, es decir, hay temas antecedentes que permiten abordar conceptos que se encuentran ubicados posteriormente por ello se organiza el área del conocimiento mediante asignaturas que guardan un orden lógico para su tratamiento, por ejemplo: el álgebra es un antecedente para la solución de problemas que se presentan en geometría, trigonometría y asignaturas subsecuentes.

En la asignatura de cálculo diferencial el propósito es: el estudiante es competente al desarrollar la capacidad del razonamiento matemático, mediante el análisis e interpretación de las relaciones que existen entre dos variables que provienen de una problematización surgida de una actividad humana y de los fenómenos naturales, en un ambiente propicio para el aprendizaje colaborativo.

Esta asignatura es del cuarto semestre del Nivel Medio Superior (NMS), en la cual el estudiante se enfrenta con la problemática de definir que es una función y de identificar y diferenciar los tipos de funciones.

Es por ello que se propone seguir las siguientes etapas para el diseño de una secuencia didáctica que ponga en juego las competencias disciplinares y genéricas que marca la RIEMS y el objeto matemático “Función Cuadrática”.

- ✓ Se revisó los antecedentes en torno a la problemática en la enseñanza y el aprendizaje del concepto de función y función cuadrática. Además, se analizó los objetivos de la Reforma Integral de Educación Media Superior (RIEMS) en el campo disciplinar de la Matemática con el propósito de tener los referentes curriculares. Por último, analizamos investigaciones relacionadas con las teorías generadas en el seno de la Matemática Educativa, cuyos objetivos fueron: consultar investigaciones alrededor de la problemática de la función Cuadrática.

- ✓ Definir un marco Teórico del cual partir para analizar el objeto matemático “función cuadrática” y los obstáculos en su aprendizaje.
- ✓ Analizar el contexto de los estudiantes donde se desenvuelven para a partir de lo que ellos conocen y les llame la atención redactar las situaciones problemas.
- ✓ Desarrollar las actividades que los jóvenes van a realizar, considerando los conocimientos previos, el contenido matemático y las competencias genéricas a desarrollar.
- ✓ Desarrollar los indicadores de aprendizaje y de evaluación para cada actividad.
- ✓ Realizar prueba piloto para observar dificultades que se presenten en el estudiante al momento de desarrollar las actividades,
- ✓ Mejorar las actividades, entorno a las observaciones de las dificultades de los estudiantes.

El significado de secuencia didáctica a nivel medio superior son actividades que están en un orden de apertura, desarrollo y cierre, para cada contenido de la asignatura o bien para cada sesión de clase, donde en cada una, hay criterios de evaluación cognitiva, actitudinal y valorar.

Con base en la RIEMS, en el área de matemáticas, el programa propone ocho competencias disciplinares para que el estudiante desarrolle; de las cuales, se considerara la competencia:

- ✓ Interprete tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos

Y en relación a las competencias genéricas se retomará: Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.

Con los atributos:

- ✓ Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.

- ✓ Identifica las ideas clave en un texto o discurso oral e infiere conclusiones a partir de ellas.

El objetivo de las actividades, es que el estudiante conceptualice, interprete, visualice y de respuestas a situaciones problemas de su entorno donde se encuentre involucrada la función cuadrática. De esta manera favorecer en el desarrollo de las habilidades cognitivas y actitudinales.

En la manera en cómo sean redactadas las actividades es donde surge la significación; es decir, el orden en que el estudiante utilice sus conocimientos previos para llegar al objeto matemático en juego (Función cuadrática) y obtener solución a la situación planteada; considerando también que sea al mismo tiempo pauta para otro objeto matemático (por ejemplo, límite, derivada, etc.), y así desarrollar en el joven, las competencias disciplinares que la RIEMS está proponiendo.

Y basándonos en lo expuesto, se manifiesta el siguiente cuestionamiento ¿Cómo desarrollar en el estudiante la habilidad para que articule los contenidos cognitivos, procedimentales y actitudinales del tema de función cuadrática por medio de situaciones problemática de la vida cotidiana?

2.3 Objetivo Específico

Fomentar en el estudiante una educación autónoma, es decir, diseñar una propuesta didáctica que le permita el desarrollo de su conocimiento, habilidades y actitudes en el objeto matemático “Función Cuadrática”, mediante el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática dentro de la asignatura de cálculo en el tema de funciones.

3. ELEMENTOS TEÓRICOS

Análisis didáctico,
Sistemas de representación semióticas,
Competencias disciplinares y genéricas de la RIEMS
Momentos básicos de actividades en una secuencia didáctica
RIEMS

3.1 Introducción

El que hacer de un docente sin los conocimientos más básicos acerca de lo que la matemática verdaderamente ha sido y de lo que representa para la vida cotidiana actual, para la ciencia y la tecnología, que carece él mismo del dominio adecuado desde diversos puntos de vista de los mismos temas elementales en los que debería introducir a sus alumnos, se encontrará claramente desbordado ante la tarea de tratar de generar una actitud apropiada frente a las matemáticas que les estimule para realizar los esfuerzos que les conducirán a dominar las destrezas mínimas necesarias para el quehacer matemático.

Este capítulo expresa una reflexión e ideas de la importancia del conocimiento didáctico del docente de matemáticas y el papel del análisis didáctico en el diseño, puesta en práctica y evaluación de actividades de clase. Así como, el papel que juegan las nociones de estructura conceptual, sistema de representación y las competencias genéricas y disciplinar como herramientas conceptuales y metodológicas para la práctica docente del profesor de matemáticas.

3.1 Análisis Didáctico.

Gómez (2001), trata de reformular la noción de trayectoria hipotética del aprendizaje y mostrar con mayor detalle el carácter cíclico y sistémico del análisis didáctico. Para ello menciona que la trayectoria hipotética de aprendizaje tiene tres componentes, relacionados entre sí: la visión que el profesor tiene del objetivo de aprendizaje, la planificación del profesor para las actividades de aprendizaje y las hipótesis del profesor acerca del proceso de aprendizaje. El objetivo de aprendizaje es la guía que le permite al profesor decidirse por unas actividades de aprendizaje. Esa decisión la toma teniendo en cuenta también sus hipótesis acerca del proceso de aprendizaje. Y estas actividades afectan, a su vez, sus hipótesis sobre el proceso. El centro de la propuesta consiste en sugerir que éste es un proceso dinámico y cíclico.

La expresión de “análisis didáctico” se ha usado con múltiples significados de acuerdo a la visión de cada investigador y su propósito. En este caso retomaremos la visión de Pedro Gómez (2005) como una herramienta para la planeación de clases.

Donde Pedro Gómez propone: si un docente aborda su trabajo diario de manera sistemática y reflexiva, basándose en un conocimiento profesional, entonces debe conocer y utilizar principios, procedimientos, herramientas y técnicas que, fundamentados en la didáctica de la matemática, les permitan diseñar, evaluar y comparar las tareas y actividades de enseñanza y aprendizaje que pueden conformar su planificación de clase. Por lo tanto, hay que diferenciar entre los problemas de diseño curricular global (para la totalidad de una asignatura, por ejemplo) y los problemas de diseño curricular local (para una unidad didáctica o una hora de clase sobre una estructura matemática específica o uno o más aspectos de ella).

En este nivel (planeación local), el profesor debe tener en cuenta la complejidad del contenido matemático desde diversos puntos de vista: “cuando las matemáticas se enseñan desde una perspectiva pluralista, entonces se pueden ver desde múltiples perspectivas —perspectivas que motivan a los profesores a considerar no solamente los diferentes significados de las

matemáticas, sino también su diversidad en su enseñanza” (Cooney, 2004, p. 511).

Si enfocamos únicamente los problemas de diseño curricular global (con el esquema de objetivos, contenidos, metodología y evaluación), entonces el profesor tiende a ver la planificación como la secuenciación de contenidos matemáticos y a considerar la enseñanza como el “cubrimiento” de estos contenidos. Al no tener en cuenta las problemáticas conceptuales, cognitivas y de instrucción de las estructuras matemáticas específicas, el profesor tiene que describir los objetivos, la metodología y la evaluación en términos generales. Por lo tanto, lo que diferencia a las distintas parcelas del diseño curricular global son los contenidos (Rico, 1997b, pp. 40-41).

Cuando tratamos a nivel local los problemas de diseño curricular y nos concentramos en una estructura matemática específica, es posible ampliar esta visión de la planificación y de la enseñanza (p. 55). El análisis didáctico, introducido por Rico (1992, § III.2.1; 1997b, p. 55) es una conceptualización de ese nivel de la planificación. Es un procedimiento con el que es posible explorar, profundizar y trabajar con los diferentes y múltiples significados del contenido matemático escolar, para efectos de diseñar, llevar a la práctica y evaluar actividades de enseñanza y aprendizaje.

Es decir, análisis didáctico es un procedimiento compuesto por cuatro análisis (**contenido, cognitivo, instrucción, actuación**) en virtud del cual el profesor puede diseñar, llevar a la práctica y evaluar unidades didácticas.

Cada uno de estos análisis consiste en:

- ✓ **Análisis de contenido:** el profesor busca producir una descripción estructurada y sistemática del contenido matemático desde la perspectiva didáctica. Para ello, él debe construir la estructura conceptual de este contenido, en la que sea posible identificar los conceptos y procedimientos involucrados, junto con los sistemas de representación que permiten referirse a esos conceptos y procedimientos. Adicionalmente, el profesor debe realizar un análisis fenomenológico que le permita identificar los fenómenos naturales, sociales y matemáticos que pueden ser modelizados.

- ✓ **Análisis cognitivo:** este análisis le permite al docente identificar las dificultades y los errores que los estudiantes pueden tener y cometer una vez que realicen actividades relacionadas con el contenido matemático.
- ✓ **Análisis de instrucción:** análisis en el cual, el docente debe tener en cuenta los materiales y recursos disponibles para la actividad y debe hacer una caracterización de los diversos tipos de actividades que es posible diseñar para el contenido matemático.
- ✓ **Análisis de actuación:** Etapa en la que el docente determina las capacidades que los escolares han desarrollado y las dificultades que pueden haber manifestado hasta ese momento.

El realizar el análisis didáctico, es un proceso dinámico, cíclico y sistémico. La información que se produce en una de las etapas del análisis permite rediseñar otra etapa y los resultados de esta reformulación pueden afectar el análisis original.

La siguiente figura muestra la interrelación entre las etapas del análisis didáctico y el conocimiento didáctico del docente.

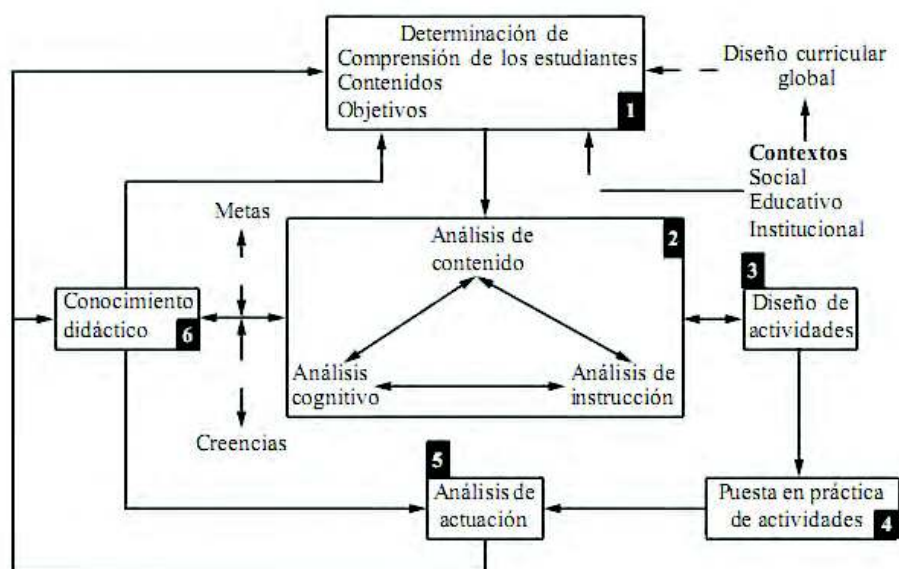


Figura 1.- Ciclo del análisis didáctico en el diseño de actividades.

El contenido matemático es el eje central del análisis didáctico. El proceso de planificación, puesta en práctica y evaluación de las actividades de enseñanza y aprendizaje se refiere a una estructura matemática específica.

La construcción de la estructura conceptual es un proceso que se inicia con la identificación de los conceptos y algunas de sus relaciones pero que se desarrolla en la medida en que se tienen en cuenta los registros de representación semiótica, los modelos y los fenómenos asociados.

3.2 Registros de Representación semiótica

Raymond Duval en el artículo “semiosis y pensamiento humano, registros semióticos y aprendizajes intelectuales” comenta que “el aprendizaje constituye un campo de estudio privilegiado para el análisis de actividades cognitivas fundamentales como la conceptualización, el razonamiento, la resolución de problemas e incluso la comprensión de texto”.

Una característica del aprendizaje de las matemáticas hace que estas actividades cognitivas requieran de la utilización de sistemas de expresión y representación distintos al lenguaje natural o de las imágenes.

Así también comenta que, no puede haber comprensión en matemáticas si no se distingue un objeto de sus representaciones. Toda confusión entre el objeto y su representación provoca, en un plazo más o menos amplio, una pérdida en la comprensión.

Define a una representación semiótica, como aquellas producciones constituidas por el empleo de signos para exteriorizar sus representaciones mentales, es decir, para hacerlas visibles o accesibles a otros. De donde define:

Semiosis: la aprehensión o la producción de una representación semiótica

Noesis: los actos cognitivos como la aprehensión conceptual de un objeto.

A lo cual realiza el comentario de que no hay NOESIS sin SEMIOSIS, lo que conlleva a la siguiente conjetura “la comprensión en matemáticas asume la coordinación de al menos dos registros de representación semiótica”.

Hay dos tipos de transformaciones de representaciones semióticas que son radicalmente diferentes: tratamientos y conversiones.

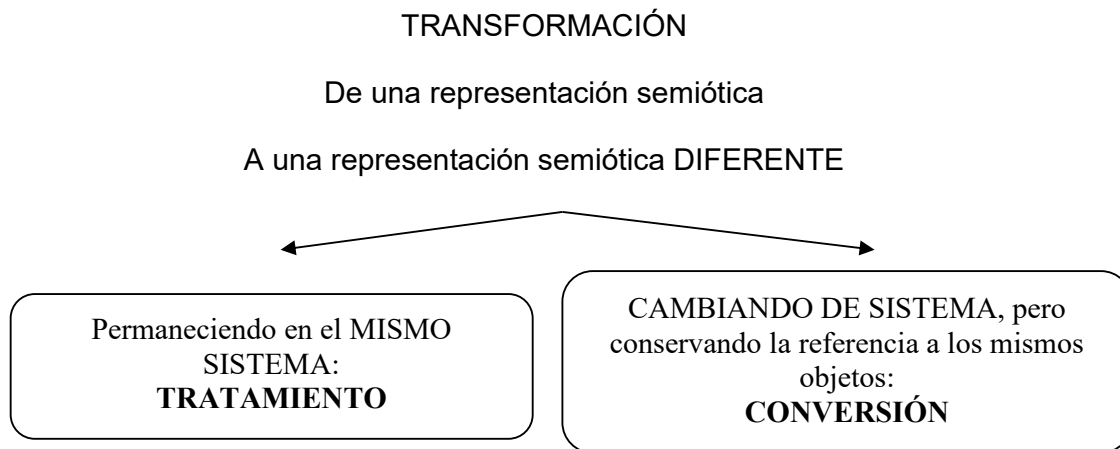


Figura 2.- Diferencia de transformaciones semióticas.

Los **tratamientos** son transformaciones de representaciones que suceden dentro del mismo registro: por ejemplo, llevar a cabo un cálculo mientras se permanece estrictamente en el mismo sistema de notación para representar los números, resolver una ecuación o sistema de ecuaciones, completar una figura usando criterios preceptuales de conectividad o simetría, etc.

Las **conversiones** son transformaciones de representaciones que consisten en el cambio de un registro sin cambiar los objetos denotados: por ejemplo, pasar de la notación algebraica de una ecuación a su representación gráfica, pasar del enunciado de una relación en lenguaje natural a su notación usando letras, etc., desde un punto de vista cognitivo la actividad de conversión parece ser la transformación representacional fundamental, aquella que guía a los mecanismos subyacentes al entendimiento

Además, comenta:

- ✓ Los tratamientos que se pueden realizar dependen del sistema representación de semiótica utilizado.
- ✓ La conversión de representaciones (cambio de registro) no puede reducirse a un tratamiento.
- ✓ Dos representaciones semióticas del mismo objeto matemático en dos registros no tienen el mismo contenido.

Para ello tendremos en cuenta los siguientes registros de representación:

- ✓ Registro verbal. Cuando el lenguaje común es el que se utiliza para representar situaciones del mundo real.
- ✓ Registro analítico. Cuando se hace referencia a la definición de algún concepto mediante una expresión algebraica.
- ✓ Registro simbólico. Cuando se da la definición de un concepto mediante expresiones simbólicas sustentadas por las reglas de la lógica formal.
- ✓ Registro figural. Cuando se expresa algún concepto mediante una figura.
- ✓ Registro algebraico. Cuando se llega a la expresión final por medio de operaciones algebraicas.
- ✓ Registro tabular. Cuando los valores numéricos se organizan en una tabla de valores.
- ✓ Registro numérico. Cuando se realizan todas las evaluaciones que conllevan y que están involucradas en el método de cálculo.
- ✓ Registro gráfico. Corresponde a la representación en el plano cartesiano, incluyendo los convenios implícitos en la lectura de gráficos (interpretación de ejes coordenados, de unidades, de corte o cruce de la gráfica con respecto al eje x, etc.).

Considerando los diferentes tipos de representación, podemos definir variables independientes específicas para contenidos cognitivos y, así, organizar las propuestas didácticas para desarrollar la coordinación de registros de representación.

3.3 Competencias genéricas y disciplinar

En la etapa del análisis cognitivo, se requiere que el docente determine como los estudiantes pueden progresar en la construcción de su conocimiento sobre la estructura matemática cuando se enfrenten a las tareas que compondrán las actividades de enseñanza y aprendizaje. Se identifican y describen las dificultades que los alumnos pueden enfrentar y los errores que los alumnos pueden cometer al realizar las tareas que componen las actividades de

instrucción”, es decir, requiere determinar las competencias que es estudiante desarrollara en las actividades propuestas, de la misma manera identificar los posibles errores o conflictos que pudieran tener en la realización de la mismas.

Dentro de la Reforma Integral de Educación Media Superior (RIEMS) en México, La propuesta educativa que se establece en el Marco Curricular Común (MCC) se orienta a lograr aprendizajes significativos para los estudiantes, que favorezcan el aprendizaje a lo largo de la vida. Por ello, la mejora de los programas que se ha llevado a cabo procura avanzar en el despliegue de una educación centrada en el aprendizaje, que ha orientado el diseño y la operación de los programas del Bachillerato tecnológico desde 2004.

El desarrollo de las competencias conlleva la realización de experiencias de aprendizaje que permitan articular conocimientos, habilidades y actitudes en contextos especioso, para lograr aprendizajes más complejos. Adoptar este enfoque de competencias permite precisar conceptos, procesos y formas de relación que favorecen en los estudiantes la adquisición de conocimientos, a partir de las significaciones de lo aprendido en la escuela, el mundo y la vida.

El programa de estudio y contenidos del campo de las matemáticas tiene el propósito general *“El estudiante a partir de la apropiación de los contenidos fundamentales de las matemáticas desarrollara habilidades de pensamiento, comunicación descubrimiento y transferencia (hacia otros contextos y hacia la misma matemática) que le permita usarla en la resolución de problemas y sea participe del desarrollo sustentable de su entorno”*.

