

UNIVERSIDAD DE SONORA

Unidad Regional Centro

División de Ciencias Exactas y Naturales
Departamento de Matemáticas



Maestría en Ciencias
Matemática Educativa

EL SABER DE MIS HIJOS
PARA MI GRANDEZA
BIBLIOTECA
DEPARTAMENTO DE
MATEMÁTICAS

*La calculadora graficadora y
los sistemas de ecuaciones en
el nivel superior :
-un estudio de caso-*

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE :
MAESTRO EN CIENCIAS CON ESPECIALIDAD
EN MATEMÁTICA EDUCATIVA
PRESENTA :
MANUEL OSCAR MUNGUIA ROMO

DIRECTOR DE TESIS :
M. en C. JOSE RAMON JIMENEZ RODRIGUEZ

Hermosillo, Sonora, 1995

Universidad de Sonora

Repositorio Institucional UNISON



**"El saber de mis hijos
hará mi grandeza"**



Excepto si se señala otra cosa, la licencia del ítem se describe como openAccess

Con todo mi amor y agradecimiento por su apoyo y cariño

*A mi esposa María Isabel, a mi hija Ana Isabel
a mi hijo Manuel Oscar*

A mis padres por ponerme en este camino

Muchas gracias José Ramón por tú guía y dedicación

Al Maestro Ramiro Avila por su entrega

Le agradezco al comité revisior :

Dr. Fernando Hitt

M. en C. José Luis Díaz

M. en C. Ruperto Vargas

M. en C. José Ramón Jiménez sus valiosos consejos

A mis profesores y compañeros en la maestría

A mis compañeros del ITESM-CSN

INDICE



I-III

	Introducción	
1.	Presentación y ubicación del trabajo	
1.1	Introducción	1
1.2	Antecedentes	2
1.3	Definición del problema	7
1.4	Estrategia de la investigación	10
1.5	Justificación	12
1.6	Objetivos	22
1.7	Formulación de hipótesis	25
1.8	Ubicación del trabajo	26
1.9	Marco de referencia	28
1.10	Metodología de la investigación	41
1.11	Resumen	43
2.	Revisión bibliográfica	
2.1	Introducción	45
2.2	Revisión bibliográfica sobre psicología del aprendizaje y metodología de la enseñanza	47
2.3	Revisión bibliográfica sobre la calculadora graficadora como recurso didáctico	68
2.4	Revisión de libros de texto	70
2.5	Resumen	82
3.	Desarrollo del trabajo	
3.1	Introducción	84
3.2	Evaluación de conocimientos de álgebra	87
3.3	Diseño y aplicación de la práctica	88
3.4	Evaluación de la práctica	98
3.5	Resumen	101
4.	Resultados	
4.1	Introducción	103
4.2	Resultados del diagnóstico	104
4.3	Resultados de la práctica	112
4.4	Comentarios de los estudiantes	138
4.5	Recomendaciones derivadas del diseño y la aplicación de la práctica "remedial"	139
4.6	Resumen	141
5.	Conclusiones	
5.1	Introducción	143
5.2	Aportaciones del trabajo	144
5.3	Problemas resueltos a nivel teórico y práctico	145
5.4	Problemas abiertos a nivel teórico y práctico	146
5.5	Resumen global del trabajo de investigación	148
	Bibliografía	150
	Anexo A1. Diagnóstico cuestionario I	
	Anexo A2. Inventario calculadoras	
	Anexo A3. Diagnóstico cuestionario 2	
	Anexo A4. Práctica	
	Anexo A5. Base de datos cuestionario 2	

Introducció

En torno al nombre del presente trabajo "*La calculadora graficadora y los sistemas de ecuaciones en el nivel superior : un estudio de caso.* ", vale la pena realizar la siguiente aclaración: se le denominó así por considerar un caso como una "situación real que requiere de cierta clase de inspección activa. Se presta a varias soluciones, ninguna de las cuales se puede juzgar en términos absolutos como "correcta" o "incorrecta". Sin embargo, hay algunas soluciones más apropiadas o mejores que otras" (*). Juzgamos pertinente seguir los lineamientos generales de dicha metodología, porque permite esclarecer las regularidades subyacentes a una serie de casos intrínsecamente específicos, en los cuales lo particular puede ser factor determinante. Esto es especialmente obvio en la enseñanza y el aprendizaje; esta terminología, además, es usada en la literatura especializada y al parecer goza de consenso.

La estructura del presente trabajo de investigación obedece a una posición metodológica, que consiste en considerar que el análisis de un problema debe realizarse en varias dimensiones, en el espíritu del análisis de sistemas.

(*) Tomado de Siegel, L. *Psicología Industrial*, 5^a impresión Editorial C.E.C.S.A., p. 489, 1976.

En el primer capítulo, son consignados los antecedentes, el nivel educativo, el tema de la investigación, los objetivos, las razones que muestran la importancia del tema elegido, la formulación de las hipótesis, las preguntas de la investigación, la ubicación del trabajo, el marco de referencia, así como los aspectos metodológicos empleados en el trabajo.

En el segundo capítulo, se exponen los aspectos relevantes de la literatura consultada sobre el tema, en los contextos de la psicología del aprendizaje, metodología de la enseñanza, sobre las calculadoras graficadoras y sobre los libros de texto empleados en la enseñanza del tema.

En el tercer capítulo, mostramos el desarrollo en la realización del trabajo de investigación.

En el capítulo cuarto, son consignados los resultados obtenidos de la aplicación del diagnóstico empleado y del sistema de prácticas remedial^(*).

(*) Cabe aclarar lo siguiente. El calificativo "remedial" o "remediales" no nos parece el más adecuado para describir el sistema de prácticas con la calculadora que se discute en el presente trabajo, en virtud de que su principal objetivo no consiste en corregir las deficiencias conceptuales de los estudiantes o en ayudar a superarlas. Más bien, dicho sistema fué diseñado exclusivamente para intentar comprender los procesos cognitivos que se generan en el individuo en su interacción con los conceptos matemáticos mediante el empleo de la calculadora. Sin embargo, una vez que dichos procesos quedan más o menos de manifiesto y se les logra integrar de manera consecuente bajo una interpretación teórica, el sistema de prácticas puede ser mejorado sobre dicha base para constituirse, ahora sí, en una acción remedial. En parte, esto ha ocurrido con el sistema de prácticas presentado en este trabajo, y esta es la razón por la que hemos conservado la denominación de "remedial" o "remediales".

En el capítulo quinto, se establecen las conclusiones del presente trabajo de investigación en los siguientes niveles: aportaciones del trabajo, problemas resueltos a nivel teórico y práctico, así como problemas abiertos a nivel teórico y práctico.

Espero que las reflexiones y sugerencias que presentamos sean objeto de comentarios y discusión por parte de profesores y estudiantes. Con ello nos sentiríamos muy honrados.

1.2 Antecedentes.

El presente trabajo de investigación se derivó del intento de utilizar la calculadora graficadora como un recurso didáctico por medio del cual el estudiante abordaría el Algoritmo Simplex (AS) para resolver problemas de Programación Lineal (PL). El AS se estudiaría en el curso de PL durante el Semestre Enero-Mayo de 1993, que se impartiría a estudiantes de la carrera de Ingeniería Industrial y de Sistemas (IIS) que se ofrece en el Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey Campus Sonora Norte (ITESM CSN).

Previamente a la introducción de la calculadora graficadora en dicho curso se implementaron dos actividades de diagnóstico. Primeramente, a los estudiantes se les administró un cuestionario (Cuestionario I ver anexo A1) que tenía como objetivo establecer el grado de dominio por parte del estudiante de algunos aspectos básicos del álgebra que son esenciales para el tratamiento del AS. En segundo lugar, se elaboró un inventario de las calculadoras (ver anexo A2) científicas y programables en posesión de los estudiantes inscritos en el curso, y se les encuestó acerca del grado de conocimiento y dominio que ellos consideraban tener de sus calculadoras.

El cuestionario I (anexo A1, pag. 1) estuvo constituido por cinco bloques de reactivos como sigue :

- Bloque I: Identificación de ecuaciones lineales.
5 reactivos.
- Bloque II: Métodos de solución de sistemas de ecuaciones lineales.
1 reactivo.
- Bloque III: Caracterización de soluciones a los sistemas de ecuaciones lineales.
3 reactivos.
- Bloque IV: Matriz Inversa.
3 reactivos.
- Bloque V: Vectores linealmente independientes.
6 reactivos.

El total de reactivos fué de 18, el cuestionario fué respondido por 36 estudiantes; cada uno de los reactivos se ponderó con el mismo peso (1 punto por reactivo). Por lo tanto, para el total de los 36 estudiantes se totalizó 648 puntos.

Los resultados obtenidos se consignan en la tabla siguiente.

	Número de reactivos correctos	Total de reactivos por bloque	Porcentaje de reactivos correctos
Bloque I.	120	180	66.67%
Bloque II.	34	36	94.44
Bloque III.	7	108	6.48
Bloque IV.	23	108	21.30
Bloque V.	25	216	11.57
Totales	209	648	32.25%

Se observa inmediatamente que el bloque III (Caracterización de soluciones a los sistemas de ecuaciones lineales) es el que presenta una mayor dificultad para los estudiantes encuestados ya que sólo se obtuvo un 6.48% de reactivos contestados correctamente. El bloque II (Método de solución de sistemas de ecuaciones lineales) presenta un 94.44% de reactivos contestados correctamente, por lo cual no representa dificultad para los estudiantes encuestados.