Las intenciones educativas de la Matemática se explicitan a través de competencias disciplinares básicas que irán desarrollando los estudiantes al participar en la construcción de sus saberes. La propuesta metodológica para tal fin la diseña el docente mediante estrategias centradas en el aprendizaje. Estas competencias se describen a continuación:

(Amparado en el ACUERDO número 444 publicado en el Diario Oficial de la Federación del martes 21 de octubre de 2008, por el que se establecen las competencias que constituyen el marco curricular común del Sistema Nacional de Bachillerato)

El propósito formativo de la materia de matemáticas se explicita a través de competencias:

1. Construye e interpreta modelos matemáticos deterministas o aleatorios mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos,

geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales o formales.

2. Propone, formula, define y resuelve diferentes tipos de problemas matemáticos buscando diferentes enfoques.
3. Propone explicaciones de los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.
4. Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos y variacionales, mediante el lenguaje verbal y matemático.
5. Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento.
6. Cuantifica, representa y contrasta experimental o matemáticamente magnitudes del espacio que lo rodea.
7. Elige un enfoque determinista o uno aleatorio para el estudio de un proceso o fenómeno, y argumenta su pertinencia.
8. Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.

La concreción de las competencias disciplinares básicas de la Matemática se puede observar en la propuesta de intervención para el logro de aprendizajes que hace el docente, donde los propósitos de la secuencia didáctica hacen referencia a las citadas competencias y que además se desarrollan en las distintas actividades que se proponen para la construcción de aprendizajes de los estudiantes.

Lo mismo sucede con las competencias genéricas, solo que en el caso de éstas se pueden localizar con mayor puntualidad en la propuesta de actividades de la secuencia didáctica. Cabe hacer mención que las competencias genéricas deben verse reflejadas transversalmente en la matemática y en sí en todas las asignaturas y módulos profesionales que integran el currículo.

El enfoque de una educación basada en la formación y desarrollo de competencias conlleva a que el perfil de egreso de los estudiantes del NMS sea posible de formar solo si las diferentes áreas del conocimiento, desde sus

contenidos, contribuyen a formarlo. Tal situación lleva a presentar las siguientes consideraciones.

- ✓ Las competencias genéricas en su totalidad están relacionadas con todas y cada una de las asignaturas y módulos profesionales que componen el plan de estudios.
- ✓ Todas las competencias se deben desarrollar, en menor o mayor grado, en cada asignatura o módulo profesional.
- ✓ Las propuestas de intervención del maestro para el logro de aprendizajes de los estudiantes son diversificadas y dependerá mucho de éstas para que se favorezcan o se inhiban la formación de cierto tipo de competencias.
- ✓ Los contenidos de los programas de estudio (fáctico/conceptual, procedimental/metodológico y actitudinal/axiológico), que deben ser indisolubles, permiten según el tipo de actividad favorecer una u otra competencia.
- ✓ Las competencias básicas de la disciplina tienen una relación más directa con los atributos o criterios que se marcan en cada una de las competencias genéricas, aunque esto no indica correspondencias directas.
- ✓ Los ejemplos prácticos de relación entre las competencias genéricas y las disciplinares básicas se deben generar a partir de relacionar contenidos - actividades. Relaciones del tipo que se proponen se localizan en las secuencias didácticas del BT, aunque en éstas se establecen relaciones con las competencias específicas de las Matemáticas.

3.4 Momentos básicos de actividades en una secuencia didáctica

Las estrategias didácticas constituyen la propuesta pedagógica hacia la cual se han enfocado de manera especial los esfuerzos para la mejora de la operación de los programas; por ello, en esta nueva versión los ejemplos se despliegan bajo nuevas formas de presentación, con énfasis en los criterios que conserven coherencia a cada secuencia, entre los cuales destacan los siguientes:

- a) La enunciación de un propósito formativo que incluye los contenidos conceptuales, procedimentales y actitudinales sobre los cuales están organizados los contenidos.
- b) El énfasis en el desarrollo de las secuencias didácticas en tres momentos: apertura, desarrollo y cierre, para procurar la recuperación de los conocimientos previos acerca de los conceptos clave para el desarrollo de los aprendizajes.
- c) El despliegue de los atributos pertinentes de las competencias genéricas.
- d) El despliegue de las competencias disciplinares básicas y su articulación con las competencias genéricas.
- e) La integración de la evaluación de los aprendizajes en la planeación de las secuencias didácticas, tomando en cuenta los atributos de las competencias genéricas y las competencias disciplinares básicas.
- f) La propuesta de un instrumento de registro de la secuencia didáctica, que incluye los elementos metodológicos indispensables para realizar la planeación de las estrategias centradas en el aprendizaje, contemplando la articulación de competencias.

De acuerdo con las estrategias educativas centradas en el aprendizaje, cabe recordar que las secuencias didácticas contienen tres momentos básicos:

- ✓ Actividades de apertura: Identifican y recuperan saberes, conocimientos previos y pre concepciones.
- ✓ Actividades de desarrollo: Relacionan los saberes, los conocimientos previos y las preconcepciones con el conocimiento científico.
- ✓ Actividades de cierre: Utilizan eficazmente los conocimientos científicos contruidos durante la secuencia

Las estrategias centradas en el aprendizaje no deben partir de conceptos abstractos o de algoritmos, que no son parte de la realidad de los estudiantes, esto permitirá que se apropien del conocimiento, que aprendan a aprender, a razonar y a pensar; esto es, transiten de decir “permíteme recordar” a “permíteme pensar” cuando se les presente un problema.

El papel del docente, será entonces, el de ser mediador del aprendizaje, un facilitador en ese proceso y llevar a los alumnos hacia la construcción de su conocimiento, mediante la selección de temas integradores que les permitan establecer una relación al interior de la materia y con otras materias involucradas.

Se propone que los estudiantes sean personas críticas y propositivas que por medio del trabajo colaborativo asuman los valores de solidaridad, libertad y justicia, que éstos sean parte de su forma de ser y los lleven a cabo en sus actividades diarias, y además que sean conscientes de que pertenecen a una sociedad globalizada.

Así mismo, consideren el conocimiento como un proceso mediante el cual reencuentren la relación de la matemática con otras materias y con su entorno.

4. DESARROLLO DEL ANÁLISIS DIDÁCTICO PARA EL DISEÑO DE UNA SECUENCIA DIDÁCTICA

Diseño de secuencia didáctica

4.1 Introducción

Bruner (1997), Rudduck (1999) en Ramos (2002) mencionan que innovar en la escuela es iniciar un proceso dialéctico entre ideas, -lo que se quiere o intenta hacer- y la acción, - lo que se hace-, que permita cuestionar y cambiar teorías psicológicas del profesorado, la estructura y cultura organizativa de la propia institución, el curriculum, la organización y distribución espacio-temporal, las relaciones de poder y como éste se concreta en la práctica, las relaciones que la institución mantiene con el entorno, sin olvidar la importancia de modificar la actitud del estudiante ante la actividad educativa.

Ramos (2002) comenta que innovar no es solo cambiar la práctica docente, sino cambiar los valores, las creencias, y las ideas que fundamentan la acción del profesorado y del estudiante.

El objetivo de este capítulo es desarrollar la secuencia didáctica mediante las etapas del análisis didáctico. Como vimos en el capítulo anterior, la visión de Pedro Gómez (2005) el análisis didáctico es una herramienta para la planeación de clase que permitirá innovar el que hacer docente que se reflejará en el aprendizaje del estudiante.

4.2 Desarrollo del Análisis Didáctico

Retomando la visión de Pedro Gómez del análisis didáctico como herramienta para la planeación de clase, comenzaremos a desarrollar cada análisis que lo comprende.

4.2.1 Análisis de contenido

“Es el procedimiento en virtud del cual se identifica, organiza y selecciona los significados de un concepto matemático que considera relevantes para efectos de la planificación de la instrucción. En esta etapa se realizará una indagación para conocer el objeto mismo en todas sus diferentes representaciones desde la perspectiva didáctica, así como un análisis fenomenológico que le permita identificar los fenómenos naturales, sociales y matemáticos que pueden ser modelizados por sub estructuras matemáticas contenidas en la estructura anterior” (Gómez, 1999)

En este caso el objeto matemático a analizar es la función cuadrática y realizaremos el análisis de contenido con el sistema de representaciones semióticas de Duval, que a continuación se presenta:

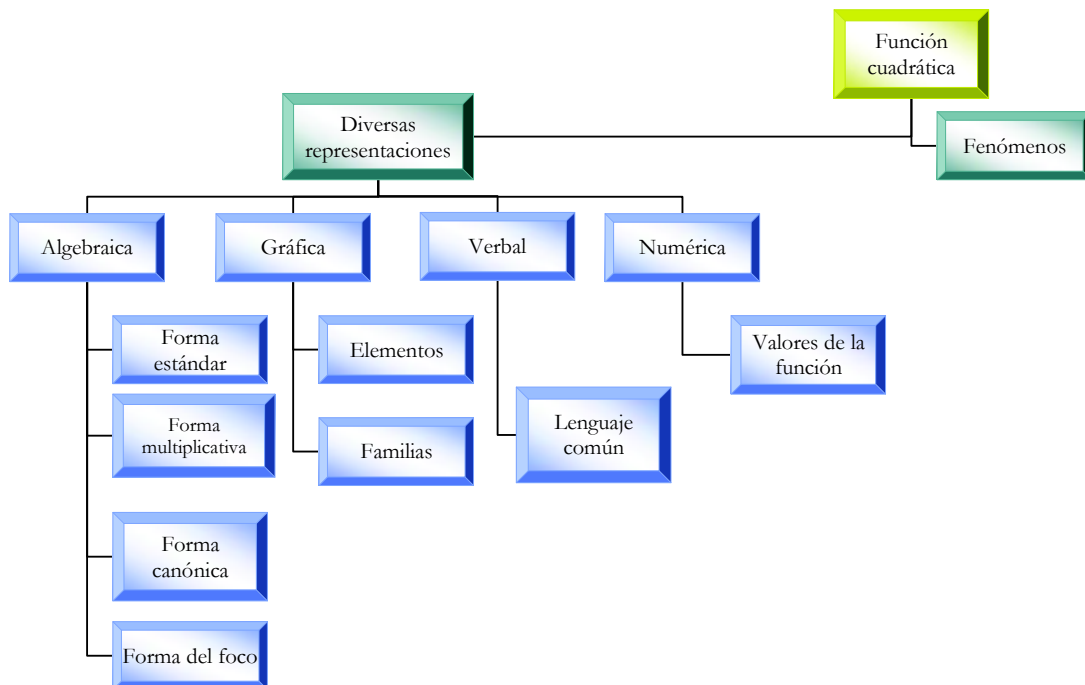


Fig. 3 Sistema de representaciones de la Función Cuadrática

Se puede observar dentro de la representación algebraica se encuentran cuatro formas, donde cada una involucra una serie de parámetros que determinan características particulares de la función cuadrática, como se puede observar en la siguiente figura.

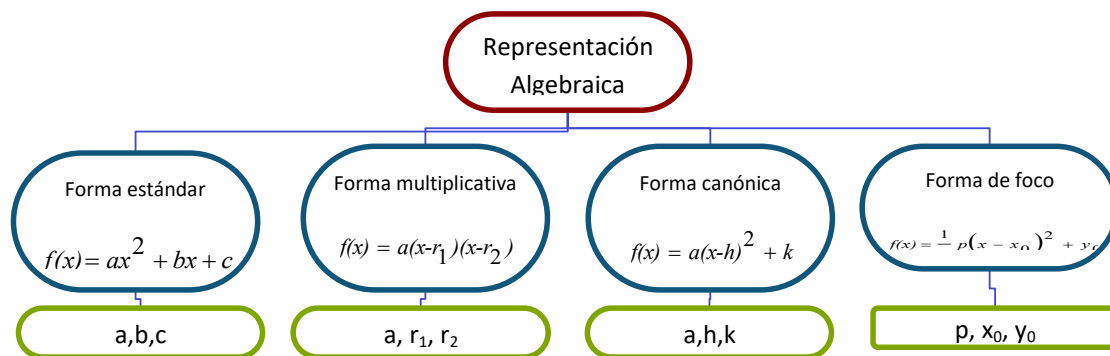


Fig. 4 Desglose de la representación algebraica de la Función Cuadrática

En la siguiente figura 3, se observan algunos de los procedimientos para transformar una forma simbólica en otra y algunas de las posibles relaciones entre fenómenos y subestructuras de la función cuadrática que les pueden servir de modelo. Y también se observa una primera aproximación a la relación entre el sistema de representación algebraico y el sistema de representación gráfico (se llama, conversión entre sistemas de representación). Esta relación se establece entre elementos de las diferentes formas algebraicas (parámetros) y elementos de la representación gráfica (punto máximo, intervalo crecimiento o decrecimiento, concavidad), aunque en la figura 3 no se representan todas ellas, pero se alcanza a observar la complejidad del objeto bajo estudio.

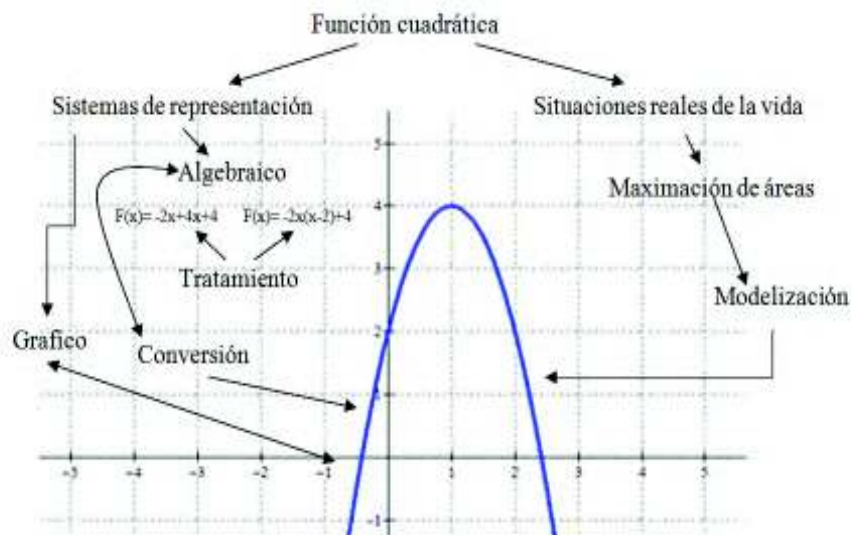


Fig. 5 Identificación de tratamiento y conversiones en el sistema de representación semiótica.

Dentro de la representación gráfica se hacen patentes otras características de la función cuadrática. Allí aparecen diversos elementos (dominio, contra dominio, puntos máximos o mínimos, intervalos de crecimiento o decrecimiento, tipo de concavidad) que permiten apreciar el papel de los parámetros de la representación algebraica, esto también permite relacionar los valores numéricos de las variables relevantes involucradas en un fenómeno, establecer escalas adecuadas para el tratamiento de este registro, además de observar y hacer conjeturas aproximadas al comportamiento de dicho fenómeno.

El sistema de representación numérico busca describir algunas de las características de la función cuadrática desde la perspectiva de sus valores numéricos, en donde es posible apreciar algunas características y elementos identificados en las representaciones algebraica y gráfica. Así una tabla nos proporciona información referente a las variables relevantes que intervienen en un fenómeno y las unidades en que están representadas, nos presenta valores numéricos con los cuales podemos hacer un tratamiento de este registro mediante el cálculo de diferencias y nos indica cuál es la variable independiente y dependiente.

En este ciclo del diseño de la secuencia se considerará en el registro algebraico la representación multiplicativa y estándar, ya que estas representaciones, son

las más rápidas de emerger por el estudiante al momento de estar analizando una situación de la vida cotidiana.

Del registro gráfico se determinarán los elementos que constituyen en cada registro algebraico, por ejemplo:

Registro algebraico	Registro gráfico
$f(x) = ax^2 + bx + c$;	a = Cuanto mayor sea a (en valor absoluto), más cerrada será la parábola. Las ramas van hacia arriba si $a > 0$ o hacia abajo si $a < 0$. b = ayuda a obtener la coordenada del punto máximo o mínimo de la función $-\frac{b}{2a}$. c = c unidades hacia arriba o hacia abajo, según el signo de c.
$f(x) = a(x-r_1)(x-r_2)$	a = Cuanto mayor sea a (en valor absoluto), más cerrada será la parábola. Las ramas van hacia arriba si $a > 0$ o hacia abajo si $a < 0$. r_1 = Es una raíz, es decir, un valor de x donde el valor de la función es igual a cero. r_2 = Es una raíz, es decir, un valor de x donde el valor de la función es igual a cero.

Tabla 1.- Conversión entre el registro algebraico y gráfico

Esta visualización de la relación del registro algebraico con el gráfico hace que se considere de mayor importancia a la expresión algebraica, porque se puede utilizar con diversos métodos matemáticos, para obtención de los parámetros y propiedades de la función cuadrática. Es decir, se realizará la conversión entre el registro algebraico y el gráfico, y del registro gráfico al numérico.

En el registro verbal, el estudiante argumenta diversas preguntas con relación a la gráfica, expresión algebraica y a la representación numérica que vaya realizando en el transcurrir de la actividad.

Al abordar el registro numérico, se le pedirá que analice el patrón de las cantidades, de las cuales le permitirá obtener donde se encuentra el valor mínimo o máximo de la función, concavidad, intervalos de crecimiento o decrecimiento, variable independiente y dependiente. Para la determinación de la concavidad y de los intervalos de crecimiento y decrecimiento se utilizarán las diferencias de primer orden de la variable dependiente (tanto la variación absoluta como la variación relativa), así como las diferencias de segundo orden de la variable dependiente. En este caso se realizará las conversiones de la representación numérica a la algebraica.

El estudio de la variación cuadrática pretende contribuir a una mejor comprensión del concepto de función; para esto, se hace uso de las propiedades de la función cuadrática. Representando gráficamente las diferencias de primer orden de la variable dependiente, así como las diferencias de segundo orden de la variable dependiente. [Félix, 2006].

Definiendo las variaciones:

	Estado Inicial	Cambio	Estado Final	Variación
	↓	↓	↓	↓
Variable Independiente	x_i	$\Rightarrow$	$x_i + \Delta x$	Δx
	↓		↓	↓
Variable Dependiente	$f(x_i)$	$\Rightarrow$	$f(x_i + \Delta x)$	$f(x_i + \Delta x) - f(x_i) = \Delta f$

Se define la variación relativa como el cociente de las primeras diferencias.

$$\text{Var. Relativa} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Dada una tabla de valores, donde las segundas diferencias de y son iguales a una constante ($\Delta^2 y = k$), entonces $y = ax^2 + bx + c$.

Si $\Delta^2 y = k < 0$ entonces la concavidad de la gráfica de la función es hacia abajo.

Si $\Delta^2 y = k > 0$ entonces la concavidad de la gráfica de la función es hacia arriba.

El coeficiente a del término cuadrático está dada por:

$$a = \frac{\Delta^2 y}{2(\Delta x)^2}$$

Donde, $\Delta^2 y = ka$ con una k constante, igual a $2(\Delta x)^2$ siempre y cuando Δx sea constante.

La conexión funcional entre las representaciones, puede enunciarse en el lenguaje matemático de esta forma:

Si $\Delta x = 1$ entonces las “diferencias de aumentos”, “diferencias de diferencias” o segundas diferencias, son constantes e iguales al doble del coeficiente a :

$$\Delta^2 y = 2a$$

La conexión funcional entre las representaciones, puede enunciarse en el lenguaje matemático de esta forma:

Si $\Delta x = 1$ entonces las “diferencias de aumentos”, “diferencias de diferencias” o segundas diferencias, son constantes e iguales al doble del coeficiente a :

$$\Delta^2 y = 2a$$

Considerando que esta fórmula no es un procedimiento absoluto. Esto es válido sólo en el caso de que los valores de y efectivamente modelen un fenómeno de variación cuadrática.

El análisis de contenido permite al docente tener la visualización de los objetos matemáticos y los objetivos de que se pretende lograr en relación al objeto matemático.

4.2.2 Análisis cognitivo

“En esta etapa se describe como los estudiantes pueden progresar en la construcción de su conocimiento sobre la estructura matemática cuando se enfrenten a las tareas que compondrán las actividades de enseñanza y aprendizaje. Se identifican y describen las dificultades que los alumnos pueden enfrentar y los errores que los alumnos pueden cometer al realizar las tareas que componen las actividades de instrucción” (Gómez, 2007)

Los estudiantes a quien está dirigida la propuesta, en niveles anteriores de educación han manejado gráfica y algebraicamente a $f(x) = x^2$; como solo darle valor a “ x ” y obtener otro valor para $f(x)$, y esa pareja de números graficarlos en el plano cartesiano, es decir realizan operaciones donde utilizan la expresión algebraica de la función en el registro numérico y realizan solo la conversión al gráfico para obtener su trayectoria en el plano cartesiano. Por lo que se podrían tener algunas dificultades para realizar algunos tratamientos y conversiones en los registros (gráfico, verbal, algebraico).

Considerando la RIEMS, que propone en su Marco Curricular Común, que los contenidos sean abordados desde actividades del entorno del estudiante, que le sean familiares y de interés, con ello motivar y que sea significativo el aprendizaje de los contenidos.

De esta manera, la competencia relativa a fenomenología debe incluir que los escolares sean capaces de: (1) reconocer y describir situaciones y contextos de su entorno, o del mundo real, que estén relacionados con un tópico matemático; y (2) reconocer si un tópico matemático puede o no representar una situación o problema real.

Los problemas que forman parte de la experiencia cotidiana, y sus soluciones, pueden presentarse en una amplia variedad de situaciones y contextos; los cuales permiten establecer la localización de un problema en términos de los fenómenos de los que surge la situación problemática. Esos fenómenos, y por tanto aquellos problemas que se planteen a partir de ellos, pueden organizarse según situaciones y contextos.

La propuesta metodológica se concreta a partir de situaciones problémicas, mediante las cuales se busca la formación de competencias genéricas y propias de la disciplina que le permitan al estudiante un desempeño acorde a su nivel de formación; que desarrolle su pensamiento categorial mediante el uso de sus capacidades y habilidades, conocimientos y actitudes.

Para el caso de los significados de la Figura 4, algunos ejemplos de capacidades son identificar, comunicar, mostrar, utilizar y justificar:

1. El procedimiento de completar cuadrados,
2. Los parámetros de las diferentes formas algebraicas (estándar y multiplicativa),
3. Los elementos de la representación gráfica (punto máximo o mínimo, intervalos de crecimiento, concavidad, etc.) y
4. Los procedimientos de transformaciones gráficas.

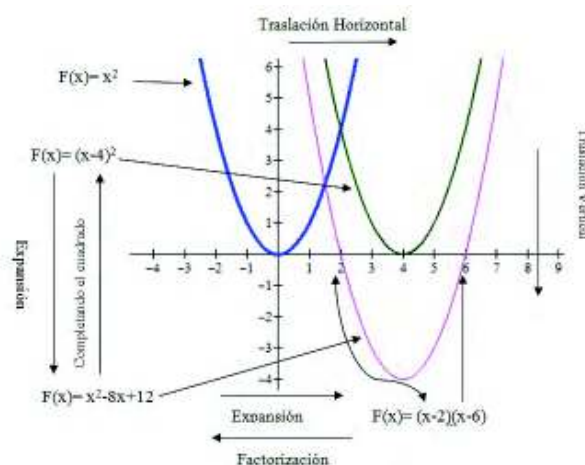


Fig. 6 Distintos tratamientos y conversiones entre el registro gráfico y algebraico

La Reforma Integral Educación Media Superior propone ocho competencias disciplinares en el área de las matemáticas, las cuales se presentan a continuación:

1. Construye e interpreta modelos matemáticos deterministas o aleatorios mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales o formales.
2. Propone, formula, define y resuelve diferentes tipos de problemas matemáticos buscando diferentes enfoques.
3. Propone explicaciones de los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.
4. Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos y variacionales, mediante el lenguaje verbal y matemático.
5. Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento.
6. Cuantifica, representa y contrasta experimental o matemáticamente magnitudes del espacio que lo rodea.
7. Elige un enfoque determinista o uno aleatorio para el estudio un proceso o fenómeno, y argumenta su pertinencia
8. Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.

De las cuales se tomarán dos para desarrollar en las actividades, estas son:

4. Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos y variacionales, mediante el lenguaje verbal y matemático.
8. Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.

El tener identificadas las competencias a desarrollar y el análisis de contenido de la función cuadrática, permite establecer medidas en como distintas capacidades de los estudiantes contribuyen al logro de las competencias.

La competencia “Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos” y la competencia “Argumenta la solución

obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos y variacionales, mediante el lenguaje verbal y matemático”, con estas competencias disciplinares se pretende que el estudiante al momento que observe una tabla de valores pueda inferir si se trata de una función cuadrática, que obtenga los elementos y sus representaciones algebraicas y gráficas, o si se le asigna una gráfica, determine los elementos que conforma la expresión algebraica y realice una tabla numérica; así mismo, que pueda argumentar los resultados que va obteniendo mediante el procedimiento propuesto para el estudio de la función cuadrática. Por lo tanto, las competencias que proponemos forman parte de un grupo de propiedades que tiene que ver con el manejo de conceptos, procedimientos y representaciones relacionados con la función cuadrática.

El desarrollar estas competencias disciplinares en los estudiantes permitirá que observen más su entorno, a que se interesen por su comunidad, por el aprendizaje de la matemática, ya que apreciarán el verdadero sentido del porque estudiar matemática. Lo que reanudara en la autoestima de los jóvenes, se sentirán con entusiasmo porque resolvieron alguna situación cotidiana y que no tenían idea de cómo se podría resolver con los contenidos matemáticos.

Aunque también, hay que ver las dificultades con las que se podrán encontrar al momento de estar resolviendo la situación planteada y que podría traer en consecuencia un rechazo hacia la misma, si no se cuida la elaboración de la pregunta para que el estudiante interprete, analice, resuelva y efectúe inferencias a partir de las operaciones que estén consideradas para el abordaje y contestación de la misma.

Por ende, este procedimiento accede a organizar la información sobre el desarrollo matemático de los estudiantes con respecto a un tema específico antes y después de la instrucción.

4.2.3. El análisis de instrucción

“Es el desarrollo de las actividades que realizara el estudiante. Este diseño de actividades se hace con base al análisis de contenido y al análisis cognitivo, considerando también los materiales y recursos disponibles para la actividad y debe hacer una caracterización de los diversos tipos de actividades que es posible diseñar para el contenido matemático”.

Las situaciones problémicas son consideradas a partir de algunas experiencias que tiene el sujeto y no solo de los conceptos abstractos o del dominio de los algoritmos, que no son el todo en las vivencias de los estudiantes; esto permitirá que se apropien del conocimiento, que aprendan a aprender, a razonar y a pensar. Esto es, que transiten de decir “permíteme recordar” a “permíteme pensar”, cuando se les presente un problema.

Dentro del análisis de instrucción se tiene que considerar el análisis de contenido y cognitivo, es decir, las diferentes representaciones de la función cuadrática (tanto los tratamientos y conversiones), así como la competencia disciplinar a desarrollar en las actividades propuestas; con ello generar las diversas hipótesis de los errores que intervinieran durante la aplicación de las actividades.

Si el estudiante maneja diversos tipos de representación del objeto matemático y puede realizar sus conversiones entre registros le da habilidades de comprensión, imaginación, interpretación, de argumentar alguna situación problémicas que esté en su entorno y pueda ser resuelta por medio de la función cuadrática.

Lupinos y Rico, comentan en su investigación de Competencias y capacidades en el aprendizaje de los escolares, basada en la evaluación PISA de la OCDE 2005 y otras evaluaciones “el término competencia se refiere a objetivos a largo plazo que debieran ser observables al término de todo un ciclo de enseñanza mediante un conjunto de habilidades y capacidades que las caractericen”.

Las competencias aluden a como un estudiante puede movilizar y usar su conocimiento sobre un contenido concreto, y se desarrollan y movilizan por medio de las actuaciones de los jóvenes cuando se enfrentan a la resolución de tareas.

Al diseñar una actividad el facilitador tiene que vislumbrar las diferentes maneras como los escolares pueden abordar la actividad, los diferentes caminos y estrategias que ellos pueden tomar y utilizar al intentar resolverla, y la dificultad que pueden tener y los errores en los que pueden incurrir al intentarlo. Es decir, se tiene que tener cuidado en el diseño ya que cada pregunta, cada instrucción de la situación problémica planteada, compromete a desarrollar las propiedades del objeto matemático en estudio y las competencias disciplinar que la reforma propone, así como los materiales que el estudiante cuenta para su realización. Así también, las estrategias educativas centradas en el aprendizaje, cabe recordar que las secuencias didácticas contienen tres momentos básicos:

- ✓ Actividades de apertura: Identifican y recuperan saberes, conocimientos previos y preconcepciones.
- ✓ Actividades de desarrollo: Relacionan los saberes, los conocimientos previos y las preconcepciones con el conocimiento científico.
- ✓ Actividades de cierre: Utilizan eficazmente los conocimientos científicos contruidos durante la secuencia.

Considerando todo ello, se propone la siguiente secuencia didáctica:

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE				
Apertura				
Actividades	Competencia(s)		Producto(s) de Aprendizaje	Evaluación
	Genérica(s) y sus atributos	Disciplinar(es)		
El facilitador pedirá a los estudiantes que se formen tríos, y a cada equipo entrega la actividad 1 a contestar. Después que terminen los equipos, al azar se escoge un equipo para que exponga la forma en como resolvió la actividad y los demás al finalizar realizan una reflexión de en qué coincidieron o las diferencias que tuvieron con el equipo que expuso. El facilitador después a cada trío entrega las actividad 2 y tres para que la contesten.	4. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados. ✓ Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas. ✓ Aplica distintas estrategias comunicativas según quienes sean sus interlocutores, el contexto en el que se encuentra y los objetivos que persigue ✓ Identifica las ideas clave en un texto o discurso oral e infiere conclusiones a partir de ellas.	✓ Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos. ✓ Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos y variacionales, mediante el lenguaje verbal y matemático	Realizada la actividad 1, 2, 3. Exposición del equipo Reflexión de cada equipo	Rubrica que permita observar el desempeño del estudiante Lista de cotejo que permita valorar el vocabulario matemático que maneje el estudiante. Lista de anotaciones que realice el estudiante.

...

Desarrollo				
Actividades	Competencia(s)		Producto(s) de Aprendizaje	Evaluación
	Genérica(s) y sus atributos	Disciplinar(es)		
El facilitador pedirá el grupo que se forme en binas para resolver la actividad 4, 5, 6. Al finalizar los equipos se elegirá una bina para que la exponga y los demás anotaran similitudes o diferencias en la resolución.	4. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados. ✓ Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas. ✓ Aplica distintas estrategias comunicativas según quienes sean ✓ Sus interlocutores, el contexto en el que se encuentra y los objetivos que persigue ✓ Identifica las ideas clave en un texto o discurso oral e infiere conclusiones a partir de ellas.	✓ Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos. ✓ Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos y variacionales, mediante el lenguaje verbal y matemático	Realizada la actividad 4, 5, 6 por las binas que se formen Exposición por parte del equipo	Rubrica que permita observar el desempeño de los estudiantes Lista de cotejo que permita evaluar el vocabulario del contenido matemático.

...

Cierre				
Actividades	Competencia(s)		Producto(s) de Aprendizaje	Evaluación
	Genérica(s) y sus atributos	Disciplinar(es)		
El facilitador pedirá el grupo que se forme en binas para resolver la actividad 7. Al finalizar los equipos se elegirá una bina para que la exponga y los demás anotaran similitudes o diferencias en la resolución. El facilitador pedirá al estudiante que realice una de narración de ¿Cuál es el contenido matemático involucrado en cada una de las actividades? Para finalizar el facilitador pedirá al estudiante realice una investigación relacionada con la función cuadrática y que le entregue un ensayo de lo que investigo con las actividades realizadas.	4. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados. ✓ Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas. ✓ Aplica distintas estrategias comunicativas según quienes sean ✓ Sus interlocutores, el contexto en el que se encuentra y los objetivos que persigue ✓ Identifica las ideas clave en un texto o discurso oral e infiere conclusiones a partir de ellas.	✓ Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos. ✓ Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos y variacionales, mediante el lenguaje verbal y matemático	Realizada la actividad 7 por las binas que se formen Exposición por parte del equipo	Rubrica que permita observar el desempeño de los estudiantes Lista de cotejo que permita evaluar el vocabulario del contenido matemático. Lista de cotejo que muestre los elementos gráficos, algebraicos, verbal y numérico de la función cuadrática.

RECURSOS		
Equipo	Material	Fuentes de información
Pizarrón, gis, borrador	Hojas blancas, lápiz, formatos impresos, marcadores, cinta, hojas de rotafolio.	- Calculo Diferencial 2da Edición Matías Chávez Escalante Ed LITO GRAPO 2da Edición - Matemáticas Universitarias 7ª edición TOMO I Jack r. Britton; R. Ben Kriegh; Leon w. Rutland Ed C.E.C.S.A. - Antología de Cálculo SAETA SEP - Cálculo Guía Para Bachillerato Tecnológico Agropecuario SEP

4.2.4 Análisis de actuación.

Se determina las capacidades que los escolares han desarrollado y las dificultades que pueden haber manifestado hasta ese momento”

La etapa del análisis de actuación, es donde se pone de manifiesto el ¿cómo? los conocimientos previos se organizaron para el nuevo aprendizaje del objeto matemático, la disposición para llevar a cabo el aprendizaje que se les planteó, las capacidades, instrumentos, habilidades y estrategias que fueron capaces de utilizar, las dificultades con las que se encontraron para la resolución de las actividades.

Considerando lo anterior, podemos ver que en el diseño de una actividad para el aprendizaje de los estudiantes es muy importante el análisis didáctico que propone Gómez, donde el aprendizaje tendrá un sentido para el estudiante lo que se reflejaría en un mayor interés por los objetos matemáticos y en si por el conocimiento; la utilización del sistema de representaciones semióticas que propone Duval, hace que las actividades sean amenas ya que se desarrollarán otras formas de conocer a los objetos matemáticos lo que traerá consigo el desarrollo de capacidades en el estudiante.

Por lo que el facilitador, estará en un ciclo constante del análisis didáctico, mediante el análisis de actuación le dará pautas de mejoras o modificaciones de la actividad de acuerdo a las características cognitivas de los estudiantes, del entorno que le rodee, los objetivos del porque estudiar el objeto matemático, nivel de estudio al que lo va a dirigir y las dificultades presentadas en la realización de dicha actividad.

El análisis de actuación se lleva en el momento en que se evalúa cada actividad realizada por el estudiante mediante los instrumentos de evaluación que en un principio determino el facilitador.

Este análisis junto con el análisis instrucción lo veremos con más detalle en el siguiente capítulo.

5. ANÁLISIS INSTRUCCIÓN Y ANÁLISIS DE ACTUACIÓN

Desarrollo de las actividades
Actuación de los estudiantes

5.1 Introducción

Como seres humanos cada uno se desarrolla y conceptualiza su manera de aprender, considerando la definición de educación de Suchodolski “el contenido esencial de la educación estriba, sobre todo, en formar un hombre capaz de elevarse al nivel de la civilización moderna, o sea, de encontrar el sentido de la vida en este nuevo mundo”.

Por ende, la labor docente es uno de los tres factores fundamentales de la educación, la pedagogía basada en la experiencia de aprendizaje a través de un mediador propuesta por Reuven Feuerstein, considera que no basta los ambientes, problemas, situaciones de aprendizaje e instrumentos, sino que, fundamentalmente, es necesaria la intervención experta, sistematizada y bien intencionada de un mediador en el proceso de construcción del conocimiento y en el proceso de reflexión sobre dicho proceso.

Este capítulo se caracteriza por ser la parte que describe el análisis instruccional, el ¿Cómo se desarrollaron las actividades? y ¿Cuál es el objetivo de cada una de ellas?

Así también el análisis de la actuación de lo que se espera que el estudiante conteste con la realidad del estudiante, lo que permitirá mejorar las actividades para otra puesta de escena.

5.2 Análisis de instrucción

Comenzaremos por desarrollar la secuencia Didáctica en sus tres fases, donde cada etapa está compuesta por actividades y el objetivo que se persigue con cada una de ellas.

La Etapa de apertura, comprende tres actividades donde el docente observe cual es el conocimiento previo con que contestan los estudiantes.

La etapa de desarrollo, la comprenden tres actividades donde el estudiante observe los elementos de la función cuadrática en sus representaciones Gráfica, Numérica, Algebraica.

En la etapa de cierre, se le plantea al estudiante una actividad en la cual pueda moverse en los registros Numérico, Algebraico, Gráfico y Verbal, de tal manera que se visualice la apropiación de los elementos de la función cuadrática.

Posteriormente se plantea la selección de la población estudiantil a la que se aplicara la secuencia didáctica y su actuación con las actividades.

5.2.1 Apertura

5.2.1.1 Actividad Uno

Esta actividad consiste en que el estudiante a partir de una situación problema en texto, identifique las ideas principales que le ayuden a plantear el problema, así también a que pueda interpretar los valores que le den en una tabla relacionada a la situación y realice la conversión del registro numérico al registro algebraico por medio de cuestionamientos que se le presentan.

Una compañía de viajes está revisando los ingresos por viaje al interior de México, para ello cuentan con la siguiente información.

Por un grupo de 30 personas, le cobra \$2000 a cada uno, pero se reduce \$50 al precio del boleto por persona adicional a los 30. La empresa desea determinar ¿Cuál será el número de turistas que debe llevar un autobús para maximizar los ingresos?

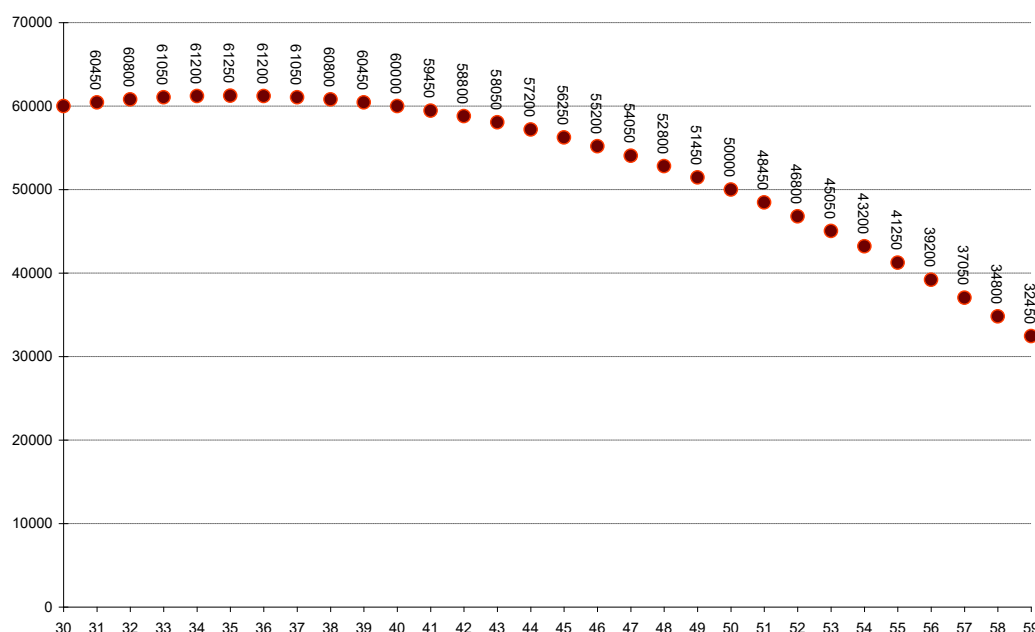
Indicador de aprendizaje	Indicador de evaluación
a) ¿Qué quiere determinar la empresa?	Identifique la idea clave de la situación problema
b) ¿Cuántos pasajeros podrán ir en un camión?	Observe que hay un tope en el incremento de pasajeros en el viaje
c) ¿Cuánto cuesta el boleto si van 30 personas?	Recuperar información
d) ¿Cuánto es el ingreso si asisten 30 personas?	Recuperar información
e) ¿Qué pasara con el precio del boleto a medida que asisten más personas?	Infiera en la situación

La empresa tiene la siguiente tabla				Observa e Interpreta valores en la tabla
Personas	Adicional	Precio	Ingreso	
30	0	2000	60000	
32	2	1900	60800	
36	6	1700	61200	
38	8	1600	60800	
f) si van 31 personas en el camión ¿Cuánto es el ingreso?				
g) si asisten tres personas más al viaje ¿Cuánto va a ser el precio del boleto? Y ¿Cuánto es el ingreso?				Observa e Interpreta valores en la tabla
g) supongamos que el ingreso fue de \$60800, ¿cuántas personas fueron en el camión? Y ¿Cuál fue el precio del Boleto?				Observa e Interpreta valores en la tabla
i) ¿Cuántas personas y cuál sería el ingreso? si el precio del boleto fuera de \$1800.				Determine valores a partir de otras que están en la tabla
j) ¿Qué pasa con el precio del boleto a medida que asisten más personas al viaje? __, y con el ingreso ¿qué pasa?				Observa e Interpreta valores en la tabla
k) explica ¿Cómo obtienes el precio del boleto?				Expresa ideas representaciones matemáticas. Lenguaje natural
l) explica ¿Cómo obtienes el ingreso?				Expresa ideas representaciones matemáticas. Lenguaje natural
Asigna “l” al ingreso y “x” al número de personas adicionales. m) Ahora realiza mediante una expresión algebraica el precio del boleto utilizando las letras anteriores que correspondan.				Expresa ideas representaciones matemáticas. Lenguaje algebraico
n) realiza una expresión algebraica que refleje como obtienes el ingreso utilizando las letras anteriores que correspondan. _____.				Expresa ideas representaciones matemáticas, lenguaje algebraico

5.2.1.2 Actividad dos

En esta actividad su objetivo es, el estudiante se enfrente a interpretar una gráfica, es decir a leer valores de la gráfica, observar el comportamiento de los valores, y que realice la conversión del registro gráfico al numérico mediante las preguntas que se le plantean.