Los resultados del segundo punto son resumidos por la tabla siguiente:

Calculadoras científicas	No programables	19
Calculadoras científicas	programables	17
	Total	36

El dominio que consideran tener los estudiantes de sus calculadoras científicas programables es el siguiente :

Malo 5 Regular 7 Bueno 4 Muy Bueno 1

Además afirmaron que :

12 No sabían programar su calculadora

5 Si sabían programar su calculadora.

Los resultados del inventario se amplian en el anexo A2 (pág. 1).

El análisis de los resultados muestra que los estudiantes, en general, conocen los métodos de solución de los sistemas de ecuaciones (3×3). No ocurre lo mismo, sin embargo, con la caracterización de las soluciones a los sistemas (2×2). Probablemente, esto se deba a que la estrategia general de enseñanza está dirigida a cómo resolver los sistemas planteados, es decir, se centra en la aplicación de los algoritmos de solución, y no se detenga a analizar las condiciones bajo las cuales dichas soluciones (y por lo tanto, tales algoritmos) son aplicables.

La mayoría de los estudiantes no tienen dificultad para identificar una ecuación lineal con dos incógnitas. No sucede lo mismo con tres y cuatro incógnitas. Por lo visto, hay un problema en la generalización del concepto

de linealidad, y otro en las operaciones que se efectúan entre las incógnitas.

El análisis de los resultados del cuestionario I se amplía en el Anexo A1 (págs.2-11).

La aplicación de este cuestionario de diagnóstico permitió de inmediato detectar una deficiencia conceptual en los conocimientos de álgebra lineal por parte de los estudiantes y tomar conciencia del hecho de que esto, a su vez, constituiría un obstáculo importante para la asimilación del AS.

Además, nos quedó claro que dicho obstáculo impediría también la inserción adecuada de la calculadora en el proceso docente. El empleo eficiente de la calculadora en la implementación de algoritmos presupone la comprensión profunda de tales algoritmos. Fué entonces cuando surgió la idea que dió origen al presente trabajo de investigación.

Al realizar una reflexión sobre los resultados obtenidos, desde la perspectiva de la Matemática Educativa, se estableció la conveniencia de dirigirse hacia los aspectos metodológicos del uso de la calculadora, como un medio para apoyar el proceso enseñanza-aprendizaje en el caso específico de los sistemas de ecuaciones lineales 2×2 ; no negamos que se podría extender a otros sistemas de ecuaciones, por ejemplo 3×3 , pero sentimos que el problema de la representación espacial implica una problemática mayor, de ahí que se decidió realizar un corte de orden metodológico para profundizar sólo en sistemas de ecuaciones 2×2 .

1.3 Definición del problema.

Dadas las deficiencias conceptuales que presentan los estudiantes en la caracterización de las soluciones de los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, y que fueron puestas de manifiesto en el cuestionario I, se planteó el problema de investigar el origen y la naturaleza de las deficiencias conceptuales señaladas, como condición necesaria para fundamentar una propuesta de solución de fondo de dicho problema.

Al plantear el problema de esta forma, se tuvo plena conciencia de su complejidad y de la necesidad de, al mismo tiempo emprender una acción emergente que codyuvara a superar, por lo menos parcialmente, las deficiencias referidas. De este modo se suponía minimizar los efectos de tales deficiencias sobre el curso de PL.

Puesto que la idea original era introducir la calculadora graficadora en el curso de PL, se decidió retomarla para atacar el problema planteado.

En este punto se decidió usar como herramienta de investigación del problema un sistema de prácticas con la calculadora graficadora, que permitiera auscultar el proceso cognitivo de los estudiantes en torno a la caracterización de la solución de los sistemas de ecuaciones lineales 2×2 .

Un análisis preliminar de la literatura especializada reveló que aún no se dispone de una metodología acabada para el caso de la calculadora graficadora no solamente como recurso didáctico, sino sobre todo como instrumento para estudiar procesos de cognición.

El primer aspecto (el uso de la calculadora graficadora como recurso didáctico), es un problema que actualmente se estudia de manera intensa por investigadores de diversas nacionalidades.

Por lo tanto, también se propuso como problema de investigación el esbozar algunos lineamientos metodológicos para el diseño de un sistema de prácticas "remediales" basados en el uso de la calculadora graficadora, partiendo del caso concreto referido.

Muchas preguntas surgieron relacionadas con la conveniencia de emplear la calculadora graficadora, entre otras, llegamos a plantearnos las siguientes:

- ¿ Qué sugerencias podemos proporcionar a los maestros y estudiantes acerca del uso de la calculadora graficadora ?
- ¿ Qué aspectos resultan relevantes en la interrelación del estudiante y la calculadora graficadora ?
- ¿ La visualización mediante calculadora graficadora es adecuada para permitir al estudiante conceptualizar aspectos del álgebra ?

•¿ Es la calculadora graficadora un medio por el cual el estudiante acceda efectivamente al lenguaje algebraico, al geométrico, al numérico ?

Por lo que toca al segundo aspecto (el uso de la calculadora graficadora como instrumento para estudiar los procesos de cognición), es importante recalcar la importancia de contar con un marco teórico de referencia en torno al proceso de aprendizaje. Por un lado, la concepción teórica sirve de guía para el diseño de actividades de exploración cognitiva y, por otro, proporciona los criterios para el análisis e interpretación de los resultados de dichos procesos.

En nuestro caso adoptamos y adaptamos el punto de vista elaborado por Y. I. Mashbits (como Teoría de la conducción de la actividad de aprendizaje) , y por Y. Galperin y N. Talízina (Teoría de la formación por etapas de las acciones mentales), cuyos postulados fundamentales son consignados en el Capítulo 2. Se eligieron estos autores por que, a diferencia de otras teorías en torno al aprendizaje (por ejemplo Piaget, Conductista, Proceso de la información), proporcionan un modelo teórico plausible sobre el curso de los procesos cognitivos, debido a que su aparato conceptual cuenta con dos conceptos fundamentales y susceptibles de ser manipulados desde el punto de vista práctico : los operadores de la actividad de aprendizaje (Mashbits) y la etapas del proceso de formación de las acciones mentales (Galperin y Talízina).

1.4 Estrategia de la investigación.

A fin de implementar de manera organizada y coherente la investigación, se decidió adoptar la siguiente estrategia.

1.4.1- Asumir la concepción teórica de Y. I. Mashbits, Y. Galperin y N. Talízina como fundamento de la investigación.

1.4.2- Partiendo de dicha concepción teórica, construir un modelo de la actividad cognitiva de los estudiantes durante el estudio de la caracterización de las soluciones de los sistemas de ecuaciones lineales 2×2 . En concordancia con dicha concepción teórica la actividad cognitiva se modela como una concatenación de operadores (Y. I. Mashbits), y cada uno de los cuales representan una etapa en la solución del problema de aprendizaje (N. Talízina).

1.4.3- Apoyándose en dicho modelo diseñar un sistema de prácticas "remediales" en torno a los sistemas de ecuaciones 2×2 , con el uso de la calculadora graficadora. Dicho sistema de prácticas (ver anexo A4) tiene como objetivo principal estudiar el proceso de interacción cognitiva estudiante-calculadora, a fin de esclarecer la naturaleza de las deficiencias conceptuales.

1.4.4- A la luz de la concepción teórica, interpretar los resultados observados en los estudiantes durante el trabajo con la práctica "remedial".

1.4.5- Partiendo de las conclusiones formuladas en el punto anterior, esbozar algunas recomendaciones metodológicas para el diseño y uso de un sistema de prácticas "remediales" con el uso de la calculadora graficadora.

1.5 Justificación.

En el nivel superior los sistemas de ecuaciones lineales se presentan de manera implícita en materias como PL, Modelos de Pronósticos (cuyos temas principales son el Análisis de series de tiempo y la Regresión Lineal MP) y Estadística II (EII) y explícitamente en Métodos Numéricos (MN). Describiremos lo relativo a PL , MP y EII.

Un problema característico de PL consta de una función objetivo y restricciones. La función objetivo es una función lineal acompañada de un criterio de optimización (maximización o minimización). Las restricciones a las cuales está sujeta la función objetivo son : un sistema de desigualdades lineales y la no-negatividad de las variables involucradas. Una solución óptima (si existe) a ese sistema de desigualdades lineales, será la solución que optimice la función objetivo de acuerdo al criterio establecido. Al emplear el AS para resolver un problema de PL, es necesario convertir el sistema de desigualdades lineales en un sistema de ecuaciones lineales, mediante la introducción de variables no-negativas que de acuerdo al carácter de las desigualdades se añaden o restan para obtener las ecuaciones (estas variables reciben el nombre de *variables de holgura* o *variables de exceso*, si resulta necesario se agregan *variables artificiales*). La formación de un sistema de ecuaciones lineales es un paso previo a la

aplicación del AS, pero estos sistemas que se obtienen tienen más variables que las variables originales de las desigualdades, por lo cual los sistemas de ecuaciones lineales tienen un número infinito de soluciones. Este tipo de problemas en PL son de los que más frecuentemente se resuelven. El AS sólo opera en un subconjunto finito de soluciones llamado *conjunto de soluciones básicas*, el conjunto que contiene todas las intersecciones (o "vértices") de las restricciones, dentro del cual se obtiene, si existe, una solución que optimiza la función objetivo en las restricciones dadas (podría darse el caso que la función objetivo fuera "paralela" a una de las restricciones donde se encuentra el óptimo y por consiguiente cada punto del segmento que une dos intersecciones sería solución óptima).