A continuación, la compañía de Viajes, encontró en el archivo la siguiente información de un viaje en camión a la ciudad de álamos, donde los valores que se encuentran en el eje “y” son los ingresos y los valores que están en el eje “x” son las posibles cantidades de personas que pudieron asistir. Analiza la gráfica y contesta los siguientes cuestionamientos.



Indicador de aprendizaje	Indicador de evaluación
1.- ¿Para qué número de pasajeros el ingreso vale cero?	Que el estudiante responda para una cantidad menor de 30 personas y que él pueda predecir que para 70 personas más que sería imposible por la capacidad del camión.
2.- Si asisten 33 personas ¿Cuánto vale el ingreso? _____. Y si van 37 personas. _____.	Lea, busque y de los valores en la gráfica
3.- ¿En qué cantidad de asistencia de personas se obtiene el mayor ingreso?	Lea, busque y de los valores en la gráfica
4.- Antes de este punto que acabas de encontrar, que pasa con los valores del ¿ingreso y del número de asistencia de personas?	Analice el comportamiento de la gráfica
5.- Después de este punto donde el ingreso es mayor, que pasa con los valores del ¿número de personas que asisten y del ingreso?	Analice el comportamiento de la gráfica
6.- ¿Cómo es el cambio de valor del ingreso?, es decir, A medida que el número de personas que asisten aumenta hasta 35 ¿qué está pasando con los valores del ingreso?	Interprete los valores del ingreso

5.2.1.3 Actividad tres

En esta actividad su objetivo es, el estudiante se enfrente a interpretar una tabla, es decir, observar y describir el comportamiento de los valores, que realice la conversión del registro numérico al algebraico mediante las preguntas que se le presentan.

Considerando la siguiente tabla que presenta la compañía de Viajes, de un viaje en camión a la ciudad de álamos que realizo hace dos meses, contesta los cuestionamientos que se presentan a continuación.

Número de personas	Ingreso	Cambio en el ingreso	Variación del cambio en el ingreso
30	60000		
31	60450	450	
32	60800	350	-100
33	61050	250	-100
34	61200	150	-100
35	61250	50	-100
36	61200	-50	-100
37	61050	-150	-100
38	60800	-250	-100
39	60450	-350	-100
40	60000	-450	-100
41	59450	-550	-100
42	58800	-650	-100

Indicador de aprendizaje	Indicador de evaluación
¿Cómo van cambiando el número de personas que asisten?	Observe la tabla y de su comentario
¿Cómo van variando los ingresos, cada vez que el número de personas se incrementa?	Observe la tabla y de su comentario
¿Para qué número de asistencia de personas, los ingresos disminuyen?	Observe la tabla y de su comentario
¿Para qué número de asistencia de personas, los ingresos aumentan?	Observe la tabla y de su comentario
¿Existe algún valor de número de personas que asistan para el cual, el ingreso sea el máximo? ¿Cuál es?	Observe la tabla y de su comentario
¿Qué observas en los valores del ingreso antes y después de este punto?	Observe la tabla y de su comentario
¿Puede asistir al viaje partes de personas? Es decir, ejemplo 2.3, 6.5, 24.5, etc.	Observe la tabla y de su comentario

Si para una asistencia de 32 personas el ingreso es de 60800 y para cuando asisten 33 personas el ingreso es de 61050 ¿Cuánto vario el ingreso? Y ¿Cuánto vario la asistencia de las personas?	Observe la tabla y exprese los valores
¿Cómo se obtuvo la variación del ingreso en la tabla? Realiza tu algunas operaciones para determinarlas	Expresa sus ideas en ¿Cómo determino la variación del ingreso?
¿Cómo obtuviste la variación de la asistencia de las personas?	Expresa sus ideas en como determino la variación del incremento de personas.
¿Qué tanto aumenta cada vez asistencia de las personas? Determina la columna de variación de la asistencia de personas	Realice la determinación de variación del incremento de personas
¿Incrementa o disminuye la misma cantidad la asistencia de las personas?	Expresa sus ideas en los valores la variación del incremento de personas.
Observa la tabla y determina si incrementa o disminuye la misma cantidad los ingresos.	Expresa sus ideas en la conclusión de incremento o disminución del ingreso
¿Cómo están variando las diferencias del ingreso?	Expresa sus ideas en los valores la variación del ingreso
Si cuando asisten 33 a 34 personas hay un incremento en los ingresos de 61050 a 61200, es decir de \$150. ¿Esta diferencia es siempre la misma? observa la columna de cambio en los ingresos, realiza algunos cálculos para ver como determinaron esos valores.	Realice la determinación de variación del ingreso (primeras diferencias) y exprese como se determinaron los valores.
¿Son constantes las variaciones en el cambio del ingreso?	Observe la tabla
Observando que las variaciones en el cambio del ingreso son constantes, entonces los valores que está representando la tabla son cuadráticos; para ello, elige tres valores de producción con su respectivo costo (no consecutivos) y forma un sistema (3x3) de ecuaciones de la forma $ax^2 + bx + c = y$ para encontrar los parámetros a , b , c de la función cuadrática.	Realiza el sistema 3*3
Con la función que acabas de obtener determina el ingreso para cuando asistan 45 personas.	Determina cálculos aritméticos con la expresión algebraica que determino
Si divides el valor que te dio en la columna de la variación del cambio del ingreso entre dos, ¿Qué valor te da?	Analiza la tabla y compara los valores del parámetro "a".
Este valor que acabas de determinar se parece a alguno que determinaste en el sistema de 3x3. ¿A qué parámetro?	Relaciona las segundas diferencias con el parámetro a

5.2.2 Desarrollo

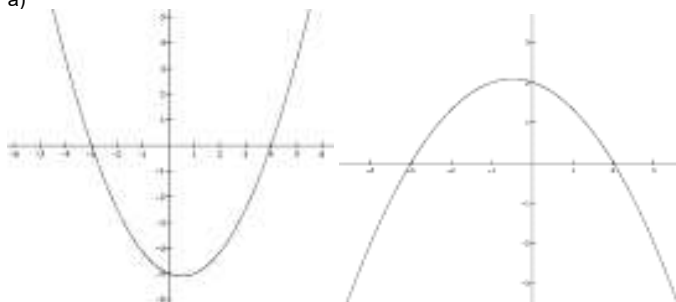
5.2.2.1 Actividad Cuatro

A continuación, se presenta una serie de gráficas de la función cuadrática con sus respectivas preguntas, para que el estudiante perciba algunos elementos en el registro gráfico como son: las raíces, concavidad, mínimos, máximos, crecimiento o decrecimiento.

Instrucciones: observa cada gráfica que se presenta en cada apartado y contesta los cuestionamientos

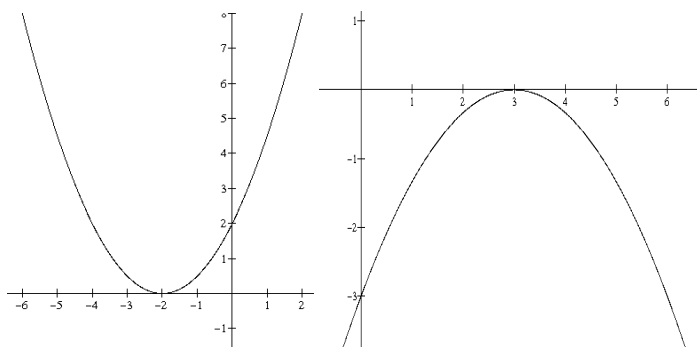
I.- Analiza las siguientes gráficas y contesta las preguntas que se plantean

a)

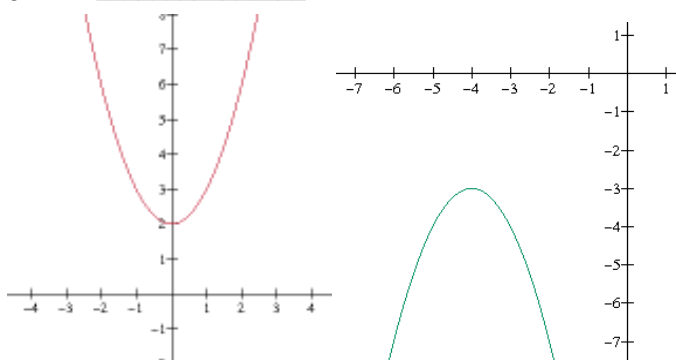


¿Cuántas veces corta la curva al eje de las “x” en cada gráfica? _____

b) En las siguientes gráficas, ¿Cuántas veces corta o toca la curva al eje de la “x” en cada gráfica?



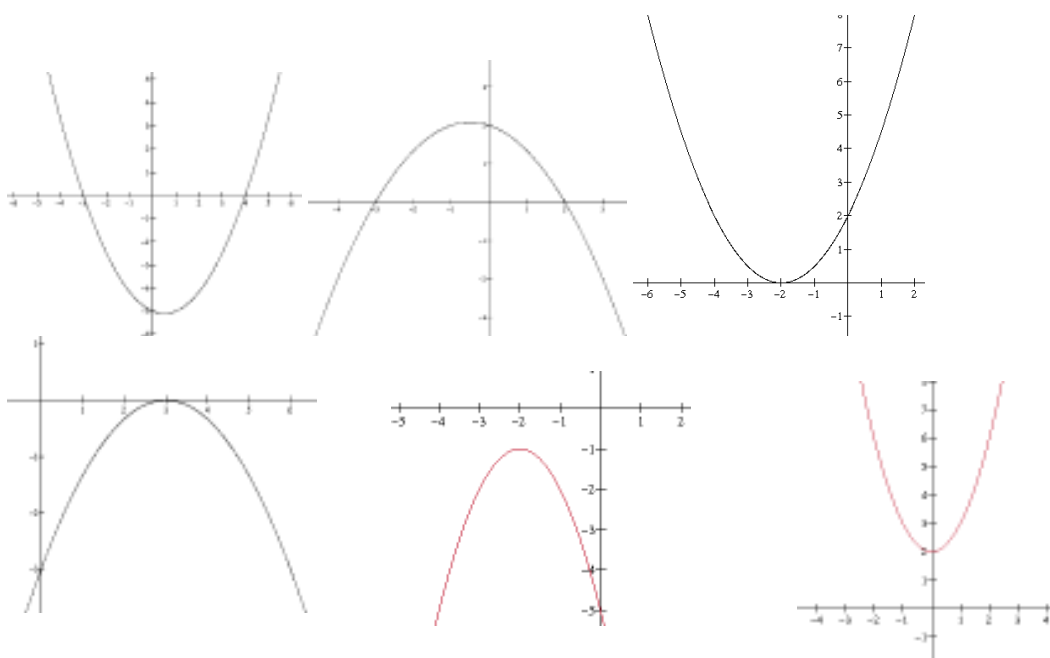
c) Y en estas ¿Cuántas veces corta o toca la curva al eje de la “x” en cada gráfica? _____



En relación a estos tres incisos que acabas de contestar, ¿qué puedes decir de los cortes en el eje “X” de las gráficas? _____.

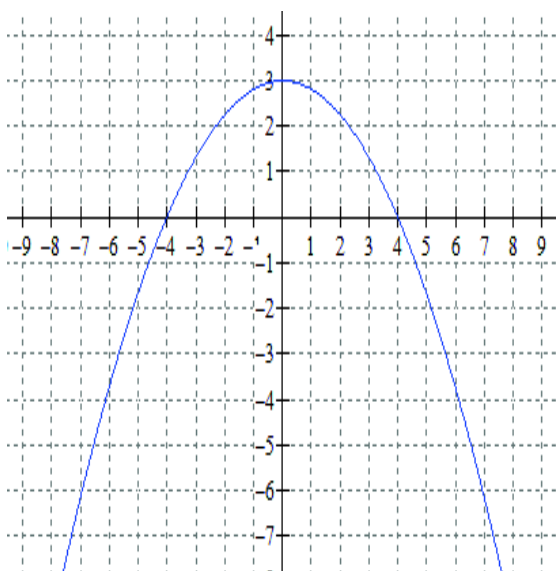
Indicador de Evaluación: el estudiante observe el comportamiento de las gráficas y argumente su percepción con la gráfica

2.- En las siguientes gráficas ¿cuántas veces corta al eje "y"? _____.



Indicador de Evaluación: el estudiante observe el comportamiento de las gráficas y argumente su percepción con la gráfica

3.- De las siguientes gráficas determina para cada una los siguientes incisos:



- a) Cuando $x=0$; $Y=$ _____
 b) Cuando $y=0$; $x=$ _____

c) ¿Cuál es la coordenada donde cambia de sentido la trayectoria de la gráfica? _____
 ¿qué descripción podrías dar de esa coordenada? _____

d) Antes de este punto ¿qué pasa con los valores de "y"? a medida que los valores de "x" se acercan a cero. _____
 ¿Cómo es está variando los valores de "y"? _____

e) Después del punto que determinas en el inciso a, ¿qué pasa con los valores de "y"? A medida que los valores de "x" se van haciendo más grandes. _____

¿Cómo es esa variación?

decir,

_____.

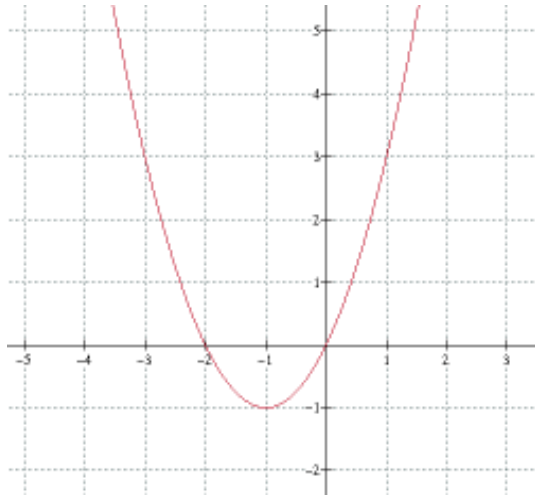
gráfica?

f) ¿Hacia dónde abre la gráfica?, es hacia donde esta las ramas:

g) ¿Qué observas en general de la

gráfica

_____.



valores de "x" se van haciendo más grandes.

decir,

_____.

gráfica?

que

_____.

h) Escribe la expresión algebraica que describa el comportamiento de la

_____.

a) Cuando $x=0$; $Y=$ _____

b) Cuando $y=0$; $x=$ _____

c) ¿Cuál es la coordenada donde cambia de sentido la trayectoria de la gráfica? _____. ¿qué descripción podrías dar de esa coordenada? _____

d) Antes de este punto ¿qué pasa con los valores de "y"? a medida que los valores de "x" se acercan a cero. _____. ¿Cómo es esa variación? _____.

e) Después del punto que determinas en el inciso a, ¿qué pasa con los valores de "y"? A medida que los

_____.

¿Cómo es esa variación? _____.

f) ¿Hacia dónde abre la gráfica?, es hacia donde esta las ramas:

_____.

g) ¿Qué observas en general de la

h) Escribe la expresión algebraica describa el comportamiento de la gráfica

5.2.2.2 Actividad cinco

El objetivo de esta actividad es que el estudiante, analice en el registro numérico los elementos de la función cuadrática

1.- se presenta la siguiente tabla a complétala y contesta las preguntas

x	y	1era diferencias de "y"	2da diferencias de "y"
-10	56	-	-
-9		10.5	-
-8	36		1
-7	27.5	8.5	
-6	20		1
-5	13.5		
-4	8	5.5	
-3	3.5	4.5	1
-2	0		1
-1	-2.5	2.5	
0	-4		
1	-4.5	0.5	1
2	-4		
3	-2.5	1.5	
4	0		1
5	3.5	3.5	
6	8		
7	13.5		1
8	20	6.5	
9	27.5		

a) ¿Cómo son los valores que en este caso toma "x"?

b) ¿Qué pasa con los valores que toma "y"?

c) ¿Existe algún valor en "x" donde a partir de él los valores de "y" se vuelvan a repetir?

d) En la columna de 1era diferencias de "y", ¿Cómo se determinan estos valores?

_____.

e) ¿Qué pasa con los valores de la columna 1era diferencias de "Y", en relación a los valores de "x" cada vez que se acerca del $-\infty$ al valor de 1?

f) ¿Qué pasa con los valores de la columna 1era diferencias de "Y", en relación a los valores de "x" cada vez que se aleja del valor de 1 al ∞ positivo?

g) Es uniforme la variación de la columna 1era diferencias de "y" _____. Explica tu respuesta

h) ¿De cuánto es la cantidad que va cambiando la columna de 1era diferencias?

i) Cuando $x=0$ "y" ¿qué valor toma?

j) Cuando $y=0$, "x" ¿qué valor toma?

k) Con tres coordenadas forma un sistema 3×3 y la cuadrática $ax^2 + bx + c = y$, encuentra los **a, b, c**.

l) Expresa algebraicamente la función que está representada en la tabla

_____.

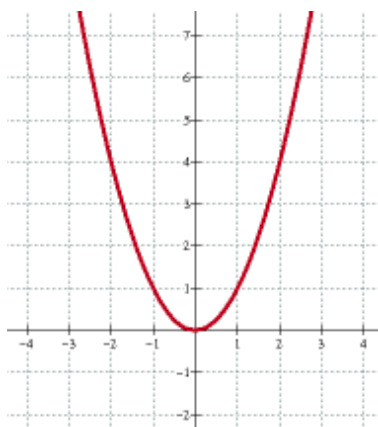
ecuación
valores de

5.2.2.3 Actividad Seis

El Objetivo de esta actividad es que el estudiante observe, las traducciones en el registro algebraico y su conversión en el registro gráfico de los elementos de función cuadrática.