Ejemplo del método simplex.

$$\text{Minimizar } x_0 = x_1 - 3x_2 - 2x_3$$

$$\text{Sujeto a : } 3x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 7$$

$$-2x_1 + 4x_2 \leq 12$$

$$-4x_1 + 3x_2 + 8x_3 \leq 10 \quad \text{con } x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$$

Las desigualdades las transformamos en ecuaciones sumándole una variable de holgura (h's en el problema), la cual también es mayor ó igual a cero, por consiguiente el sistema de ecuaciones lineales que resulta es un sistema que tiene más incógnitas que ecuaciones, de ahí que no existiría una

solución única a ese sistema de ecuaciones formado.

	C_j		1	-3	-2	0	0	0
C_B	Variables en la base	Solución	x_1	x_2	x_3	h_1	h_2	h_3
0	h_1	7	3	-1	2	1	0	0
0	h_2	12	-2	4	0	0	1	0
0	h_3	10	-4	3	8	0	0	1
	z_j	0	0	0	0	0	0	0
	$C_j - z_j$		1	-3	-2	0	0	0

El renglón c_j con $j = 1, 2, \dots, 6$ contiene los coeficientes de la función objetivo a minimizar, c_B contiene los coeficientes de las variables básicas en cada iteración, los z_j se calculan de la siguiente manera: por ejemplo,

$z_1 = (0)(3) + (0)(-2) + (0)(-4) = 0$, es el producto de los coeficientes de las variables básicas multiplicados por cada elemento de la columna que representan las demás variables. Para el caso de minimización el algoritmo se detiene cuando los valores de $c_j - z_j$ son todos positivos o ceros, en el caso de maximización cuando $c_j - z_j$ sean negativos o ceros, en el caso de minimización la variable no-básica que sustituye a la variable básica se elige tomando al $c_j - z_j$ más negativo y dividiendo entre cada elemento positivo de la columna correspondiente entre los valores de la solución, para cada iteración, en nuestro ejemplo sería el -3 que representa a la columna $j=2$, dividimos $12/4$ y $10/3$ de ahí se elige el cociente menor, por lo cual la

variable h_2 "sale" de la base y el elemento (en nuestro caso el 4) que resulta de la intersección de la columna que "entra" y del renglón que sale" se hace 1, ese es el elemento llamado *pivote*, de ahí que se divida el renglón correspondiente entre 4, como se muestra en el siguiente cuadro.

	C_j		1	-3	-2	0	0	0
C_B	Variables en la base	Solución	x_1	x_2	x_3	h_1	h_2	h_3
0	h_1	10	2.5	0	2	1	0.25	0
-3	x_2	3	-.5	1	0	0	0.25	0
0	h_3	1	-2.5	0	8	0	-.75	1
	z_j	-9	1.5	-3	0	0	-.75	0
	$C_j - z_j$		-.5	0	-2	0	0.75	0

Se realizan operaciones fundamentales, para hacer que la columna que entra a la base sea un vector unitario; el proceso continúa hasta que los valores de $c_j - z_j$ cumplan con la condición de detención del algoritmo.

	C_j		1	-3	-2	0	0	0
C_B	Variables en la base	Solución	x_1	x_2	x_3	h_1	h_2	h_3
0	h_1	9.75	3.125	0	0	1	0.438	-.25
-3	x_2	3	-.5	1	0	0	0.25	0
-2	x_3	0.125	-.313	0	1	0	-.094	.125
	z_j	-9.25	2.13	-3	-2	0	-.75	-.250
	$C_j - z_j$		-1.13	0	0	0	0.75	0

	C_j		1	- 3	- 2	0	0	0
C_B	Variables en la base	Solución	x_1	x_2	x_3	h_1	h_2	h_3
1	x_1	3.12	1	0	0	.32	.14	-.08
- 3	x_2	4.56	0	1	0	.16	.32	-.04
- 2	x_3	1.10	0	0	1	.10	-.05	0.10
	z_j	-12.76	1	- 3	- 2	-.36	-.72	-.16
	$C_j - z_j$		0	0	0	.36	.72	.16

La solución óptima es $x_1 = 3.12$, $x_2 = 4.56$, $x_3 = 1.10$, con un valor de la función objetivo de -12.76.

Otro ejemplo del método simplex

$$\text{Maximizar } x_0 = 4x_1 + 3x_2$$

$$\text{Sujeto a : } 2x_1 + 3x_2 \leq 6$$

$$-3x_1 + 2x_2 \leq 12$$

$$2x_1 + x_2 \leq 4 \quad \text{con} \quad x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$$

Los pasos a seguir son similares a los expuestos en el ejemplo anterior, con la salvedad que el algoritmo se detiene cuando los valores $c_j - z_j$ sean cero o negativos, y para seleccionar la variable que entra a la base se toma el valor de $c_j - z_j$ positivo mayor.

	C_j		4	3	0	0	0
C_B	VARIABLES en la base	Solución	x_1	x_2	h_1	h_2	h_3
0	h_1	6	2	3	1	0	0
0	h_2	3	-3	2	0	1	0
0	h_3	4	2	1	0	0	1
	z_j	0	0	0	0	0	0
	$C_j - z_j$		4	3	0	0	0

	C_j		4	3	0	0	0
C_B	VARIABLES en la base	Solución	x_1	x_2	h_1	h_2	h_3
0	h_1	2	0	2	1	0	-1
0	h_2	9	0	3.5	0	1	1.5
4	x_1	2	1	0.5	0	0	0.5
	z_j	8	4	2	0	0	2
	$C_j - z_j$		0	1	0	0	-2

	C_j		4	3	0	0	0
C_B	VARIABLES en la base	Solución	x_1	x_2	h_1	h_2	h_3
3	x_2	1	0	1	0.5	0	-0.5
0	h_2	5.5	0	0	-1.75	1	3.25
4	x_1	1.5	1	0	-0.25	0	0.75
	z_j	9	4	3	0.5	0	1.50
	$C_j - z_j$		0	0	-0.5	0	-1.50

La solución óptima es $x_1 = 1.5$, $x_2 = 1$, $h_2 = 5.5$, los valores de las otras

variables son cero, el valor de la función objetivo es 9.

Ahora, en particular para un sistema de ecuaciones lineales 2 x 2, podríamos tener alguna de las situaciones mostradas en las siguientes figuras, donde el AS no encontraría solución óptima.

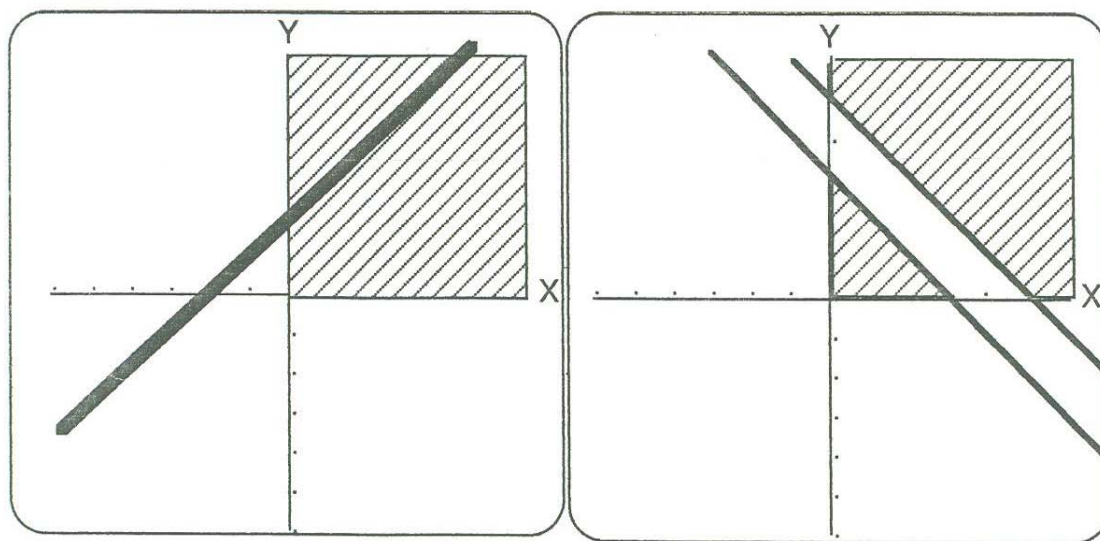


Figura a)

Figura b)

Analicemos estas figuras en sus dos facetas : la primera como un sistema de ecuaciones lineales y la otra en un probable problema de PL.

La recta en figura a) representa al siguiente sistema de ecuaciones lineales cuya solución es no acotada:

$$\begin{aligned} x - y &= -2 \\ 2x - 2y &= -4 \end{aligned}$$

El contexto de la PL, en la misma figura a) se encuentra sombreado, por lo cual el AS operaría en una recta.

$$\begin{aligned} \text{Max } z &= 2x + 3y \\ x - y &= -2 \\ 2x - 2y &= -4 \\ x \geq 0, \quad y &\geq 0 \end{aligned}$$

El AS nos informa de esa situación presentada, ya que siempre podría estar encontrando una solución que maximice, la solución es no acotada.

Las rectas paralelas en la figura b) representan al siguiente sistema de ecuaciones lineales cuya solución no existe :

$$\begin{aligned} x + y &= 3 \\ 2x + 2y &= 10 \end{aligned}$$

En el contexto de la PL la figura b) muestra el sistema de desigualdades en su parte sombreada, por lo cual el AS no tiene "vértices" donde evaluar.

$$\begin{aligned} \text{Max } z &= 2x + 3y \\ x + y &\leq 3 \\ 2x + 2y &\geq 10 \text{ con } x \geq 0, \quad y \geq 0 \end{aligned}$$

El AS nos informa de esa situación presentada, ya que no puede encontrar una solución que maximice, no existe solución factible.

En términos generales, la PL se enfrenta comúnmente con sistemas de ecuaciones que tienen infinidad de soluciones. Como hemos visto, el estudiante no cuenta con esta conceptualización en sistemas de 2×2 , y es de esperarse que en sistemas de otros órdenes sea algo similar. Se esperaría que el estudiante ya en el contexto de la PL pudiera evaluar un conjunto de restricciones con dichas características y poder emitir un juicio sobre el modelo de PL que resuelve.

Por otra parte, en las materias de MP y EII se estudia, entre otros temas, el modelo de regresión lineal simple ($Y = \beta_0 + \beta_1 X + \epsilon$) del cual hay que estimar sus parámetros. Para esto, se aplica el *Método de mínimos cuadrados*, el cual minimiza la diferencia cuadrada entre los valores que se observan y los valores que se estiman mediante el modelo de regresión lineal simple ($\min \sum e^2 = \sum (Y - b_0 - b_1 X)^2$). Al derivar e igualar a cero con respecto a cada una de las variables se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones lineales, donde las ecuaciones lineales obtenidas se llaman *ecuaciones normales*:

$$\begin{aligned}n b_0 + \sum X b_1 &= \sum Y \\ \sum X b_0 + \sum X^2 b_1 &= \sum XY\end{aligned}$$

Aquí:

n : Número de observaciones de una muestra.

$\sum X$: Sumatoria de los valores de la variable independiente.

$\sum Y$: Sumatoria de los valores de la variable dependiente.

$\sum X^2$: Sumatoria de los valores cuadrados de la variable independiente.

$\sum XY$: Sumatoria de los productos xy .

b_0 : Estimación del parámetro β_0

b_1 : Estimación del parámetro β_1

Al resolver este sistema mediante el método de determinantes aplicado a los sistemas de ecuaciones lineales 2×2 se obtienen las "fórmulas" conocidas de la Regresión Lineal Simple :

$$b_0 = (\sum X^2 \sum Y - \sum X \sum XY) / (n \sum X^2 - (\sum X)^2)$$

$$b_1 = (n \sum XY - \sum X \sum Y) / (n \sum X^2 - (\sum X)^2)$$

Este ejemplo nos proporciona una aplicación de los métodos de solución de sistemas de ecuaciones lineales 2×2 , generalizable a otros modelos de regresión.

Los sistemas de ecuaciones lineales, sus métodos de solución y la caracterización de las soluciones de los mismos son parte medular del contenido implícito del curso de PL y E II .

1.6 Objetivos.

La importancia de los sistemas de ecuaciones en general y en particular los sistemas de ecuaciones lineales, la presencia en los salones de clases de las calculadoras graficadoras, así como la deficiencia manifiesta en la caracterización de las soluciones a sistemas de ecuaciones lineales y en la poca atención mostrada en los aspectos metodológicos del uso de la calculadora graficadora como un medio para integrarla al proceso de enseñanza-aprendizaje en la formación de conceptos matemáticos, fueron la motivación para desarrollar la presente investigación.

De aquí que los objetivos del presente trabajo de investigación hayan sido los siguientes:

- 1.- Indagar, en una muestra de estudiantes de los niveles medio superior, superior y posgrado, la situación referente a la identificación de ecuaciones lineales, al conocimiento de los métodos de solución de sistemas de ecuaciones lineales, a la caracterización de las soluciones a los sistemas de ecuaciones lineales y sus estrategias empleadas, en los siguientes tres aspectos:

- a.- Verificar si existen diferencias significativas en los estudiantes de cada uno de los niveles considerados, en los puntos mencionados en el objetivo 1.
 - b.- Establecer las posibles causas u orígenes de las dificultades conceptuales que manifestaron los estudiantes que participaron en el estudio.
 - c.- Esclarecer la influencia que ejerce sobre los procesos cognitivos de los estudiantes el conjunto de prácticas "remediales" con la calculadora graficadora respecto a los mismos contenidos.
- 2.- Diseñar, aplicar y evaluar la práctica "remedial" que denominaremos "*Sistemas de ecuaciones - Uso de la calculadora graficadora -*". Se espera que el estudiante logre mejorar su habilidad al poner en práctica los temas anteriores mediante el empleo de la calculadora graficadora enmarcada en la práctica mencionada.

1.7 Formulación de hipótesis.

Las hipótesis que guían el trabajo de investigación son las siguientes:

- 1.7.1 No existen diferencias estadísticamente significativas entre los estudiantes de los tres niveles respecto a la identificación de ecuaciones lineales, al conocimiento de los métodos de solución de sistemas de ecuaciones lineales, a la caracterización de las soluciones a los sistemas de ecuaciones lineales y sus estrategias empleadas.
- 1.7.2. El empleo de la práctica "remedial" diseñada "*Sistemas de ecuaciones - Uso de la calculadora graficadora -*" permite explicar la naturaleza y el origen de tales deficiencias, y emprender acciones remediales más profundas y consistentes.

1.8 Ubicación del trabajo.

El trabajo de investigación se ubica en el nivel superior, teniendo como referencias a los niveles medio superior y de posgrado. Se abordan los aspectos de la caracterización en las soluciones de sistemas de ecuaciones lineales mediante el uso de una práctica "remedial" la cual se apoya en el empleo de la calculadora graficadora.

El estudiante del nivel medio superior ha estudiado la solución de sistemas de ecuaciones lineales. En este nivel el proceso de solución de sistemas de ecuaciones lineales consiste en aplicar métodos que obtienen la solución de sistemas de ecuaciones lineales dados.

El proceso de solución de sistemas de ecuaciones lineales en el nivel medio superior comprende, entre otros, los siguientes puntos:

- 1.- Identificación de las variables, y de sus coeficientes.
- 2.- Ordenación de los sistemas de ecuaciones por variables.
- 3.- Selección y aplicación de un método de solución.
- 4.- Análisis de la solución obtenida.
- 5.- Comprobación de la solución obtenida.

Al encontrar las soluciones a los sistemas de ecuaciones lineales, los puntos relativos a análisis y comprobación, presentan una dificultad y por

consiguiente un obstáculo para conceptualizar las caracterizaciones de las soluciones en sistemas de ecuaciones lineales 2×2 .

1.9 Marco de referencia.

Mostraremos a continuación dos preguntas del cuestionario 2 (ver anexo A3), así como el análisis de Tablas de Contingencia 2 x 2 (con $\alpha=0.01$) en los niveles medio superior y superior, realizado con la finalidad de indagar si, para los estudiantes, existía dependencia entre las preguntas en cuestión, esto motivado con la intención de caracterizar por nivel educativo la dependencia que podrían manifestar los estudiantes de dichos niveles para las preguntas que involucran los aspectos centrales básicos de la presente investigación, la pregunta 2 no se incluyó ya que en general (ver anexo A3), los estudiantes de estos niveles conocen algún método para resolver sistemas de ecuaciones lineales 3 x 3. Los estudiantes de Nivel de Posgrado para esta caracterización no fueron tomados en cuenta ya que no es posible abordar al nivel deseado a una decisión estadística que permita caracterizarlos. Las tablas de contingencia fueron empleadas debido a que nos permiten precisar la naturaleza de las relaciones entre las variables en cuestión, dado que las variables son divididas en forma cruzada como se muestra en el siguiente diagrama, ejemplificado con dos preguntas del cuestionario 2, los datos son tomados del nivel medio superior.

		Pregunta P1b		
		B	M	
Pregunta P1a	B	5	5	10
	M	31	35	66
		36	40	76

Esta tabla nos proporciona la siguiente información, 5 alumnos contestaron B(ien) tanto la pregunta P1b como la P1a, también que 5 estudiantes contestaron B(ien) la pregunta P1b y contestaron M(al) P1a, que 31 estudiantes contestaron B(ien) la pregunta P1b y M(al) la P1a, además que 36 estudiantes contestaron B(ien) la pregunta P1b, siendo 76 el total de estudiantes que respondieron el cuestionario, esta tabla también se puede manejar con porcentajes.