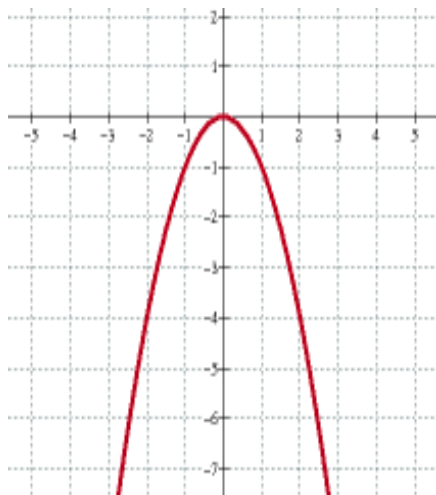
Instrucciones: observe, analice y explique los elementos de la función cuadrática en el registro algebraico y gráfico.

a) $f(x) = x^2$ esta función está representada por la gráfica



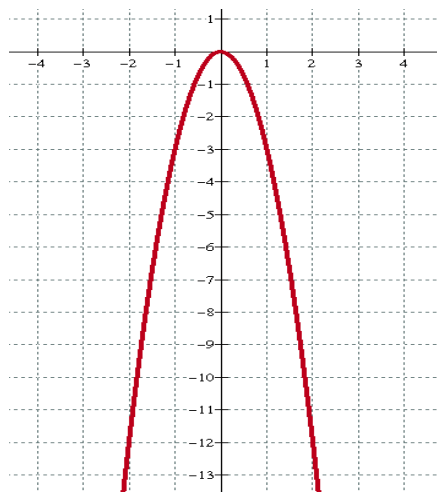
1. En la gráfica ¿hacia dónde están las ramas?
_____. ¿qué signo tiene x^2 en la función (negativo o positivo)? _____.
2. En la gráfica, con los valores negativos de "x" ¿Cómo son los valores que toma " $f(x)$ "? _____ cuando un número negativo tiene potencia par el resultado es _____.
3. En la gráfica, con los valores positivos de "x" ¿Cómo son los valores que toma " $f(x)$ "? _____
- 4.Cuál es el valor mínimo que puede tomar $f(x)$ y cuando sucede para este caso _____.

b) si a la función anterior le agregamos el signo negativo ¿qué sucede con la gráfica $f(x) = -x^2$? _____.



- 1.Cuál es el valor máximo que puede tomar $f(x)$ y cuando sucede para este caso _____.
2. Entonces podemos decir, que cuando en la función, x^2 es positiva la gráfica abre hacia _____.
3. Y cuando en la función, x^2 es negativa la gráfica abre hacia _____.
4. Así también, cuando en la función, x^2 es positiva, hablamos que la función toma un valor _____. Y cuando en la función, x^2 es negativa, la gráfica toma un valor _____.

c) Si a la función $f(x) = -x^2$, le agregamos un coeficiente mayor de uno, es decir, por ejemplo: obtenemos la siguiente función $f(x) = -3x^2$. ¿qué sucede con la gráfica? _____



Haber analicemos, realizando una comparación.

En $f(x) = -x^2$ cuando $x=1$ $f(x)=$ _____

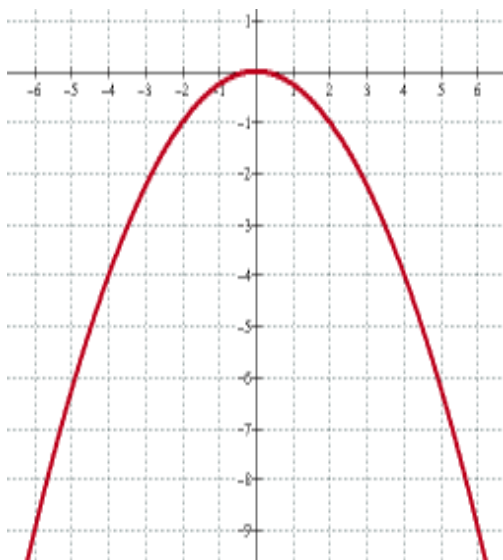
En $f(x) = -3x^2$ cuando $x=1$ $f(x)=$ _____

¿Qué está sucediendo con el valor de “f(x)”?

_____.

¿Están más abiertas o cerradas las ramas de la gráfica en $f(x) = -3x^2$, comparándola con $f(x) = -x^2$? _____.

- d) Si a la función $f(x) = -x^2$, le agregamos un coeficiente menor de uno, es decir obtenemos la siguiente función por ejemplo: $f(x) = -\frac{1}{4}x^2$ ¿qué sucede con la gráfica? _____.



Haber analicemos, realizando una comparación.

En $f(x) = -x^2$ cuando $x=2$ $f(x)=$ _____

En $f(x) = -\frac{1}{4}x^2$ cuando $x=2$ $f(x)=$ _____

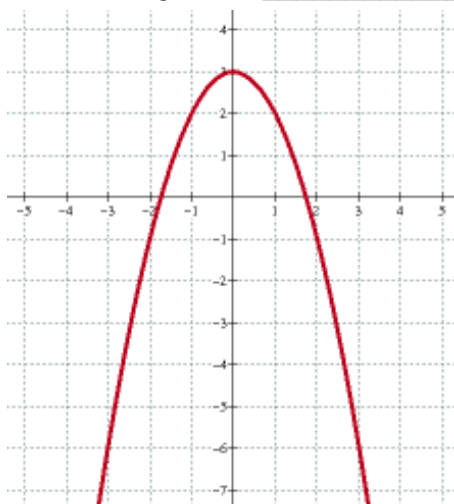
¿Qué está sucediendo con el valor de “f(x)”?

_____.

¿Están más abiertas o cerradas las ramas de la gráfica en $f(x) = -\frac{1}{4}x^2$, comparándola con $f(x) = -x^2$? _____.

Entonces podemos decir, que cuando el coeficiente de x^2 sea mayor de uno las ramas de la gráfica van a tender a _____; y cuando el coeficiente de x^2 sea menor de uno pero mayor de cero las ramas de la gráfica van a tender a ser _____.

- e) Si a la función $f(x) = -x^2$, le agregamos una constante, es decir obtenemos la siguiente función por ejemplo: $f(x) = -x^2 + 3$ ¿qué sucede con la gráfica? _____.



Haber analicemos, realizando una comparación.

Cuál es el valor máximo que puede tomar $f(x)$ _____ y cuando sucede para este caso _____.

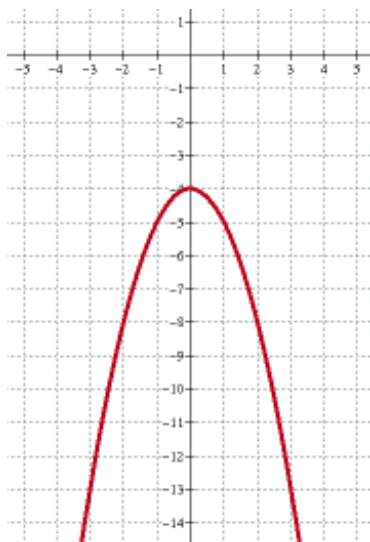
En $f(x) = -x^2$ cuando $x = -1$ $f(x) =$ _____

En $f(x) = -x^2 + 3$ cuando $x = -1$ $f(x) =$ _____

¿Qué está sucediendo con el valor de " $f(x)$ "? _____.

¿Están más abiertas o cerradas las ramas de la gráfica en $f(x) = -x^2 + 3$, comparándola con $f(x) = -x^2$? _____.

- f) Si a la función $f(x) = -x^2$, le restemos una constante, es decir obtenemos la siguiente función por ejemplo: $f(x) = -x^2 - 4$ ¿qué sucede con la gráfica? _____.



Haber analicemos, realizando una comparación.

Cuál es el valor máximo que puede tomar $f(x)$ _____ y cuando sucede para este caso _____.

En $f(x) = -x^2$ cuando $x = -1$ $f(x) =$ _____

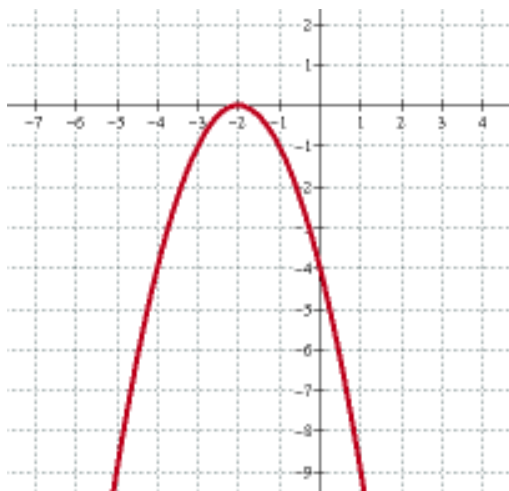
En $f(x) = -x^2 - 4$ cuando $x = -1$ $f(x) =$ _____

¿Qué está sucediendo con el valor de " $f(x)$ "? _____.

¿Están más abiertas o cerradas las ramas de la gráfica en $f(x) = -x^2 - 4$, comparándola con $f(x) = -x^2$? _____.

Para estos incisos podremos decir, que cuando le agregamos una constante a la función $f(x) = -x^2$, la gráfica traslada verticalmente hacia _____ las unidades que le _____. Y si a la función $f(x) = -x^2$ le restamos una constante, la gráfica se traslada verticalmente hacia _____ las unidades que le _____.

- g) Si a la función $f(x) = -x^2$, al valor de "x" le sumamos una constante, es decir obtenemos la siguiente función por ejemplo: $f(x) = -(x+2)^2$ ¿qué sucede con la gráfica?



Haber analicemos, realizando una comparación.

Cuál es el valor máximo que puede tomar $f(x)$ _____ y cuando sucede para este caso _____.

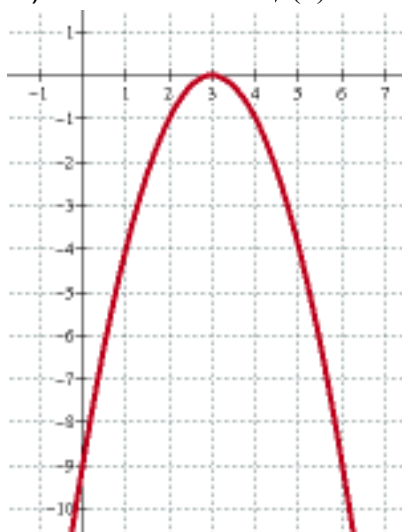
En $f(x) = -x^2$ cuando $x=0$ $f(x)=$ _____

En $f(x) = -(x+2)^2$ cuando $x=-2$ $f(x)=$ _____

¿Qué está sucediendo con el valor de "f(x)"? _____. Y con el valor de "x", ¿qué sucedió? _____.

¿Están más abiertas o cerradas las ramas de la gráfica en $f(x) = -(x+2)^2$, comparándola con $f(x) = -x^2$? _____.

- h) Si a la función $f(x) = -x^2$, al valor de "x" le restamos una constante, es decir obtenemos la siguiente función por ejemplo: $f(x) = -(x-3)^2$ ¿qué sucede con la



gráfica? _____.

Haber analicemos, realizando una comparación.

Cuál es el valor máximo que puede tomar $f(x)$ _____ y cuando sucede para este caso _____.

En $f(x) = -x^2$ cuando $x = 0$ $f(x) =$ _____

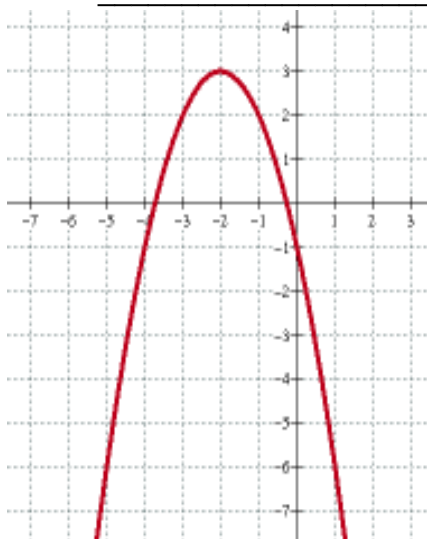
En $f(x) = -(x-3)^2$ cuando $x = 3$ $f(x) =$ _____

¿Qué está sucediendo con el valor de " $f(x)$ "? _____. Y con el valor de " x ", ¿qué sucedió? _____.

¿Están más abiertas o cerradas las ramas de la gráfica en $f(x) = -(x-3)^2$, comparándola con $f(x) = -x^2$? _____.

Para cuando al valor de " x " le sumamos una constante en la función, la gráfica se traslada horizontalmente hacia la _____, las unidades que le _____. Y para cuando al valor de " x " le restamos una constante en la función, la gráfica se traslada horizontalmente hacia la _____ unidades que le _____.

- i) Si a la función $f(x) = -x^2$, al valor de " x " le sumamos una constante y a la función le sumamos otra constante, es decir obtenemos la siguiente función por ejemplo: $f(x) = -(x+2)^2 + 3$ ¿qué sucede con la gráfica?



Haber analicemos, realizando una comparación.

Cuál es el valor máximo que puede tomar $f(x)$ _____ y cuando sucede para este caso _____.

La coordenada del punto máximo, ¿dónde está representada en la función cuadrática que te dan? _____.

En $f(x) = -x^2$ cuando $x = 0$ $f(x) =$ _____

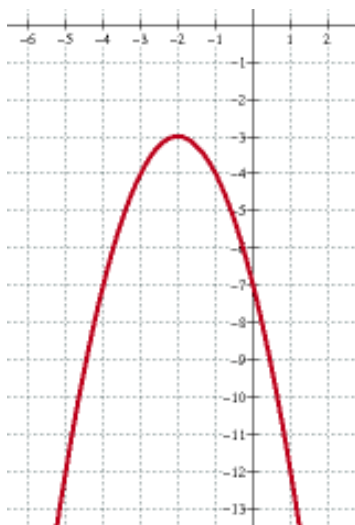
En $f(x) = -(x+2)^2 + 3$ cuando $x = -2$ $f(x) =$ _____

¿Qué está sucediendo con el valor de " $f(x)$ "? _____. Y con el valor de " x ", ¿qué sucedió? _____.

¿Están más abiertas o cerradas las ramas de la gráfica en $f(x) = -(x+2)^2 + 3$, comparándola con

$f(x) = -x^2$? _____.

- j) Si a la función $f(x) = -x^2$, al valor de "x" le agrego una constante, y a la función le restamos otra constante, es decir obtenemos la siguiente función por ejemplo: $f(x) = -(x+2)^2 - 3$ ¿qué sucede con la gráfica?



Haber analicemos, realizando una comparación.

Cuál es el valor máximo que puede tomar $f(x)$ _____ y cuando sucede para este caso _____.

La coordenada del punto máximo, ¿dónde está representada en la función cuadrática que te dan? _____.

En $f(x) = -x^2$ cuando $x=0$ $f(x)=$ _____

En $f(x) = -(x+2)^2 - 3$ cuando $x=-2$ $f(x)=$ _____

¿Qué está sucediendo con el valor de "f(x)"? _____. Y con el valor de "x", ¿qué sucedió? _____.

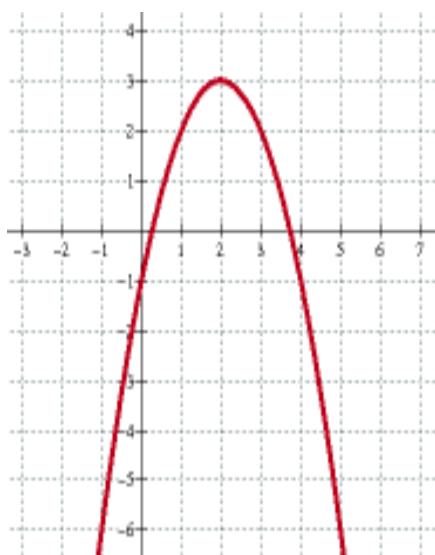
¿Están más abiertas o cerradas las ramas de la gráfica en $f(x) = -(x+2)^2 - 3$, comparándola con $f(x) = -x^2$?

_____.

Cuando le sumamos un valor a "x" y le sumamos un valor a la función, la gráfica se traslada horizontalmente hacia _____ y verticalmente hacia _____.

Por lo tanto, si al valor de "x" le sumamos un valor y a la función le restamos otro valor, la gráfica se traslada horizontalmente hacia _____ y verticalmente hacia _____.

- k) Si a la función $f(x) = -x^2$, al valor de "x" le restamos una constante y a la función le sumamos otra constante, es decir obtenemos la siguiente



función por ejemplo: $f(x) = -(x-2)^2 + 3$ ¿qué sucede con la gráfica?

_____.

Haber analicemos, realizando una comparación.

Cuál es el valor máximo que puede tomar $f(x)$ _____ y cuando sucede para este caso _____.

La coordenada del punto máximo, ¿dónde está representada en la función cuadrática que te dan? _____.

En $f(x) = -x^2$ cuando $x=0$ $f(x)=$ _____

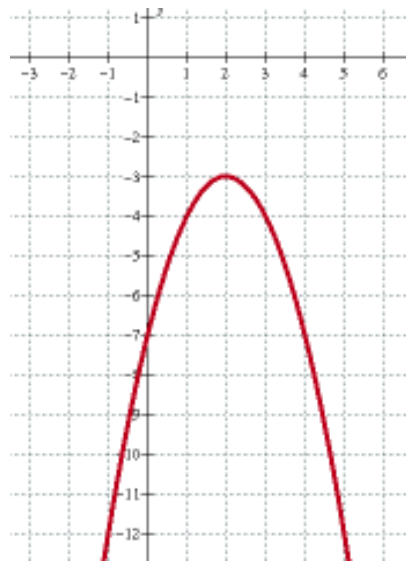
En $f(x) = -(x-2)^2 + 3$ cuando $x=2$ $f(x)=$ _____

¿Qué está sucediendo con el valor de " $f(x)$ "? _____. Y con el valor de " x ", ¿qué sucedió? _____.

¿Están más abiertas o cerradas las ramas de la gráfica en $f(x) = -(x-2)^2 + 3$, comparándola con $f(x) = -x^2$? _____.

l) Si a la función $f(x) = -x^2$, al valor de " x " le resto una constante, y a la función le restamos otra constante, es decir obtenemos la siguiente función por ejemplo: $f(x) = -(x-2)^2 - 3$ ¿qué sucede con la gráfica?

_____.



Haber analicemos, realizando una comparación.

Cuál es el valor máximo que puede tomar $f(x)$ _____ y cuando sucede para este caso _____.

La coordenada del punto máximo, ¿dónde está representada en la función cuadrática que te dan? _____.

En $f(x) = -x^2$ cuando $x=0$ $f(x)=$ _____

En $f(x) = -(x-2)^2 - 3$ cuando $x=2$ $f(x)=$ _____

¿Qué está sucediendo con el valor de " $f(x)$ "? _____. Y con el valor de " x ", ¿qué sucedió? _____.

¿Están más abiertas o cerradas las ramas de la gráfica en $f(x) = -(x-2)^2 - 3$, comparándola con

$f(x) = -x^2$? _____.

Cuando le restamos un valor a " x " y le sumamos un valor a la función, la gráfica se traslada horizontalmente hacia _____ y verticalmente hacia _____.