Las comparaciones para realizar el Análisis de Tablas de Contingencia 2 x 2 fueron realizadas a pares y los resultados se encuentran en el Anexo A3, pág. 1-7 y pág. 8-14 respectivamente. En esta sección se ilustran mediante un diagrama los resultados obtenidos, la dependencia entre preguntas es representada con una flecha con dos puntas.

Las preguntas son las siguientes:

1) Indicar cuál de las siguientes ecuaciones es una ecuación lineal

1a) $3x + 4x + 3z + xz = 0$

1b) $x + \text{sen}(x) - 3 = 0$

1c) $x + 4y = 1$

1d) $x^2 + y^2 - 5 = 0$

1e) $-2x + 3y - z = 0$

3) Para qué valor, o para qué valores, de la constante k el siguiente sistema de ecuaciones

$$x - y = 3$$

$$2x - 2y = k$$

3a) No tiene solución

3b) Exactamente una solución

3c) Una infinidad de soluciones

Analicemos el siguiente diagrama (**Diagrama 1**).

Los estudiantes del nivel medio superior encuentran que las preguntas 1c), 1d) y 1e) son dependientes entre sí, identifican una ecuación lineal con dos y tres variables, una ecuación no lineal.

En otras palabras, si un estudiante identifica una ecuación lineal con dos variables existe una probabilidad alta de que identifique correctamente una ecuación no-lineal, y además un ecuación lineal de tres variables.

Para las siguientes preguntas (a pares) existe independencia: 1a)- 1b), 1b)-1d), 1b)-1e), 1b)-1c) y 1d)-1e).

Respecto a las preguntas 3a), 3b) y 3c), no se cuenta con evidencia en la muestra para tomar alguna decisión estadística.

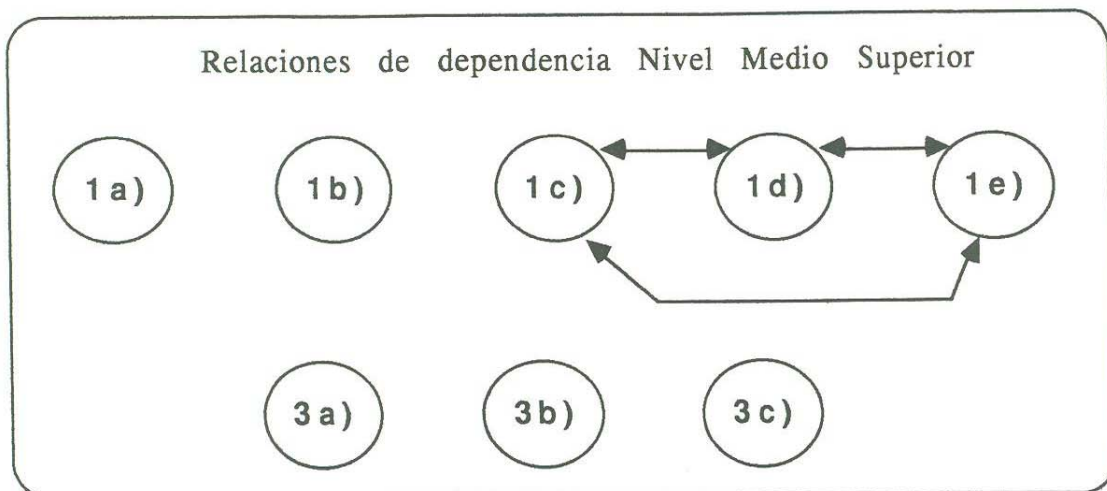


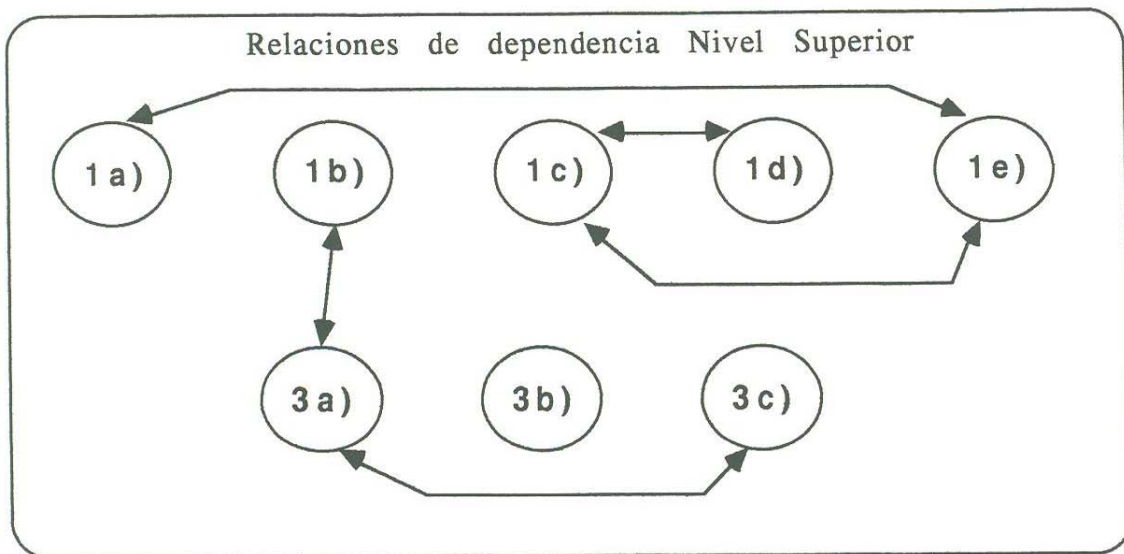
Diagrama 1

Analicemos ahora el siguiente diagrama(**Diagrama 2**).

Los estudiantes del nivel superior encuentran que las preguntas 1a)-1e),1c)-1d), 1c)-1e), 1b)-3a) y 3a)-3c) son dependientes entre sí, identifican una ecuación lineal con dos y tres variables, una ecuación no lineal, pero confunden una ecuación no-lineal de cuatro variables con una ecuación de tres variables. Para ellos, existe una dependencia entre no tener solución un sistema y tener una infinidad.

Para las siguientes preguntas (a pares) existe independencia 1a)- 1b), 1a)-1c), 1a)-1d), 1a)-3a), 1a)-3b), 1b)-1c), 1b)-1d), 1b)-3c),1d)-1e), 1e)-3a),1e)-3c).

Respecto a las preguntas 3a)-3b) y 3b)-3c) no se cuenta con evidencia en la muestra para tomar alguna decisión estadística.

**Diagrama 2**

Las acciones emprendidas por los estudiantes referidos en este trabajo de investigación para aprender los sistemas de ecuaciones lineales 2×2 y las utilizadas por los profesores en su enseñanza, no han resultado del todo adecuadas para caracterizar las soluciones de los sistemas de ecuaciones mencionados. Las siguientes tablas que resumen las respuestas a la pregunta 3b) del cuestionario 2 ilustran lo referido anteriormente :

Nivel medio superior

- 2 6 estudiantes responden con un 6,
 2 7 estudiantes lo dejan en blanco,
 5 estudiantes contestaron alguno de los siguientes enunciados : "no lo he visto",
 "no recuerdo", "no lo enseñaron en mi escuela",
 1 7 estudiantes contestaron alguno de los siguientes enunciados: " y, 2, $2x-2y$,
 cualquier número, 3 ,7, 0, cuando x valga $y+3$, solo $k=mx$ ó my permite solución
 $m \in \mathbb{R} \neq 0$, ninguno(no importa), $3/2$ ".
 1 estudiante responde correctamente que no existe un número.

Total 7 6

Nivel superior

- 5 3 estudiantes responden con un 6, o "seis"
 5 4 estudiantes lo dejan en blanco,
 7 estudiantes respondieron con un : "no sé",
 2 9 estudiantes respondieron con algún enunciado siguiente: " 5, 3, 2, (0,6,8),
 (6, ∞), -2, -6, 0, $x = 3+y$, "a" 1 solo valor , $k \neq 6$, en casi todos, -4, cero, par, el
 valor de x ó y, $\mathbb{R}-\{6\}$
 6 estudiantes responden correctamente que no existe un número real que se
 asigne a k , con alguno de los siguientes enunciados : " ningún número", "No
 tiene", "no hay", "ninguno", " \emptyset ".

Total 1 4 9

Nivel de posgrado

- 7 estudiantes responden con un 6,
 8 estudiantes lo dejan en blanco,
 1 estudiante respondió con el siguiente enunciado: " ? ".
 7 estudiantes respondieron alguno de los siguientes enunciados:
 " Nunca tiene solución, 3 , 0, $k \neq 6$, (1,2,3,4,5,6,7,8,9)
 1 estudiante responde correctamente que no existe un número.

Total 2 4

Ver Anexo A3 (pág.1).

Resumiendo esta información :

- 8 6 estudiantes responden con 6
- 8 9 estudiantes dejan en blanco esa pregunta
- 1 3 estudiantes responden con un enunciado fuera de contexto.
- 5 3 estudiantes responden con alguna expresión o con número.
- 8 estudiantes responden correctamente la pregunta.

Total 2 4 9

De los 249 estudiantes que fueron encuestados 147 estudiantes se avocan a resolver el problema propuesto (59.04 %) y 102 estudiantes no intentan resolver el problema propuesto (40.96 %).

Mostraremos la pregunta y una respuesta proporcionada por un estudiante del nivel superior a continuación, que es característica de los estudiantes de ese nivel :

3)¿Para qué valor, o para qué valores, de la constante k el siguiente sistema de ecuaciones.

a)No tiene solución?, b)Tiene exactamente una solución?, c)Tiene una infinidad de soluciones ?.

$$\begin{aligned}x - y &= 3 \\2x - 2y &= k\end{aligned}$$

Indicar tu respuesta :(Favor de realizar las operaciones en la hoja anexa)

Si k toma el valor o los valores siguientes_____ el sistema **NO** tiene solución.

Si k toma el valor o los valores siguientes _____6_____ el sistema tiene **exactamente** una solución.

Si k toma el valor o los valores siguientes_____ el sistema tiene una **infinidad de soluciones**.

Utiliza el reverso de su hoja para realizar las siguientes operaciones:

$$\begin{aligned}x - y &= 3 \\2x - 2y &= k \\x &= 3 + y \\2(3 + y) - 2y &= k \\6 + \cancel{2y} - \cancel{2y} &= k \\k &= 6\end{aligned}$$

Describiremos y comentaremos los pasos que sigue:

Inicia escribiendo el sistema de ecuaciones lineales dado, realiza el despeje de la variable x en términos de la variable y en la primera ecuación, la variable x es sustituida en la segunda ecuación, efectúa las operaciones algebraicas (la propiedad distributiva con respecto a la suma), prosigue con la cancelación de términos en la ecuación obtenida, y por último encuentra el valor de 6.

La constante k se encuentra en el lado derecho de la igualdad y el resultado lo enuncia ya con la constante k del lado izquierdo de la igualdad. El proceso algebraico que sigue es correcto, su estrategia algebraica empleada para resolver el problema lo podría conducir a la respuesta correcta, ¿por qué no lo logra ?. Comparemos ambas respuestas, por un lado la respuesta correcta

y por el otro la proporcionada por el estudiante. La respuesta correcta: **n o** existe un número real que se le asigne a la constante k para obtener exactamente una solución al sistema de ecuaciones lineales dado. Para el estudiante **sí** existe un número que se le puede asignar a la constante k para que cumpla con la condición pedida (no especifica el conjunto al cual pertenece el número). Por lo visto, **el estudiante supone que la existencia de una solución al sistema de ecuaciones lineales dado es garantizada por el empleo de un método de solución de los sistemas de ecuaciones lineales 2×2 .** Entonces existe una deficiencia en el conocimiento del estudiante, ya que las acciones empleadas por él al interactuar con el conocimiento matemático requerido no han logrado transformar su estructura cognitiva para construir o dar significado a su conocimiento.

Las estrategias de enseñanza, por otra parte, no le permiten la reflexión y retroalimentación en los conceptos involucrados donde él pueda construir su conocimiento.

Estas deficiencias son consecuencia de la inadecuación de las acciones emprendidas tanto por el estudiante como por el profesor. La formación de un concepto requiere no sólo de una simple exposición por parte del profesor del manejo operativo de un método que resuelva los sistemas de ecuaciones lineales 2×2 , requiere además entre otros puntos un cuestionamiento de la estructura algebraica, de la utilización de las ideas e intuiciones previas del estudiante, de una formulación de distintos puntos

de vista, de una reflexión crítica tanto de los sistemas de ecuaciones lineales 2×2 , como de sus diversos contextos geométricos, de su aplicación, de su manejo simbólico.

Para el análisis de los obstáculos que se presentan en la caracterización de las soluciones de un sistema de ecuaciones lineales 2×2 , nos apoyamos en el modelo propuesto por Y.I. Mashbits (ver bibliografía, en el capítulo 2 se expone un resumen del modelo), por lo cual definimos una serie de operadores cognitivos que se manifiestan en el concepto de las soluciones de los sistemas de ecuaciones lineales 2×2 .

Siendo los siguientes operadores a nuestro juicio los relevantes para un análisis de los obstáculos que los alumnos enfrentan al resolver sistemas de ecuaciones lineales 2×2 . Desde luego, estamos conscientes de que podrían existir más operadores, que intervengan en este problema.

O_0 : Como operadores previos se encuentran la identificación de una ecuación lineal con dos incógnitas, además se suponen asimilados los aspectos de la linealidad y de una interpretación de la variación funcional y de x . ($y(x)$).

O_1 :Un operador de análisis de los elementos de las ecuaciones, el cual está constituido por el reconocimiento de una propiedad común, a todas las propiedades individuales del objeto y de la relación para establecer dicha propiedad común.

O_2 :Un operador de análisis de los elementos de las ecuaciones, el cual está constituido por el reconocimiento de las propiedades comunes cuando se tiene más de una propiedad, de las propiedades individuales del objeto y de las relaciones para establecer propiedades comunes.

O_3 :Un operador de la interpretación de las rectas en el espacio euclideo, y de las propiedades del espacio real como espacio euclideo.

O_4 : Un operador de dos variaciones funcionales simultáneamente con x 's comunes.

O_5 : Un operador de dos relaciones lineales diferentes y sus interpretaciones gráficas.

O_6 :Un operador de la interpretación geométrica y física de las dos variaciones funcionales (pendientes, velocidad de cambio).

O_7 :Un operador del manejo lógico de la relación de tricotomía, esta relación es en el sentido de que un sistema de ecuaciones lineales 2×2 , ó tiene solución única, ó no tiene solución ó tiene una infinidad de soluciones. (El cual es un operador formal).

O_8 : Un operador de integración de los tres casos en la estructura del problema de la caracterización de las soluciones de los sistemas de ecuaciones lineales 2×2 .

También para el ambiente gráfico, proporcionado mediante la calculadora graficadora, se tiene los siguientes operadores:

OG₁: Manejo de rangos.

OG₂: Manejo de escalas.

OG₃: Lectura de coordenadas de pantalla.

OG₄: Comparación de coordenadas calculadas internamente y las coordenadas de pantalla.

OG₅: Interpretación continua del ambiente gráfico a partir de la interpretación discreta. Dichos operadores se encuentran interactuando con los operadores anteriores.

Estos operadores del ambiente gráfico (OG), son supuestos dominados por los estudiantes participantes.

El uso de la calculadora (científica, programable o graficadora) en los salones de clase se ha restringido en general a ser sólo un dispositivo para realizar operaciones numéricas. No se plantea su introducción de manera integrada, consistente y sistemática en los cursos de matemáticas. La calculadora científica, programable o graficadora cuenta con características tecnológicas similares a las computadoras, que permiten utilizarla como un recurso didáctico capaz de desarrollar habilidades algorítmicas y conceptuales, además de agilizar las soluciones a problemas expuestos en los cursos de matemática.

La elección de la calculadora graficadora para la realización de este trabajo de investigación, fué hecha debido a que este dispositivo reúne tres aspectos que constituyen a nuestro juicio la caracterización de las soluciones de los sistemas de ecuaciones lineales 2×2 , los aspectos geométricos, algebraicos y numéricos.

1.10 Metodología de la investigación.

Para desarrollar la presente investigación se ha considerado pertinente y adecuado apegarse a la siguiente metodología:

- El análisis teórico y la reflexión en torno a las cuestiones psicológicas-pedagógicas de la enseñanza y el aprendizaje, particularmente en el caso de la Matemática, a fin de encontrar o formular explicaciones plausibles a la problemática detectada y sus posibles soluciones.

- El análisis de la bibliografía respecto al uso de las calculadoras, y particularmente de las calculadoras graficadoras, en la enseñanza de la Matemática, los resultados obtenidos y las estrategias metodológicas empleadas.

- El análisis de los libros de texto más comúnmente usados en el estudio de los sistemas de ecuaciones lineales 2×2 , a fin de precisar las estrategias metodológicas propuestas por los autores para el tratamiento del tema, sus posibles limitaciones o aciertos.

- La elaboración y evaluación de una práctica "remedial" basada en el uso de la calculadora a partir de una concepción acerca del aprendizaje y la enseñanza y de una interpretación del uso de la calculadora graficadora como recurso didáctico.
- La aplicación de dicha práctica "remedial" a un grupo selecto de estudiantes bajo el esquema de estudio de caso.
- El procesamiento estadístico de la información obtenida mediante cuestionarios.
- Las observaciones realizadas por los estudiantes seleccionados.
- La formulación de conclusiones a partir de los resultados obtenidos.

1.11 Resumen.

En el capítulo se consignaron los antecedentes, la definición del problema, su justificación, se establecieron los objetivos, la formulación de hipótesis, el marco de referencia y la metodología empleada.

Capítulo 2

2.1 Introducción

En este capítulo se consignan aspectos relevantes de la literatura consultada sobre el tema, en contextos de la psicología del aprendizaje, metodología de la enseñanza sobre las calculadoras graficadoras y una revisión sobre los libros de texto empleados en la enseñanza del tema.

Los criterios para seleccionar la bibliografía básica son :

El problema de investigación se analiza desde diferentes puntos de vista. La etapa preliminar del análisis reveló que, de entre todos los posibles puntos de vista que pueden guiar el análisis, hay tres aspectos especialmente importantes: el aspecto psicológico-pedagógico y epistemológico, el de la calculadora graficadora y el de los libros de texto.