Por lo tanto, si al valor de " x " le restamos un valor y a la función le restamos otro valor, la gráfica se traslada horizontalmente hacia _____ y verticalmente hacia _____.

m) Si la función es $f(x) = 2x^2 + 4x + 4$,

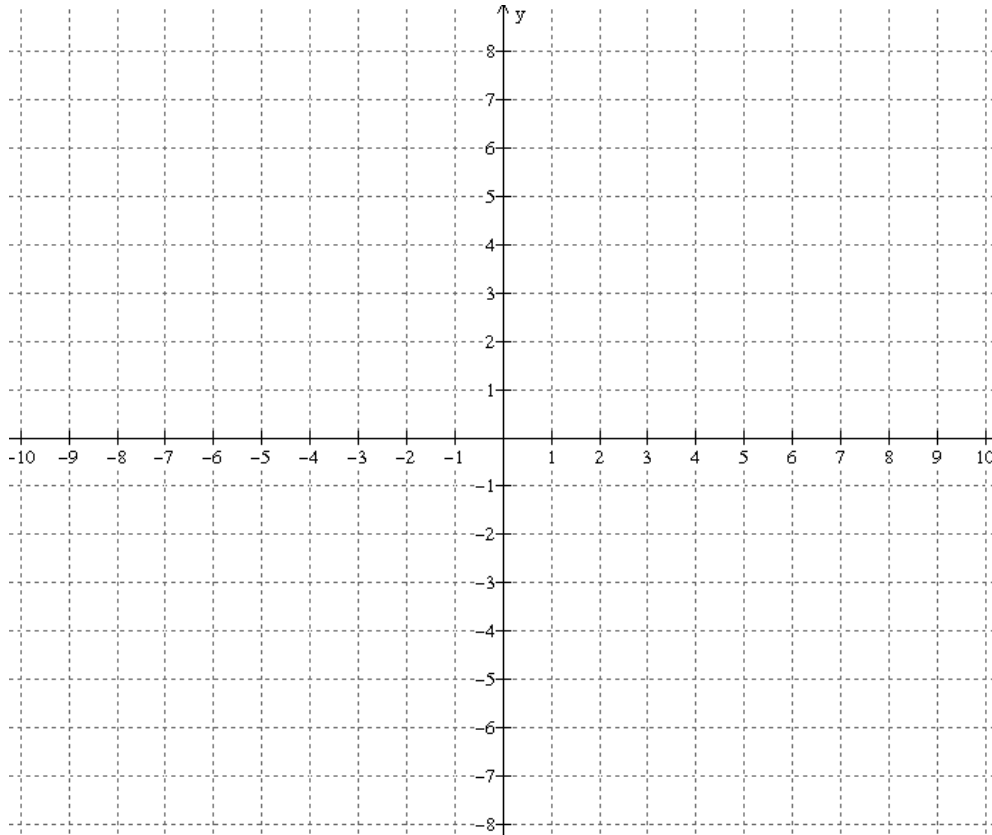
a. ¿Cómo será la gráfica? _____

- b. ¿Dónde se encuentra la coordenada que me del máximo o el mínimo? _____.

Para contestar estas preguntas, como la función la están representando en su forma estándar, tendremos que completar el trinomio cuadrado perfecto.

Quedando la función de la siguiente manera: $f(x) = 2(x+1)^2 + 2$. Ahora si de esta expresión algebraica de la función contesta:

- a) Hacia donde están las ramas de la gráfica _____
- b) Por lo tanto, estamos hablando que la gráfica tiene un punto (máximo o mínimo) _____
- c) La coordenada de dicho punto es _____
- d) Antes de ese punto como son los valores de $f(x)$ _____
- e) Después de ese punto como son los valores de $f(x)$ _____
- f) Realiza un bosquejo de cómo sería la gráfica:



5.2.2.4 Actividad siete

En el sur de Sonora, rodeado de un esplendoroso entorno natural y muy cerca de la bella ciudad colonial de Álamos, se encuentra el Rancho San José y te da la bienvenida. Operando como rancho ganadero con un gran compromiso con la comunidad rural y con distintas actividades por realizar a lo largo de sus 5000 hectáreas de extensión. Dentro de las actividades relacionadas a la ganadería crían la raza La Gyr. Es una raza cebú lechera, rustica, noble y fértil, lo que la hace productiva y rentable, capaz de producir leche orgánica y becerros a bajo costo en condiciones de pastoreo extensivo. Por su versatilidad, la raza Gyr es una raza multifuncional, que le permite diversificar su producción, explotando uno o varios giros según el precio y las necesidades del mercado; como leche, becerros de carne, doble propósito (leche y becerros), vaquillas Girolando, etc.



Y el dueño de este rancho anda buscando un administrador.

Va a contratar aquella persona que le de las dimensiones de un corral rectangular cercado con solo 500 metros de malla ciclónica y que al mismo tiempo tenga la mayor área posible. Para mantener el lote de ganado destinado a la venta, al cual se le da el manejo y la preparación necesaria para su comercialización. Puedes ser tú, si realizas los siguientes planteamientos puedes encontrar las dimensiones.

Indicador de aprendizaje	Indicador de evaluación
1.- ¿Qué es lo que el propietario desea realizar?	El estudiante recupera información del texto
2.- ¿Con cuánto material cuenta para realizar el trabajo?	El estudiante recupera información del texto
3.- ¿Cómo podrías tu realizar ese trabajo? Explica	El estudiante recupera información del texto y argumenta la manera en como él realizaría el trabajo
4.- Ahora, si por casualidad el ancho del corral es de 1m, ¿Cuánto vale el largo y el área del corral?	El estudiante realiza operaciones algebraica - aritméticas para obtener las respuestas y de esta manera argumente la respuesta
5.- Si el área del corral fuera de 11700 m ² , ¿cuánto mide el ancho y el largo del corral?	Realiza las operaciones y argumenta la respuesta
5.- Si el área del corral fuera de 11700 m ² , ¿cuánto mide el ancho y el largo del corral?	Realiza las operaciones y argumenta la respuesta
6.- Determina algunas medidas del corral junto con su área.	Realiza las operaciones y argumenta la respuesta

7.- Expresa el perímetro del corral si: Ahora al ancho mide "x" metros y el largo "y" metros	Realiza la traducción al registro algebraico
8.- De la expresión anterior, despeja la letra que representa el largo. ¿Qué pasa con la medida del largo del corral cada vez que el ancho aumenta en su valor?	Realiza la traducción al registro algebraico y observa la relación entre las variables.
9.- Determina el área de la figura del corral utilizando el despeje anterior. Explica con tus palabras como se determina el área.	Realiza la traducción al registro algebraico
10.- utilizando la expresión algebraica de la pregunta anterior, si el ancho vale 65.5m ¿Cuál es el área?	Utiliza la expresión algebraica anterior para obtener algunos valores

5.2.3. Aplicación de la secuencia

Etapa en la cual, se determina a cuantos estudiantes se aplicarán las actividades, para realizar el análisis de actuación.

5.2.3.1. Selección de la muestra de estudiantes

La muestra de estudiantes es un grupo de la preparatoria de 30 estudiantes, los cuales se formaron en equipos de tres integrantes, es decir, 10 equipos.

Estos equipos se formaron por afinidad, para un mejor desempeño de los participantes.

5.2.3.2. Horarios para aplicar la secuencia

En relación al horario para llevar a cabo la aplicación de las actividades fue en el horario destinado a la asignatura, ya que no se podría manejar fuera de clase porque la mayoría del grupo (70 %) son de comunidades retiradas de la escuela, por lo que no disponían a quedarse un tiempo más en la escuela después de su horario de clase.

5.2.3.3 Lugar de aplicación

El lugar de aplicación fue en el salón de clase del grupo, donde se cuenta con pupitre, pizarrón, gis y borrador, así como papel rotafolio, marcadores para la explicación de cada equipo.

5.2.4. Análisis de Actuación

A continuación, se presenta el análisis de cada actividad realizada por los estudiantes. Como se formaron equipos de tres integrantes se retomó las actividades de un integrante dado que los tres contestaron lo mismo.

El análisis de cada actividad se presenta en forma de tabla tratando de realizar el comparativo de lo que se esperaba con la manera en que

respondieron los estudiantes. Se anexan al final las actividades contestadas por los estudiantes.

Durante la aplicación se observaron equipos que si discutían las preguntas (5 equipos) y los otros equipos estaban a expensas de lo que decían los demás, por lo que de inicio podemos decir que el 50% de los estudiantes optaron por una actitud positiva a la realización de las actividades. Para verificar esta observación se aplicó la rúbrica de evaluación de trabajo de equipo que se anexa.

Actividad Uno

Indicador de aprendizaje	Indicador de evaluación	Respuestas de los estudiantes
a) ¿Qué quiere determinar la empresa?	Identifique la idea clave de la situación problema	Los equipos identificaron la idea del problema
b) ¿Cuántos pasajeros podrán ir en un camión?	Observe que hay un tope en el incremento de pasajeros en el viaje	Los equipos presentaron diversas opciones que retomaron de la experiencia de ellos al viajar en autobús a alguna práctica fuera de la escuela.
c) ¿Cuánto cuesta el boleto si van 30 personas?	Recuperar información	Si recuperaron la información
d) ¿Cuánto es el ingreso si asisten 30 personas?	Recuperar información	Si recuperaron la información
e) ¿Qué pasara con el precio del boleto a medida que asisten más personas?	Infiera en la situación	Infirieron correctamente, diciendo que el precio del boleto disminuía cada vez que asistían más personas
La empresa tiene la siguiente tabla f) si van 31 personas en el camión ¿Cuánto es el ingreso?	Observa e Interpreta valores en la tabla	Realizaron cálculos para determinar lo que les pedían
g) si asisten tres personas más al viaje ¿Cuánto va a ser el precio del boleto? Y ¿Cuánto es el ingreso?	Observa e Interpreta valores en la tabla	
g) supongamos que el ingreso fue de \$60800, ¿cuántas personas fueron en el camión? Y ¿Cuál fue el precio del Boleto?	Observa e Interpreta valores en la tabla	
i) ¿Cuántas personas y cuál sería el ingreso? si el precio del boleto fuera de \$1800.	Determine valores a partir de otras que están en la tabla	
j) ¿Qué pasa con el precio del boleto a medida que asisten más personas al viaje?, y con el ingreso ¿qué pasa?.	Observa e Interpreta valores en la tabla	Expresaron que ocurría al precio del boleto cuando asistían más personas, así mismo que es lo que pasaba con e ingreso.
k) explica ¿Cómo obtienes el precio del boleto?	Expresa ideas representaciones matemáticas. Lenguaje natural	En esta pregunta los equipos expresaron en el registro verbal correctamente como obtenían el precio del boleto y como obtenían el ingreso
l) explica ¿Cómo obtienes el ingreso?	Expresa ideas representaciones matemáticas. Lenguaje natural	
Asigna "l" al ingreso y "x" al número de personas adicionales. m) Ahora realiza mediante una expresión algebraica el precio del boleto utilizando las letras anteriores que correspondan.	Expresa ideas representaciones matemáticas. Lenguaje algebraico	En estas preguntas los jóvenes tuvieron dificultades para expresar en el registro algebraico lo que anteriormente realizaron en el registro verbal. Para lo cual creo necesario re-estructurar de otra manera la pregunta para que el estudiante logre realizar la conversión entre registro.
n) realiza una expresión algebraica que refleje como obtienes el ingreso utilizando las letras anteriores que correspondan.	Expresa ideas representaciones matemáticas, lenguaje algebraico	

Actividad Dos

Indicador de aprendizaje	Indicador de evaluación	Respuesta de los estudiantes
1.- ¿Para qué número de pasajeros el ingreso vale cero?	Que el estudiante responda para una cantidad menor de 30 personas y que él pueda predecir que para 70 personas, más que sería imposible por la capacidad del camión.	Los equipos participantes al inicio se quedaron observando la gráfica, donde se cuestionaban que faltaba información, ya que iniciaba con 30 pasajeros y concluía con 59. no contestaron lo que se esperaba, lo que contestaron fue: 1.- cuando no asistan personas, o para una asistencia mayor de 59.
2.- Si asisten 33 personas ¿Cuánto vale el ingreso? _____. Y si van 37 personas.	Lea, busque y de los valores en la gráfica	En esta pregunta no tuvieron dudas para contestar.
3.- ¿En qué cantidad de asistencia de personas se obtiene el mayor ingreso?	Lea, busque y de los valores en la gráfica	Cuatro equipos contestaron correctamente a 35 personas se obtenía el mayor ingreso.
4.- Antes de este punto que acabas de encontrar, que pasa con los valores del ¿ingreso y del número de asistencia de personas?	Analice el comportamiento de la gráfica	Los equipos concibieron en que aumentaban tanto la asistencia de las personas como de los ingresos
5.- Después de este punto donde el ingreso es mayor, que pasa con los valores del ¿número de personas que asisten y del ingreso?	Analice el comportamiento de la gráfica	Los estudiantes observaron que aunque aumentaba la asistencia de personas el ingreso disminuía.
6.- ¿Cómo es el cambio de valor del ingreso?, es decir, A medida que el número de personas que asisten aumenta hasta 35 ¿qué está pasando con los valores del ingreso?	Interprete los valores del ingreso	En esta pregunta los equipos comentaron nada más que está aumentando, mas no comentaron que tanto estaba aumentando, a lo mejor sería cambiar la pregunta para que ellos contesten que tanto es el cambio numérico del ingreso.
7.- ¿Cómo es el cambio de valor del ingreso? A medida que el número de personas aumenta después de 35m.	Interprete los valores del ingreso	Al igual que la pregunta anterior los jóvenes no respondieron la pregunta como se esperaba. Por lo que hay que cambiar el cuestionamiento para que los estudiantes respondan a lo que se espera.
8.- ¿Cómo es la trayectoria de la gráfica?	Analice el comportamiento de la gráfica	Los estudiantes describieron la trayectoria de la gráfica argumentando que de 30 a 35 aumentaba y después de este valor disminuía.

9.- ¿Cambia en la misma cantidad siempre el número de personas que asisten?	Analicé el comportamiento de la gráfica	En esta pregunta respondieron que si cambiaba en la misma cantidad siempre, solamente un equipo respondió que cambiaba de uno en uno.
8.- ¿Cambia en la misma cantidad el ingreso? ¿Cómo es ese cambio?,	Analicé el comportamiento de la gráfica	En esta pregunta hay varias respuestas, las cuales se enumeran: 1.- que no; es continua de 100 en 100 2.- no 3.- no; desproporcionada 4.- no; parábola hacia abajo. 5.- no contestaron
9.- Observando la gráfica, completa la siguiente tabla:	Extraigan valores de la gráfica y formen una tabla.	En la extracción de los datos de la gráfica a la tabla no tuvieron dudas, solamente un equipo se equivocó al realizar una operación de resta.
10.- ¿Los cambios en el ingreso son iguales?	Observen y analicen que no es constate el cambio del área	En esta pregunta la mayoría (8 equipos) contestaron que no eran iguales los cambios, solo un equipo dijo que sí y otro no contesto.
11.- ¿Esta variación o diferencias del ingreso es uniforme?, es decir, ¿está cambiando siempre en la misma cantidad?	Analice las diferencias del área	Solamente un equipo argumento que si era la misma cantidad que cambiaba de 100 en 100; otros 2 equipos solo contestaron que sí; un equipo dijo que después de 33 y es el mismo equipo que se equivocó en la operación anterior. Otros no contestaron.
Para ello realiza la siguiente tabla	Obtengan los valores correspondientes que faltan en la tabla	Solamente un equipo se equivocó en la realización de las operaciones para obtener los valores que faltaban en la tabla.
12.- Explica con tus palabras la tabla que obtuviste hasta este momento	Expresa sus ideas de lo que ha realizado.	El equipo que se equivocó con las operaciones al llegar a esta parte también su apreciación fue errónea. Los demás equipos comentaron que fue uniforme la variación del cambio en el ingreso el cual fue de -100

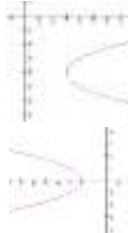
Actividad Tres

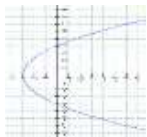
Indicador de aprendizaje	Indicador de evaluación	Respuestas de los estudiantes
¿Cómo van cambiando el número de personas que asisten?	Observe la tabla y de su comentario	Los equipos comentaron que va aumentando de uno en uno
¿Cómo van variando los ingresos, cada vez que el número de personas se incrementa?	Observe la tabla y de su comentario	Un equipo comenta que comienza a aumentar llega a un punto y luego disminuye; otro equipo trae la misma idea más al momento de escribir se equivocó anotando de disminuye hasta 35 y que a partir del 36 comienza a disminuir más. Otros equipos no anotaron nada.
¿Para qué número de asistencia de personas, los ingresos disminuyen?	Observe la tabla y de su comentario	En este cuestionamiento los equipos llegaron al mismo comentario que a partir de 36 personas el ingreso comienza a disminuir.
¿Para qué número de asistencia de personas, los ingresos aumentan?	Observe la tabla y de su comentario	Los estudiantes contestaron antes de 36, de 30 a 35.
¿Existe algún valor de número de personas que asistan para el cual, el ingreso sea el máximo? ¿Cuál es?	Observe la tabla y de su comentario	Los jóvenes comentaron que para 35 personas tenía el más alto ingreso
¿Qué observas en los valores del ingreso antes y después de este punto?	Observe la tabla y de su comentario	Los equipos comentaron que van aumentando llegan a un punto y luego disminuye el ingreso.
¿Puede asistir al viaje partes de personas? Es decir, ejemplo 2.3, 6.5, 24.5, etc.	Observe la tabla y de su comentario	Los equipos contestaron que NO
Si para una asistencia de 32 personas el ingreso es de 60800 y para cuando asisten 33 personas el ingreso es de 61050 ¿Cuánto varío el ingreso? Y ¿Cuánto varío la asistencia de las personas?	Observe la tabla y exprese los valores	Los equipos contestaron que el ingreso vario \$250 y el número de personas en una.
¿Cómo se obtuvo la variación del ingreso en la tabla? Realiza tu algunas operaciones para determinarlas	Expresa sus ideas en ¿Cómo determino la variación del ingreso?	Cada equipo expreso que realizo una resta entre los ingresos que le mencionaron.

¿Cómo obtuviste la variación de la asistencia de las personas?	Expresa sus ideas en como determino la variación del incremento de personas.	Un equipo expreso mediante la resta de las cantidades. Otro equipo comento con la suma, pero realizo la resta.
¿Qué tanto aumenta cada vez asistencia de las personas? Determina la columna de variación de la asistencia de personas	Realice la determinación de variación del incremento de personas	Los equipos en la tabla aun lado realizaron la columna de variación de persona
¿Incrementa o disminuye la misma cantidad la asistencia de las personas?	Expresa sus ideas en los valores la variación del incremento de personas.	En esta pregunta un equipo contesto que aumenta, pero otro equipo únicamente dijo si, por lo que es necesario especificar más bien la pregunta.
Observa la tabla y determina si incrementa o disminuye la misma cantidad los ingresos.	Expresa sus ideas en la conclusión de incremento o disminución del ingreso	En este cuestionamiento los equipos concibieron en que aumenta el ingreso hasta un punto luego disminuye.
¿Cómo están variando las diferencias del ingreso?	Expresa sus ideas en los valores la variación del ingreso	Los equipos comentaron que está variando de 100 en 100
Si cuando asisten 33 a 34 personas hay un incremento en los ingresos de 61050 a 61200, es decir de \$150. ¿Esta diferencia es siempre la misma? observa la columna de cambio en los ingresos, realiza algunos cálculos para ver como determinaron esos valores.	Realice la determinación de variación del ingreso (primeras diferencias) y exprese como se determinaron los valores.	Un equipo contesto que no, otro equipo argumento la respuesta de NO porque el cambio en el ingreso es variado. Por lo que la formulación de cuestionamiento hay que rediseñarlo.
¿Son constantes las variaciones en el cambio del ingreso?	Observe la tabla	En esta pregunta contestaron que si los estudiantes, es decir que están afirmando que las variaciones del cambio de ingreso son constantes.
Observando que las variaciones en el cambio del ingreso son constantes, entonces los valores que está representando la tabla son cuadráticos; para ello, elige tres valores de producción con su respectivo costo (no consecutivos) y forma un sistema (3x3) de ecuaciones de la forma $ax^2 + bx + c = y$ para encontrar los parámetros a , b , c de la función cuadrática.	Realiza el sistema 3*3	Los equipos tardaron para resolver el sistema de 3*3 porque no traían calculadora. En este apartado solamente un equipo anoto la función cuadrática que se generó con el sistema 3*3, los demás equipo no, porque todas las operaciones del sistema 3*3 lo realizaron en su libreta.
Con la función que acabas de obtener determina el ingreso para cuando asistan 45 personas.	Determina cálculos aritméticos con la expresión algebraica que determino	Dos equipos determinaron este valor
Si divides el valor que te dio en la columna de la variación del cambio del ingreso entre dos, ¿Qué valor te da?	Analiza la tabla y compara los valores del parámetro "a".	Los equipos determinaron el valor -50

Este valor que acabas de determinar se parece a alguno que determinaste en el sistema de 3×3 . ¿A qué parámetro?	Relaciona las segundas diferencias con el parámetro a	Todos los equipos lo relacionaron con el parámetro "a" de la ecuación cuadrática.
---	--	---

Actividad Cuatro

Indicador de aprendizaje	Indicador de evaluación	Respuestas de los estudiantes
I.- Analiza las siguientes gráficas y contesta las preguntas que se plantean a)  ¿Cuántas veces corta la curva al eje de las "x" en cada gráfica? _____ b) En las siguientes gráficas, ¿Cuántas veces corta o toca la curva al eje de la "x" en cada gráfica?  c) Y en estas ¿Cuántas veces corta o toca la curva al eje de la "x" en cada gráfica? _____  En relación a estos tres incisos que acabas de contestar, ¿qué puedes decir de los cortes en el eje "X" de las gráficas? _____	La intención de este ejercicio es: que el estudiante observe cuantas veces la gráfica podía cortar al eje de ordenadas	Los equipos respondieron lo que se esperaba

Indicador de aprendizaje	Indicador de evaluación	Respuestas de los estudiantes
2.- En las siguientes gráficas ¿cuántas veces corta al eje "y"?  3.- De las siguientes gráficas determina para cada una los siguientes incisos:  a) Cuando $x=0$; $Y=$ ____ b) Cuando $y=0$; $x=$ ____ c) ¿Cuál es la coordenada donde cambia de sentido la trayectoria de la gráfica? ¿qué descripción podrías dar de esa coordenada? ____ d) Antes de este punto ¿qué pasa con los valores de "y"? a medida que los valores de "x" se acercan a cero. ¿Cómo es esa variación? ____ e) Después del punto que determinas en el inciso a, ¿qué pasa con los valores de "y"? A medida que los valores de "x" se van haciendo más grandes. ¿Cómo es esa variación? ____	En el ejercicio 2, el objetivo es que el estudiante identifique que solamente una vez la gráfica cortara al eje "y" Los estudiantes extraían los valores e interpretaran la trayectoria de la gráfica, así como también, obtendrán la expresión algebraica que la represente	Los equipos identificaron que solamente una vez cortaba al eje En este ejercicio, los estudiantes tuvieron obstáculos para desarrollar el ejercicio, porque no se apreciaba bien los valores de la gráfica,

f) ¿Hacia dónde abre la gráfica?, es decir, hacia donde esta las ramas: _____. g) ¿Qué observas en general de la gráfica? h) Escribe la expresión algebraica que describa el comportamiento de la gráfica _____.		
---	--	--

Actividad Cinco

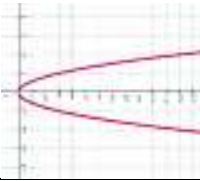
Indicador de aprendizaje	Indicador de evaluación	Respuestas de los estudiantes
1.- se presenta la siguiente tabla a complétala y contesta las preguntas a) ¿Cómo son los valores que en este caso toma "x"? b) ¿Qué pasa con los valores que toma "y"? c) ¿Existe algún valor en "x" donde a partir de él los valores de "y" se vuelvan a repetir? d) En la columna de 1era diferencias de "y", ¿Cómo se determinan estos valores? _____ e) ¿Qué pasa con los valores de la columna 1era diferencias de "Y", en relación a los valores de "x" cada vez que se acerca del $-\infty$ al valor de 1? f) ¿Qué pasa con los valores de la columna 1era diferencias de "Y", en relación a los valores de "x" cada vez que se aleja del valor de 1 al ∞ positivo? g) Es uniforme la variación de la columna 1era diferencias de "y" _____. Explica tu respuesta h) ¿De cuánto es la cantidad que va cambiando la columna de 1era diferencias? i) Cuando $x=0$ "y" ¿qué valor toma?	El objetivo de esta actividad es que el estudiante, analice en el registro numérico los elementos de la función cuadrática	En esta actividad los equipos no tuvieron dudas, solamente que por falta de tiempo no alcanzaron a realizar el sistema 3×3 y determinar la expresión algebraica.

j) Cuando $y=0$, “x” ¿qué valor toma? k) Con tres coordenadas forma un sistema 3×3 y la ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = y$, encuentra los valores de a, b, c. l) Expresa algebraicamente la función que esta representada en la tabla _.		
---	--	--

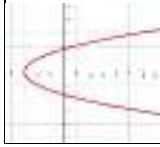
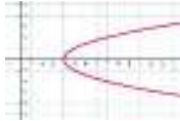
Actividad Seis

Indicador de aprendizaje	Indicador de evaluación	Respuestas de los estudiantes
Instrucciones: observe, analice y explique los elementos de la función cuadrática en el registro algebraico y gráfico. a) $f(x) = x^2$ esta función está representada por la gráfica  1. En la gráfica ¿hacia dónde esta las ramas? _____. ¿qué signo tiene x^2 en la función (negativo o positivo)? _____. 2. En la gráfica, con los valores negativos de “x” ¿Cómo son los valores que toma “f(x)”? _____ cuando un número negativo tiene potencia par el resultado es _____. 3. En la gráfica, con los valores positivos de “x” ¿Cómo son los valores que toma “f(x)”? _____	En los siguientes ejercicios el propósito es que los estudiantes observen los parámetros del registro algebraico de la función cuadrática en el registro gráfico.	Los problemas con los que se enfrentaron los estudiantes son: La gráfica no era muy legible por lo que tenían que fijarse mucho. Como todas las gráficas hacían referencia a la función $f(x) = -x^2$; tenían que estar devolviéndose a la primera hoja de la actividad para poder realizar la comparación y en el último ejercicio no lo realizaron.

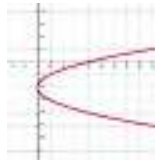
4. Cuál es el valor mínimo que puede tomar $f(x)$ y cuando sucede para este caso _____. b) si a la función anterior le agregamos el signo negativo ¿qué sucede con la gráfica $f(x) = -x^2$? 1. Cuál es el valor máximo que puede tomar $f(x)$ y cuando sucede para este caso _____. 2. Entonces podemos decir, que cuando en la función, x^2 es positiva la gráfica abre hacia _____. 3. Y cuando en la función, x^2 es negativa la gráfica abre hacia _____. 4. Así también, cuando en la función, x^2 es positiva, hablamos que la función toma un valor _____. Y cuando en la función, x^2 es negativa, la gráfica toma un valor _____. c) Si a la función $f(x) = -x^2$, le agregamos un coeficiente mayor de uno, es decir, por ejemplo:		
---	--	--

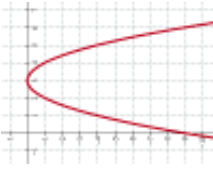
obtenemos la siguiente función $f(x) = -3x^2$. ¿qué sucede con la gráfica? _____  Haber analicemos, realizando una comparación. En $f(x) = -x^2$ cuando $x=1$ $f(x)=$ _ En $f(x) = -3x^2$ cuando $x=1$ $f(x)=$ _ ¿Qué está sucediendo con el valor de “f(x)”?. ¿Están más abiertas o cerradas las ramas de la gráfica en $f(x) = -3x^2$, comparándola con $f(x) = -x^2$? ____. d) Si a la función $f(x) = -x^2$, le agregamos un coeficiente menor de uno, es decir obtenemos la siguiente función por ejemplo: $f(x) = -\frac{1}{4}x^2$ ¿qué sucede con la gráfica? ____. Haber analicemos, realizando una comparación.		
--	--	--

En $f(x) = -x^2$ cuando $x = 2$ $f(x) =$ _ En $f(x) = -\frac{1}{4}x^2$ cuando $x = 2$ $f(x) =$ _ ¿Qué está sucediendo con el valor de “f(x)”? ¿Están más abiertas o cerradas las ramas de la gráfica en $f(x) = -\frac{1}{4}x^2$, comparándola con $f(x) = -x^2$? Entonces podemos decir, que cuando el coeficiente de x^2 sea mayor de uno las ramas de la gráfica van a tender a ____; y cuando el coeficiente de x^2 sea menor de uno pero mayor de cero las ramas de la gráfica van a tender a ser ____. e) Si a la función $f(x) = -x^2$, le agregamos una constante, es decir obtenemos la siguiente función por ejemplo: $f(x) = -x^2 + 3$ ¿qué sucede con la gráfica? ____. Haber analicemos, realizando una comparación. Cuál es el valor máximo que puede tomar f(x) ____ y cuando sucede para este caso		
---	--	--

 En $f(x) = -x^2$ cuando $x = -1$ $f(x) =$ _____ En $f(x) = -x^2 + 3$ cuando $x = -1$ $f(x) =$ _____ ¿Qué está sucediendo con el valor de “$f(x)$”? _____. ¿Están más abiertas o cerradas las ramas de la gráfica en $f(x) = -x^2 + 3$, comparándola con $f(x) = -x^2$? _____.		
f) Si a la función $f(x) = -x^2$, le restemos una constante, es decir obtenemos la siguiente función por ejemplo: $f(x) = -x^2 - 4$ ¿qué sucede con la gráfica? _____.  Haber analicemos, realizando una comparación. Cuál es el valor máximo que puede tomar $f(x)$ _____ y cuando sucede para este caso _____. En $f(x) = -x^2$ cuando $x = -1$ $f(x) =$ _____		

En $f(x) = -x^2 - 4$ cuando $x = -1$ $f(x) =$ ____ ¿Qué está sucediendo con el valor de “f(x)”? ____. ¿Están más abiertas o cerradas las ramas de la gráfica en $f(x) = -x^2 - 4$, comparándola con $f(x) = -x^2$? ____. Para estos incisos podremos decir, que cuando le agregamos una constante a la función $f(x) = -x^2$, la gráfica traslada verticalmente hacia ____ las unidades que le ____. Y si a la función $f(x) = -x^2$ le restamos una constante, la gráfica se traslada verticalmente hacia ____ las unidades que le ____.		
g) Si a la función $f(x) = -x^2$, al valor de “x” le sumamos una constante, es decir obtenemos la siguiente función por ejemplo: $f(x) = -(x + 2)^2$ ¿qué sucede con la gráfica? ____. Haber analicemos, realizando una comparación. Cuál es el valor máximo que puede tomar f(x) ____ y cuando sucede para este caso ____.		



En $f(x) = -x^2$ cuando $x = 0$ $f(x) = \underline{\hspace{1cm}}$ En $f(x) = -(x + 2)^2$ cuando $x = -2$ $f(x) = \underline{\hspace{1cm}}$ ¿Qué está sucediendo con el valor de “f(x)”? $\underline{\hspace{1cm}}$. Y con el valor de “x”, ¿qué sucedió? $\underline{\hspace{1cm}}$. ¿Están más abiertas o cerradas las ramas de la gráfica en $f(x) = -(x + 2)^2$, comparándola con $f(x) = -x^2$? h) Si a la función $f(x) = -x^2$, al valor de “x” le restamos una constante, es decir obtenemos la siguiente función por ejemplo: $f(x) = -(x - 3)^2$ ¿qué sucede con la gráfica?		
Haber analicemos, realizando una comparación. Cuál es el valor máximo que puede tomar $f(x)$ $\underline{\hspace{1cm}}$ y cuando sucede para este caso $\underline{\hspace{1cm}}$. En $f(x) = -x^2$ cuando $x = 0$ $f(x) = \underline{\hspace{1cm}}$ En $f(x) = -(x - 3)^2$ cuando $x = 3$ $f(x) = \underline{\hspace{1cm}}$ ¿Qué está sucediendo con el valor de “f(x)”? $\underline{\hspace{1cm}}$. Y con el valor de “x”, ¿qué sucedió? $\underline{\hspace{1cm}}$.		

¿Están más abiertas o cerradas las ramas de la gráfica en $f(x) = -(x-3)^2$, comparándola con $f(x) = -x^2$? _ Para cuando al valor de “x” le sumamos una constante en la función, la gráfica se traslada horizontalmente hacia la _, las unidades que le _. Y para cuando al valor de “x” le restamos una constante en la función, la gráfica se traslada horizontalmente hacia la _ la unidades que le _. i) Si a la función $f(x) = -x^2$, al valor de “x” le sumamos una constante y a la función le sumamos otra constante, es decir obtenemos la siguiente función por ejemplo: $f(x) = -(x+2)^2 + 3$ ¿qué sucede con la gráfica? ____. Haber analicemos, realizando una comparación. Cuál es el valor máximo que puede tomar $f(x)$ _ y cuando sucede para este caso ____. La coordenada del punto máximo, ¿dónde está representada en la función cuadrática que te dan? ____. En $f(x) = -x^2$ cuando $x = 0$ $f(x) =$ _		
--	--	--

En $f(x) = -(x+2)^2 + 3$ cuando $x = -2$ $f(x) =$ _____. ¿Qué está sucediendo con el valor de "$f(x)$"? _____. Y con el valor de "x", ¿qué sucedió? _____. ¿Están más abiertas o cerradas las ramas de la gráfica en $f(x) = -(x+2)^2 + 3$, comparándola con $f(x) = -x^2$? j) Si a la función $f(x) = -x^2$, al valor de "x" le agrego una constante, y a la función le restamos otra constante, es decir obtenemos la siguiente función por ejemplo: $f(x) = -(x+2)^2 - 3$ ¿qué sucede con la gráfica? _____. Haber analicemos, realizando una comparación. Cuál es el valor máximo que puede tomar $f(x)$ _____ y cuando sucede para este caso _____. La coordenada del punto máximo, ¿dónde está representada en la función cuadrática que te dan? _____. En $f(x) = -x^2$ cuando $x = 0$ $f(x) =$ _____.		
--	--	--

En $f(x) = -(x+2)^2 - 3$ cuando $x = -2$ $f(x) =$ ____. ¿Qué está sucediendo con el valor de “$f(x)$”? ____. Y con el valor de “x”, ¿qué sucedió? ____. ¿Están más abiertas o cerradas las ramas de la gráfica en $f(x) = -(x+2)^2 - 3$, comparándola con $f(x) = -x^2$? ____. Cuando le sumamos un valor a “x” y le sumamos un valor a la función, la gráfica se traslada horizontalmente hacia _ y verticalmente hacia ____. Por lo tanto, si al valor de “x” le sumamos un valor y a la función le restamos otro valor, la gráfica se traslada horizontalmente hacia _ y verticalmente hacia ____.		
k) Si a la función $f(x) = -x^2$, al valor de “x” le restamos una constante y a la función le sumamos otra constante, es decir obtenemos la siguiente función por ejemplo: $f(x) = -(x-2)^2 + 3$ ¿qué sucede con la gráfica? ____. Haber analicemos, realizando una comparación.		

Cuál es el valor máximo que puede tomar $f(x)$ _ y cuando sucede para este caso _. La coordenada del punto máximo, ¿dónde está representada en la función cuadrática que te dan? _. En $f(x) = -x^2$ cuando $x = 0$ $f(x) =$ _ En $f(x) = -(x - 2)^2 + 3$ cuando $x = 2$ $f(x) =$ _ ¿Qué está sucediendo con el valor de “$f(x)$”? _____. Y con el valor de “x”, ¿qué sucedió? _. ¿Están más abiertas o cerradas las ramas de la gráfica en $f(x) = -(x - 2)^2 + 3$, comparándola con $f(x) = -x^2$? l) Si a la función $f(x) = -x^2$, al valor de “x” le resto una constante, y a la función le restamos otra constante, es decir obtenemos la siguiente función por ejemplo: $f(x) = -(x - 2)^2 - 3$ ¿qué sucede con la gráfica? ____. Haber analicemos, realizando una comparación. Cuál es el valor máximo que puede tomar $f(x)$ _ y cuando sucede para este caso _.		
---	--	--

 La coordenada del punto máximo, ¿dónde está representada en la función cuadrática que te dan? ____. En $f(x) = -x^2$ cuando $x = 0$ $f(x) =$ ____ En $f(x) = -(x - 2)^2 - 3$ cuando $x = 2$ $f(x) =$ ____ ¿Qué está sucediendo con el valor de “f(x)”? _____. Y con el valor de “x”, ¿qué sucedió? _____. ¿Están más abiertas o cerradas las ramas de la gráfica en $f(x) = -(x - 2)^2 - 3$, comparándola con $f(x) = -x^2$? Cuando le restamos un valor a “x” y le sumamos un valor a la función, la gráfica se traslada horizontalmente hacia_ y verticalmente hacia__. Por lo tanto, si al valor de “x” le restamos un valor y a la función le restamos otro valor, la gráfica se traslada horizontalmente hacia _ y verticalmente hacia ____. m) Si la función es $f(x) = 2x^2 + 4x + 4$, a. ¿Cómo será la gráfica? ____ b. ¿Dónde se encuentra la coordenada que me dé el máximo o el mínimo? ____. Para contestar estas preguntas, como la función la están representando en su		
---	--	--

forma estándar, tendremos que completar el trinomio cuadrado perfecto. Quedando la función de la siguiente manera: $f(x) = 2(x+1)^2 + 2$. Ahora si de esta expresión algebraica de la función contesta: c) Hacia donde están las ramas de la gráfica _____ d) Por lo tanto, estamos hablando que la gráfica tiene un punto (máximo o mínimo) _____ e) La coordenada de dicho punto es _ f) Antes de ese punto como son los valores de $f(x)$ _____ g) Después de ese punto como son los valores de $f(x)$ _ h) Realiza un bosquejo de cómo sería la gráfica:		
---	--	--

Actividad Siete

Indicador de aprendizaje	Indicador de evaluación	Respuestas de los estudiantes
1.- ¿Qué es lo que el propietario desea realizar?	El objetivo de esta actividad es el de observar que tanto se apropiaron del	Solamente un equipo logro terminar completa la actividad, los demás no

2.- ¿Con cuánto material cuenta para realizar el trabajo? 3.- ¿Cómo podrías tu realizar ese trabajo? Explica 4.- Ahora, si por casualidad el ancho del corral es de 1m, ¿Cuánto vale el largo y el área del corral? 5.- Si el área del corral fuera de 11700 m², ¿cuánto mide el ancho y el largo del corral? 6.- Determina algunas medidas del corral junto con su área. 7.- Expresa el perímetro del corral si: Ahora al ancho mide "x" metros y el largo "y" metros 8.- De la expresión anterior, despeja la letra que representa el largo. ¿Qué pasa con la medida del largo del corral cada vez que el ancho aumenta en su valor? 9.- Determina el área de la figura del corral utilizando el despeje anterior. Explica con tus palabras como se determina el área. 10.- utilizando la expresión algebraica de la pregunta anterior, si el ancho vale 65.5m ¿Cuáles el área?	objeto de la función cuadrática los estudiantes	realizaron la pregunta 9 y 10. No tuvieron dudas para realizarla en forma general.
---	--	---

En estas actividades se consideraron la competencia matemática: 1) Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos y variacionales, mediante el lenguaje verbal y matemático, 2) Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos, esto para observar en los estudiantes el dominio en dicha competencia.

Se puede percibir en las respuestas de los estudiantes la dificultad en la conversión de registros principalmente del gráfico al algebraico, así también del numérico al algebraico, y del verbal al algebraico, esto se puede deber a una deficiencia en el lenguaje algebraico, es decir, las instrucciones no son claras, precisas, o bien los jóvenes traen deficiencias en la comprensión de textos.

Por lo tanto, el rediseño de las actividades tendrá que considerar la redacción de tal manera que el estudiante interprete los textos y realice la conversión al registro algebraico, lo que lograría conducir a un mejor desempeño del estudiante con la interacción del objeto matemático “Función Cuadrática” y con otros objetos matemáticos.

En relación al registro gráfico los estudiantes muestran poca habilidad en el tratamiento de este registro, por lo que hay que desarrollar más actividades que involucren este registro.

Lo que se alcanza apreciar en la aplicación de las actividades es que los jóvenes no han desarrollado el pensamiento algebraico, es decir, trabajan solo el pensamiento numérico. Esto conlleva a que estén realizando puras operaciones con números y no puedan generalizar las operaciones.

En este grupo de estudiantes se aprecia que en el transcurrir de las asignaturas anteriores al Cálculo no se han realizado actividades que ayuden al estudiante en el desarrollo de las competencias disciplinares de matemáticas.