Es indudable que, a fin de comprender la naturaleza de las causas de las deficiencias manifiestas en los conocimientos de los estudiantes, es importante conocer con cierto grado de profundidad los planteamientos que al respecto se formulan en la psicología pedagógica y en la epistemología. Y aunque en estas áreas se conocen diferentes teorías, se hizo especial énfasis y se asumieron las que, por su capacidad conceptual, son susceptibles de explicar de manera simple tales fenómenos.

Por otro lado, es elemental comprender que el uso de la calculadora no puede reportar resultados altamente positivos si su inclusión en el proceso docente no se realiza de acuerdo con una metodología probada en la práctica y consistente con una visión teórica. De allí la necesidad de conocer con profundidad los diferentes planteamientos metodológicos respecto a uso de la calculadora en la enseñanza y las diferentes modalidades que ellos implican.

Por último, la influencia a veces determinante y rectora que ejercen los libros de texto en el proceso docente en prácticamente todas las asignaturas es de por sí tan evidente, que no parecería necesario justificar de manera especial la necesidad de analizar, al menos, los que más frecuentemente se usan en la impartición y el estudio del contenido específico motivo de la presente investigación.

2.2 Revisión bibliográfica sobre psicología del aprendizaje y metodología de la enseñanza.

El desarrollo de una metodología encaminada al uso de la calculadora, no sólo es restringida al conocimiento matemático, a nuestro juicio, debe contar con una concepción psicológica del aprendizaje. De acuerdo al tipo de trabajo desarrollado, la concepción constructivista del aprendizaje fué tomada como guía. Los principales puntos de esta concepción son : (Ver bibliografía)

1. El conocimiento no se transmite; es construido por el individuo como resultado de su propia actividad.

Desde el punto de vista de la psicología pedagógica, la " transmisión de conocimientos ", carece de sentido. El conocimiento, como ente ideal, sólo puede ser construido por el sujeto cognoscente como resultado de la propia actividad. (Mashbits,1988.).

2. La actividad que propicia el conocimiento es ante todo actividad mental de orden superior.

La actividad del que aprende es ante todo una actividad mental que involucra las funciones psíquicas superiores, y no sólo a la memorización. La memoria interviene durante el aprendizaje,

pero no como el mecanismo fundamental y conductor. El aprendizaje se desarrolla en planos superiores que comprenden el análisis, la síntesis, la comparación, la deducción, la inducción, el razonamiento lógico, el razonamiento analógico y las heurísticas. (Talízina, 1988).

3. La actividad mental que coadyuva al aprendizaje es colectiva y dialógica.

La psicología pedagógica, la antropología y la epistemología han establecido que el aprendizaje del ser humano es también social, es decir, que no se da solamente en el plano individual, sino que transcurre en la interacción del individuo con su entorno social a través de la comunicación. En el plano de la interiorización, la comunicación también tiene un carácter dialógico: el estudiante "conversa" y "discurre" consigo mismo. (Mashbits, 1988).

4. La actividad debe ser adecuada al objetivo del aprendizaje.

Cuando se dice que el conocimiento se construye como resultado de la actividad, esto no significa que cualquier tipo de actividad conduzca a un conocimiento, por lo menos en los términos deseados. La actividad del que aprende debe corresponderse con las particularidades de los conocimientos a construir. (Talízina, 1988). En el caso de la matemática, la actividad de aprendizaje

del estudiante debe desarrollarse en los tres ambientes básicos : el numérico, el algebraico y el gráfico. En la enseñanza tradicional, o en la enseñanza que transcurre sin el apoyo de la tecnología, resulta difícil conjugar de manera productiva dichos ambientes. En la actualidad, las calculadoras graficadoras brindan todas las posibilidades para hacerlo.

El papel del profesor, bajo esta concepción, es el de guiar, conducir la actividad de aprendizaje del estudiante, y de ninguna manera en suplantarla, proporcionando al estudiante los resultados ya digeridos de tal actividad.

Suponemos que el análisis de la enseñanza como conducción de la actividad de aprendizaje constituye la línea central en el análisis del sistema de enseñanza, por lo cual es de vital importancia comprender la esencia del objeto de la conducción. En torno a ésto, resulta necesario delimitar los conceptos de " actividad de aprendizaje " y " aprendizaje". El aprendizaje no es una actividad, sino un producto de la actividad, un producto de diferentes tipos de actividad, tanto de aprendizaje como de otro tipo, el concepto de aprendizaje comprende una clase más amplia de fenómenos, que el aprendizaje en los marcos de la enseñanza. El problema del aprendizaje no es un problema de la psicología pedagógica, sino de la psicología general.

Los conceptos de "aprendizaje" y "actividad de aprendizaje" no son idénticos, ya que la relación entre los conceptos no puede ser descrita como una relación de género a tipo. En el primer caso se trata de una determinada actividad y en el segundo de un cierto componente de diferentes tipos de actividad.

A veces se considera como objeto de la conducción a la asimilación de conocimientos, en otras ocasiones, a la actividad cognitiva del educando, a su desarrollo. Suponemos que en calidad de objeto de la conducción interviene la actividad de aprendizaje, y que la interpretación más exacta del aprendizaje es concebirlo como *conducción de la actividad de aprendizaje*. La necesidad de precisión se halla condicionada por el hecho de que el concepto de "asimilación de conocimientos" no es idéntico al concepto de "actividad de aprendizaje".

Por un lado, la asimilación de conocimientos comprende una esfera más amplia que la actividad de aprendizaje, en esencia en la actividad de aprendizaje la asimilación de conocimientos interviene como producto directo, y en los otros tipos de actividad resulta ser un producto secundario.



A la actividad de aprendizaje le son inherentes tanto los rasgos generales de la actividad humana, como las particularidades específicas propias del tipo dado de actividad. Entre los rasgos generales se pueden señalar los siguientes :

- a) La actividad de aprendizaje tiene un carácter consciente, esto es, el sujeto de dicha actividad establece un objetivo y es capaz de realizarlo mediante acciones.
- b) La actividad de aprendizaje posee los rasgos de lo social, es una forma asimilable y social-normativa del humano.
- c) La actividad de aprendizaje tiene un carácter transformador.
- d) La actividad de aprendizaje constituye una expresión de la actividad humana, es generada por motivos concretos y está encaminada a la consecución de objetivos.

El objetivo y el resultado de la actividad de aprendizaje, en opinión de D.B. Elkonin (citado por Mashbits), lo conforman " los cambios en el sujeto mismo, consistentes en el dominio de ciertos modos de acción, y no el cambio de los objetos con los cuales interacciona el sujeto ".

De lo cual se derivan ciertas conclusiones importantes:

i) El escolar interviene no solo en calidad de sujeto de la actividad de aprendizaje, sino también en calidad de objeto de la misma. Esto se encuentra condicionado por el hecho de que los objetivos de tal actividad lo constituyen los cambios en el escolar mismo. Dichos cambios son de carácter tanto físicos como principalmente de nuevas formaciones psíquicas.

ii) La actividad de aprendizaje tiene lugar en el caso en que determinados cambios en el sujeto sean no sólo resultado de la actividad, sino que además se correspondan con los objetivos de ésta.

En la caracterización de la actividad de aprendizaje tienen un gran significado los objetivos mediatos, entre los cuales uno de los primordiales consiste en la apropiación de las capacidades desarrolladas socialmente para la ejecución de las actividades requeridas. Una particularidad importante de la actividad de aprendizaje consiste en que ésta se realiza en los marcos de la actividad de enseñanza e interviene como objeto de conducción.

Uno de los principios fundamentales en la descripción sistémica lo es el principio de la integridad, el cual considera a un sistema como un conjunto de elementos interrelacionados que conforman una entidad estable. En correspondencia con este principio, por un lado, el sistema debe de ser descrito de manera diferente a como lo son sus elementos, y por otro, se hace necesario contraponer el sistema al medio (ó a otro sistema más amplio), en cuyo fundamento subyace la actividad interior del sistema.

Para la caracterización psicológica de la actividad de aprendizaje como un sistema integral es básico el hecho de que el *sistema "actividad de aprendizaje"* es relativamente independiente del sistema *"actividad de enseñanza"*, esta independencia se manifiesta en el hecho de que las regularidades que rigen a cada una de estas actividades no son idénticas. La actividad de aprendizaje tiene sus propios mecanismos de funcionamiento y desarrollo. Al mismo tiempo, la actividad de aprendizaje se supedita a la actividad de enseñanza, lo que restringe de manera sustancial su independencia. Su estructura, las regularidades de su funcionamiento y desarrollo quedan determinadas en gran medida por las particularidades de la actividad de enseñanza, en los marcos de la cual se realiza.

La formación de la actividad de aprendizaje se debe de estudiar en los marcos de la enseñanza. Si en el análisis de la actividad de aprendizaje no se presta atención a la actividad de enseñanza, con esto se

pierden de vista muchos factores que ejercen una influencia esencial en la formación de la actividad de aprendizaje y en su funcionamiento. Las singularidades de la formación y del funcionamiento de la actividad de aprendizaje, bajo las condiciones de los diferentes métodos de enseñanza, no resultan ser las mismas.