También como docente hace falta analizar los objetos matemáticos y desarrollar actividades que integren los registros semióticos y las competencias matemáticas desde el primer semestre del bachiller, lo cual permitirá ir desarrollando el dominio de los registros semióticos y las competencias en los estudiantes.

6. CONCLUSIONES

El Análisis Didáctico que propone Pedro Gómez, proporciona a uno como docente evaluar su planeación didáctica, de esta manera obtener una oportunidad para mejorar las actividades didácticas realizadas por los estudiantes con base en la exploración, profundización y trabajar con los diferentes y múltiples significados del contenido matemático escolar; así como con las diferentes dificultades que presentaron los jóvenes en la realización de las misma.

El manejar los diferentes registros semióticos de Raymond Duval, nos permite tener una mejor apropiación del objeto matemático “Función Cuadrática”, como también darme cuenta entre que registros los estudiantes no tienen la articulación adecuada (gráfico - algebraico; numérico - algebraico; verbal –algebraico); que son las articulaciones a desarrollar en las próximas actividades sin descuidar las otras articulaciones de registros. El evaluar la puesta en escena de las actividades también ayuda a ver las competencias disciplinares de la RIEMS que el joven ha desarrollado, así como, el grado de desarrollo de ellas.

Retomando a Ramos (2002), que innovar no es solo cambiar la práctica docente, sino cambiar los valores, las creencias, y las ideas que fundamentan la acción del profesorado y del estudiante; esto se puede lograr con la evaluación de la actuación de las actividades del docente los que conlleva realizar de nuevo el Análisis didáctico con más visión de los aspectos cognitivos de los estudiantes y del contenido matemático a enseñar, sin olvidar la importancia de modificar la actitud del estudiante ante la actividad educativa.

Así también, un propósito es involucrar a la tecnología en el desarrollo de las actividades para que el estudiante tenga mayor tiempo en analizar la situación y valores que va obteniendo, en vez de ocupar el tiempo en realizar cálculos aritméticos que en ocasiones solamente les quitan tiempo y no es lo más importante.

7. REFERENCIAS

- Baltasar Rodríguez-Salinas; (1992) *Recuerdo A Euler* pp. 21; http://dmle.cindoc.csic.es/pdf/HISTORIADELAMATEMATICA_1992_00_00_01.pdf
- Díaz, G. José Luis. (2000). *Diseño y construcción del Sistema Tutorial Inteligente Función(X)*. Tesis de doctorado. Universidad Autónoma del estado de Morelos. Cuernavaca, Morelos.
- Duval, R. (2000) *El Análisis Cognitivo de Problemas de Comprensión en el Aprendizaje de las Matemáticas*, Université du Littoral, Laboratoire Mutations des Systèmes Educatifs and IUFM Nord Pas-de-Calais. <http://www.math.uncc.edu/~sae/dg3/duval1.doc> (v. ingles)
- Duval, R. (1988), *Gráficas y Ecuaciones: la articulación de dos registros*. Traducción del Departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV-IPN, México.
- Duval, R. (1998), *Registros de Representación Semiótica y Funcionamiento Cognitivo del Pensamiento*. En F. Hitt (Ed.), *Investigaciones en Matemática Educativa II*, (pp. 173-201). Grupo Editorial Iberoamérica: México
- De Guzmán, M.:(1992). *Tendencias innovadoras en educación matemática*. Editorial Olímpica. Buenos Aires. P. 12
- Oaxaca, JA, Valderrama MC. (2001). "Reflexiones didácticas desde y para el aula expresiones simbólicas a partir de gráficas. El caso de la parábola" Recuperado de: <http://www.comie.org.mx/congreso/memoriaelectronica/v09/ponencias/at05/PRE1178753682.pdf>
- Gómez, Pedro. (2007). *Desarrollo del Conocimiento Didáctico en un Plan de Formación Inicial de Profesores de Matemáticas de Secundaria*. Granada: Departamento de didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.
- Feuerstein, R. (1996). *Experiencia de aprendizaje mediado*. Siglo Cero, 106, 28-32.
- Font Vicent. (2001). *Reflexiones didácticas desde el aula*. Revista Ema, Vol. 6, no. 2. 180-200
- Gómez Pedro, (2006). *Análisis Didáctico en la Formación Inicial de Profesores de Matemáticas de Secundaria*. Investigación en educación matemática: actas del X Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, Huesca, recuperado en noviembre 2009. <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2264667>
- Gómez, Pedro (2002). *Análisis Didáctico y Diseño Curricular en Matemáticas*. Revista EMA, 7(3), 251-293.

- Gómez Pedro, Carulla C. (1999) *La enseñanza de la función cuadrática en las matemáticas escolares del distrito capital*. Recuperado en mayo del 2009. <http://ued.uniandes.edu.co/ued/servidor/ued/proyectos/CuadraticasIDEP/html/RepCuadAnInst.html>
- Gómez, Pedro, Lupiáñez, J. L. (2005). *Trayectorias Hipotéticas de Aprendizaje en la Formación Inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. Trabajo presentado en V Congreso Ibero-americano de educação matemática, Oporto, Portugal
- Moreno, Luis y Waldegg, Guillermina (2002). *Fundamentación cognitiva del currículo de matemáticas*. México: Seminario Nacional de Formación de docentes: Uso de nuevas tecnologías en el aula de Matemáticas. pp. 58-66.
- Ruiz Palmero Julio, Sánchez Rodríguez José (2005) *la introducción de la función cuadrática a través de las webquest*; Universidad de Alicante; I congreso internacional Escuela y TIC. IV Forum Novadors más allá del software libre.
- Rodríguez Lemus Daniel (2008) *Exploración De Una Secuencia Didáctica Basada En El Uso De CAS Para El Estudio De La Variación Cuadrática* (tesis Maestría)
- Suchodolski, B: "*Educación para el futuro*", Cuaderno de Pedagogía, N°81, 1981.
- Stenberg, R. J. Y Spear-Swerling I. (1996), "La comprensión de los principios básicos y de las dificultades de enseñar a pensar", en: Teaching for Thinking, Trad. De R. Llavori Enseñar a pensar, Santillana, Madrid, pp.95-118.
- Valdez Rojo Eliseo (2003) *Las Aplicaciones De Cabri- Geometre II Enseñanza De La Función Cuadrática: Una Estrategia Constructivista Del Aprendizaje*
- Vilanova Silvia ; Rocerau María; Valdez Guillermo; Oliver María; Vecino Susana; Medina Perla; Astiz Mercedes; Alvarez Estella.(2001). *La Educación Matemática*
El papel de la resolución de problemas en el aprendizaje. Revista Iberoamericana de educación Madrid, OEI. <http://www.campus-oei.org/revista/deloslectores/203Vilanova.PDF>
- Villa Ochoa Jhony Alexánder (2006) *La Importancia De Galileo En La Construcción Histórica Del Concepto De Función Cuadrática*.

Anexo 1^a

Equipo 1

Parte de apertura: en equipos de tres integrantes responden a cada una de las tres actividades

Actividad 1

Cuando se forma el grupo de 30 personas le cobra \$2000 a cada uno, pero reduce \$50 al precio del boleto por persona adicional a los 30. Esta compañía pide tu apoyo para determinar ¿Cuál será el número de turistas que debe llevar un autobús para maximizar los ingresos?, para ello te propongo las siguientes preguntas que te pueden ayudar

- ¿Qué quiere determinar la empresa? *Determinar el máximo número de turistas por autobús*
- ¿Cuántos pasajeros podrán ir en un camión? Mínimo 30, máximo 38
- ¿Cuánto cuesta el boleto si van 30 personas? \$2,000
- ¿Cuánto es el ingreso si asisten 30 personas? \$60,000
- ¿Qué pasara con el precio del boleto a medida que asisten más personas? *Reducir el precio del boleto*

La empresa tiene la siguiente tabla

Personas	Adicional	Precio	Ingreso
30	0	2000	60000
32	2	1900	60800
36	6	1700	61200
38	8	1600	60800

- si van 31 personas en el camión ¿Cuánto es el ingreso?

\$60,900

- si asisten tres personas más al viaje ¿Cuánto va a ser el precio del boleto? Y ¿Cuánto es el ingreso?

*\$1,600 es el precio
\$61,200*

- supongamos que el ingreso fue de \$60800, ¿cuántas personas fueron en el camión? Y ¿Cuál fue el precio del Boleto?

*32 y 1900 es el mínimo precio
el precio es 1600*

- ¿Cuántas personas y cuál sería el ingreso? si el precio del boleto fuera de \$1800.

34 personas, lo ingreso sería \$61,000

- ¿Qué pasa con el precio del boleto a medida que asisten más personas al viaje? __, y con el ingreso ¿qué pasa? __

Disminuye, entra más gente menor ingreso

k) explica ¿Cómo obtienes el precio del boleto?

o 2,000 la venta + 50.00 por el persona

l) explica ¿Cómo obtienes el ingreso?

multiplicando el numero de persona
por el precio del boleto

Asigna "T" al ingreso y "x" al número de personas adicionales.

m) Ahora realiza mediante una expresión algebraica el precio del boleto utilizando las letras anteriores que correspondan. _____

$$2,000 + 50(x)$$

n) realiza una expresión algebraica que refleje como obtienes el ingreso utilizando las letras anteriores que correspondan. _____

$$I = (x + 30)(2,000 + 50(x))$$

Comenta tus respuestas con tres de tus compañeros, anota las diferencias y/o similitudes y entrégale la actividad a tu facilitador para que te retroalimente en las dudas que tengas.

EQUIPO 2

Parte de apertura: en equipos de tres integrantes responden a cada una de las tres actividades

Actividad 1

Cuando se forma el grupo de 30 personas le cobra \$2000 a cada uno, pero reduce \$50 al precio del boleto por persona adicional a los 30. Esta compañía pide tu apoyo para determinar ¿Cuál será el número de turistas que debe llevar un autobús para maximizar los ingresos?, para ello te propongo las siguientes preguntas que te puedan ayudar

a) ¿Qué quiere determinar la empresa?

El número de personas o de cobros. ¿Por qué?

b) ¿Cuántos pasajeros podrán ir en un camión? Mínimo _____, máximo _____

c) ¿Cuánto cuesta el boleto si van 30 personas? *\$2000*

d) ¿Cuánto es el ingreso si asisten 30 personas? *\$60000*

e) ¿Qué pasará con el precio del boleto a medida que asisten más personas?

El boleto se reduce \$50 por persona adicional.

La empresa tiene la siguiente tabla

Personas	Adicional	Precio	Ingreso
30	0	2000	60000
32	2	1900	60800
38	8	1700	61200
38	8	1500	60000

f) si van 31 personas en el camión ¿Cuánto es el ingreso?

\$61000

g) si asisten tres personas más al viaje ¿Cuánto va a ser el precio del boleto? Y ¿Cuánto es el ingreso?

Boleto = \$1650

Ingreso = \$61750

h) supongamos que el ingreso fue de \$60800, ¿cuántas personas fueron en el camión? Y ¿Cuál fue el precio del Boleto?

Personas = 32 | Precio = \$1900

i) ¿Cuántas personas y cuál sería el ingreso? si el precio del boleto fuera de \$1800.

34 personas

\$61800 de Ingreso

j) ¿Qué pasa con el precio del Boleto a medida que asisten mas personas al viaje? se reduce, y con el ingreso ¿qué pasa? crece un poco

k) explica ¿Cómo obtienes el precio del boleto?

precio = boleto + 100 pesos

l) explica ¿Cómo obtienes el ingreso?

*multiplico el precio del boleto por el
precio de la persona y sumo con el boleto*

Asigne "I" al ingreso y "x" al número de personas adicionales.

m) Ahora realiza mediante una expresión algebraica el precio del boleto
utilizando las letras anteriores que correspondan. $I = x(200 + 100)$

n) realiza una expresión algebraica que refleje cómo obtienes el ingreso
utilizando las letras anteriores que correspondan. $I = x(200 + 100)$

$$I = x(200 + 100)$$

Comenta tus respuestas con tres de tus compañeros, anota las
diferencias y/o similitudes y entrégale la actividad a tu facilitador para que
te retroalimente en las dudas que tengas.

EQUIPO 3

Parte de apertura: en equipos de tres integrantes responden a cada una de las tres actividades

Actividad 1

Cuando se forma el grupo de 30 personas le cobra \$2000 a cada uno, pero reduce \$50 al precio del boleto por persona adicional a los 30. Esta compañía pide tu apoyo para determinar ¿Cuál será el número de turistas que debe llevar un autobús para maximizar los ingresos?, para ello te propongo las siguientes preguntas que te pueden ayudar

- ¿Qué quiere determinar la empresa? *cuántos pasajeros debe llevar el autobús para maximizar los ingresos*
- ¿Cuántos pasajeros podrán ir en un camión? Mínimo 30, máximo 42
- ¿Cuánto cuesta el boleto si van 30 personas? *\$2000*
- ¿Cuánto es el ingreso si asisten 30 personas? *\$60000*
- ¿Qué pasará con el precio del boleto a medida que asistan más personas? *va bajando*

La empresa tiene la siguiente tabla

Personas	Adicional	Precio	Ingreso
30	0	2000	60000
32	2	1900	60800
36	6	1700	61200
38	8	1600	60800

f) si van 31 personas en el camión ¿Cuánto es el ingreso?

\$61500

g) si asisten tres personas más al viaje ¿Cuánto va a ser el precio del boleto? Y ¿Cuánto es el ingreso?

\$1850, \$61050

h) supongamos que el ingreso fue de \$60800; ¿cuántas personas fueron en el camión? Y ¿Cuál fue el precio del Boleto?

38 personas y 0 \$1600 que el boleto

i) ¿Cuántas personas y cuál sería el ingreso? si el precio del boleto fuera de \$1800.

34 personas \$61200

j) ¿Qué pasa con el precio del boleto a medida que asisten más personas al viaje? *baja* y con el ingreso ¿qué pasa? *aumenta hasta los 36 personas y luego de ahí va bajando*

k) explica ¿Cómo obtienes el precio del boleto?

Según las personas que aumentan disminuyen el precio por cada uno de ellos al precio del boleto original

l) explica ¿Cómo obtienes el ingreso?

multiplicas los pasajeros por el precio del boleto

$$33 \text{ PASAJEROS} \times \$1850 = \$61,050$$

Asigna "I" al ingreso y "x" al número de personas adicionales.

m) Ahora realiza mediante una expresión algebraica el precio del boleto utilizando las letras anteriores que correspondan.

$$PB = 2000 - 50x$$

n) realiza una expresión algebraica que refleje como obtienes el ingreso utilizando las letras anteriores que correspondan.

$$I = x \cdot PB$$

Comenta tus respuestas con tres de tus compañeros, anota las diferencias y/o similitudes y entrégale la actividad a tu facilitador para que te retroalimente en las dudas que tengas.

EQUIPO 4

Parte de apertura: en equipos de tres integrantes responden a cada una de las tres actividades

Actividad 1

Quando se forma el grupo de 30 personas le cobra \$2000 a cada uno, pero reduce \$50 al precio del boleto por persona adicional a los 30. Esta compañía pide tu apoyo para determinar ¿Cuál será el número de turistas que debe llevar un autobús para maximizar los ingresos? para ello le propongo las siguientes preguntas que le pueden ayudar

- ¿Qué quiere determinar la empresa?
- ¿Cuántos pasajeros podrán ir en un camión? Mínimo 20, máximo 40
- ¿Cuánto cuesta el boleto si van 30 personas? 2000
- ¿Cuánto es el ingreso si asisten 30 personas? \$ 60,000
- ¿Qué pasará con el precio del boleto a medida que asisten más personas? se reduce \$50 al precio del boleto

La empresa tiene la siguiente tabla:

Personas	Adicional	Precio	Ingreso
30	0	2000	60000
32	2	1900	60800
36	6	1700	61200
38	8	1600	60800

- si van 31 personas en el camión ¿Cuánto es el ingreso?

$$\begin{array}{r|l|l|l} 31 & 1 & 1950 & 60,450 \end{array}$$
- si asisten tres personas más al viaje ¿Cuánto va a ser el precio del boleto? Y ¿Cuánto es el ingreso?

$$\begin{array}{r|l|l|l} 34 & 4 & 1700 & 61,200 \end{array}$$
- supongamos que el ingreso fue de \$60800. ¿cuántas personas fueron en el camión? Y ¿Cuál fue el precio del Boleto?
36 personas y el precio del boleto es de \$1600
- ¿Cuántas personas y cuál sería el ingreso? si el precio del boleto fuera de \$1800
34 personas y el ingreso = 61,200
- ¿Qué pasa con el precio del boleto a medida que asisten más personas al viaje? — y con el ingreso ¿qué pasa? cuando el boleto es 1600 el ingreso

k) explica ¿Cómo obtienes el precio del boleto?

Por cada persona más le restamos \$50 por persona

l) explica ¿Cómo obtienes el ingreso?

Multiplica el número de personas por el precio del boleto

Asigna "I" al ingreso y "x" al número de personas adicionales.

m) Ahora realiza mediante una expresión algebraica el precio del boleto utilizando las letras anteriores que correspondan. _____

$$P = 2000 - 50x$$

n) realiza una expresión algebraica que refleje como obtienes el ingreso utilizando las letras anteriores que correspondan. _____

$$I = x(2000)$$

Comenta tus respuestas con tres de tus compañeros, anota las diferencias y/o similitudes y entrégale la actividad a tu facilitador para que te retroalimente en las dudas que tengas.

EQUIPO 5

Parte de apertura: en equipos de tres integrantes responden a cada una de las tres actividades

Actividad 1

Quando se forma el grupo de 30 personas le cobra \$2000 a cada uno, pero reduce \$50 al precio del boleto por persona adicional a los 30. Esta compañía pide tu apoyo para determinar ¿Cuál será el número de turistas que debe llevar un autobús para maximizar los ingresos?, para ello te propongo las siguientes preguntas que te pueden ayudar

- ¿Qué quiere determinar la empresa? *El número de personas que van al viaje*
- ¿Cuántos pasajeros podrán ir en un camión? Mínimo 30 máxima 40
- ¿Cuánto cuesta el boleto si van 30 personas? \$2000
- ¿Cuánto es el ingreso si asisten 30 personas? \$60000
- ¿Qué pasará con el precio del boleto a medida que asisten más personas? *Se reduce \$50 por persona adicional*

La empresa tiene la siguiente tabla

Persnas	Adicional	Precio	Ingreso
30	0	2000	60000
32	2	1900	60800
35	5	1700	61200
36	6	1600	60800

f) si van 31 personas en el camión ¿Cuánto es el ingreso?

g) si asisten tres personas mas al viaje ¿Cuánto va a ser el precio del boleto? Y ¿Cuánto es el ingreso?

g) supongamos que el ingreso fue de \$60800, ¿cuántas personas fueron en el camión? Y ¿Qué fue el precio del Boleto?

i) ¿Cuántas personas y cual sería el ingreso? si el precio del boleto fuera de \$1800.

j) ¿Qué pasa con el precio del boleto a medida que asisten más personas al viaje? Se reduce \$50 por persona adicional, y con el ingreso ¿qué pasa? Se reduce \$50 por persona adicional

k) explica ¿Cómo obtienes el precio del boleto?

Porque es la Cantidad Asignada,
Menos \$50 Por Cada Persona.

l) explica ¿Cómo obtienes el ingreso?

Nos multiplicamos a la Persona
El Precio del Boleto.

Asigna "I" al ingreso y "x" al número de personas adicionales.

m) Ahora realiza mediante una expresión algebraica el precio del boleto
utilizando las letras anteriores que correspondan. _____

$$2000 - 50(X) = P$$

n) realiza una expresión algebraica que refleje como obtienes el ingreso
utilizando las letras anteriores que correspondan. _____

$$(X)(2000 - 50(X)) = I$$

Comenta tus respuestas con tres de tus compañeros, anota las diferencias y/o similitudes y entrégale la actividad a tu facilitador para que te retroalimente en las dudas que tengas.