Una singularidad de la actividad de aprendizaje está condicionada por el hecho de que el problema docente se plantea desde el exterior. Si consideramos a éste como una influencia directriz educacional, entonces habría que reconocer que, en el *sistema "actividad de enseñanza-actividad de aprendizaje"*, (*) dicha influencia no posee un carácter unívoco. Este es, el problema didáctico, considerado como un influjo orientador, solamente plantea la actividad del educando, pero no la determina de manera unívoca. La causa radica no solo en el hecho de que un mismo problema puede ser resuelto por diferentes medios (conocimientos y acciones). En el fondo, se trata de que el problema que en los hechos resuelve el educando no coincide por completo con el problema planteado por el educador.

(*) Existe una diferencia entre los términos "actividad de enseñanza-actividad de aprendizaje" y enseñanza-aprendizaje, ya que este último presupone que el proceso de enseñanza-aprendizaje es único y dependiente uno de otro. En la aproximación empleada en este trabajo no es utilizada en ese contexto.

El principio de la organización está íntimamente relacionado con el principio de la integridad, y en su forma más general, puede ser formulado como: el todo es más que la suma de las partes que lo constituyen (el todo posee propiedades que no poseen las partes). Por esto, ni una sola de las particularidades de la actividad de aprendizaje puede ser extraída de las propiedades de sus componentes aislados (el problema didáctico, los medios, los productos, los motivos, etc....). Estas particularidades están condicionadas por la actividad de aprendizaje como una formación integral.

La actividad de aprendizaje, de éste modo, debe ser considerada como un conjunto integrativo, como un objeto que posee propiedades que no manifiestan los componentes que la constituyen. La suma de éstos últimos no expresa las propiedades, los mecanismos de funcionamiento y desarrollo del sistema íntegro.

El análisis sistémico de un objeto, presupone la descomposición del objeto en sus elementos, su representación en forma de conjunto, y además, permite descomposiciones esencialmente diferentes. Consideramos tres métodos de descomposiciones de la actividad de aprendizaje:

En el *primer método* como componentes de la actividad de

aprendizaje intervienen los aspectos contencial, operacional y motivacional.

Este enfoque pone de manifiesto las interrelaciones sustanciales entre los conocimientos, las acciones y los motivos. De manera general "cualquier conocimiento puede ser asimilado en base a las acciones correspondientes". Bajo esta condición, el nivel de generalización de los conocimientos, su solidez y transmisión dependen significativamente de las acciones concretas en base a las cuales dicho conocimiento es asimilado. Además, para la asimilación de los conocimientos y de las acciones correspondientes el educando debe tener motivos definidos. Al mismo tiempo, el carácter de los conocimientos y de las acciones por asimilar interviene en calidad de factor decisivo en la formación de un ambiente de motivación de los escolares.

En el *segundo método* de descomposición de la actividad de aprendizaje se destacan sus objetivos, productos, medios y problemas.

Este método da la posibilidad de describir las más diversas interrelaciones entre los elementos señalados, mostrar sus intermutaciones, esto es, un mismo objeto, interviniendo al principio como objetivo, en lo sucesivo interviene como medio para la consecución de otros objetivos.

El *tercer método* de descomposición de la actividad de aprendizaje, toma como unidades a los operadores (por operador se

comprende el elemento del sistema, que garantiza una acción determinada con el flujo informativo), y al programa general de control del funcionamiento de los operadores, el cual garantiza la elección de operadores aislados, su sucesión y nivel de ejecución.

Los elementos del sistema no quedan descritos en términos psicológicos (del tipo "acción", "operación", etc..), puesto que no tienen un carácter estrictamente determinado y pueden funcionar tanto como operación elemental, cuanto como método de acción. Sólo analizando la actividad de uno u otro educando durante la solución de un determinado problema es posible definir en qué modalidad interviene el operador dado.

Este método permite concebir la actividad de aprendizaje como un determinado proceso (como proceso de solución de problemas didácticos), y esclarecer las relaciones funcionales entre los elementos del sistema, facilitando de este modo el análisis estructural-funcional de la actividad de aprendizaje.

Cada uno de los métodos anteriores describe la actividad de aprendizaje como un complejo sistema de categorías.

El *primer método* centra la atención en la estructura de ciertos

componentes de la actividad de aprendizaje, tales como "los conocimientos", "las acciones", " los motivos", cada uno de los cuales, a su vez, resulta ser un complejo sistema que requiere su descomposición en otros elementos.

El *segundo método* hace intervenir en calidad de subsistemas a "los objetivos de la actividad", "los productos", "los medios", "los problemas". El destacar dentro de cada uno de ellos un sistema de elementos nos permite revelar las particularidades esenciales de la actividad de aprendizaje. En esto tiene una importancia fundamental la descomposición de los productos de la actividad de aprendizaje en productos directos y productos derivados. La correlación entre ellos permite comprender la especificidad de la actividad de aprendizaje y la caracterización de los principales tipos de enseñanza.

El *tercer método* permite que el proceso de solución de problemas sea descrito por medio de un conjunto de operadores, los cuales funcionan con una cierta concatenación. Cada operador interviene en calidad de una cierta etapa en la solución de problemas. Así, si un escolar experimenta dificultades en una etapa, entonces es necesario que para la ejecución del operador dado resuelva un problema especial, por lo cual también se requiere de un conjunto determinado de operadores. En otras palabras, el operador, a su vez, puede ser descompuesto en un determinado sistema de operadores.

Cuadro sinóptico de los métodos de descomposición y los componentes de la actividad de aprendizaje.

Primer método	Aspectos contencial, operacional y motivacional
Segundo método	Objetivos, productos, medios y problemas
Tercer método	Operadores, programa de control de los operadores.

Un análisis estructural-funcional de la actividad de aprendizaje, requiere de los siguientes antecedentes teóricos:

1 - Para describir la estructura de la actividad de aprendizaje es necesario delimitar sus elementos fundamentales y poner de manifiesto la interacción entre ellos. La separación de cada elemento de la actividad de aprendizaje depende de los objetivos del análisis, y un análisis estructural-funcional completo debe describir a la actividad de aprendizaje como un sistema jerarquizado, y destacar los diferentes elementos que se distinguen por el lugar que ocupan en dicha jerarquía.

2 - La actividad de aprendizaje es descrita como solución de problemas, y por esta razón su análisis estructural-funcional presupone el

diseño de un modelo de solución de problemas de aprendizaje, el cual debe reflejar tanto al aspecto estructural, como al aspecto funcional de la actividad de aprendizaje.

3 - Dicho modelo interviene en calidad de medio para el diseño de la actividad de aprendizaje y también como medio para el análisis de la misma.

Un criterio importante de la efectividad del modelo lo es la medida en que permite identificar los problemas que requieren ser resueltos.

El análisis estructural-funcional de la actividad de aprendizaje en base al modelo de la solución de problemas se fundamenta en los siguientes puntos:

- a) La solución de un problema, por regla general, consiste en la solución de un conjunto de problemas.
- b) El proceso de solución de un problema presupone salir de los marcos de la situación problemática.
- c) Una condición necesaria para la solución del problema

consiste en que el sujeto construya la estructura del problema.

d) El proceso de búsqueda de la solución se inicia con la búsqueda de una estructura tal del problema, a la cual puede ser transformada la estructura inicialmente construída.

e) La búsqueda del proceso de solución termina cuando ha sido encontrada una cierta estructura análoga del problema, que en opinión del sujeto es idéntica a la estructura subjetiva inicialmente construída.

f) El control de la correctitud de la solución, el reflejo del modo de la operación y la evaluación de su racionalidad pueden ser considerados como solución de problemas que, diferenciándose por su contenido de los problemas de aprendizaje, poseen la misma composición operacional.

La solución de problemas supone que son necesarios :

- 1 - Un cierto fondo de conocimientos acerca de los objetos.
- 2 - El conjunto de las funciones de dichos objetos.
- 3 - Un conjunto de operaciones contenciales (matemáticas, gramaticales, físicas y otras) con las cuales se realizan estas funciones.

- 4 - Una colección de estructuras problémicas.
- 5 - Un conjunto de operadores , como los siguientes :
- O₁: El análisis semántico del texto del problema, mediante el cual se identifica a los objetos que forman parte de las condiciones.
- O₂: El establecimiento de las relaciones entre los objetos que, en las condiciones del problema, se formulan de manera explícita.
- O₃: La construcción de la estructura del problema.
- O₄: La búsqueda de la estructura análoga del problema.
- O₅: El análisis de la estructura del problema inicialmente construida, desde el punto de vista de la estructura que se considera le es análoga.
- O₆: Reformulación de la estructura del problema inicialmente construida.
- O₇: Elaboración del plan de la solución del problema.
- O₈: La elaboración de un procedimiento de solución del problema, de acuerdo con el plan propuesto.
- O₉: La ejecución del procedimiento descrito.
- O₁₀: La elaboración de un patrón o regla para el control.
- O₁₁: El control de la correctitud de la solución.
- 6 - Un sistema general de dirección del funcionamiento de los operadores, (el cual garantiza la selección de los operadores aislados y la sucesión de su ejecución).

Los operadores O_1 - O_7 conforman la parte propiamente orientacional del modo de operación; el operador O_8 constituye la orientación hacia la parte de ejecución; esta última la conforma el operador O_9 ; mientras que los operadores O_{10} - O_{11} conforman la parte de control del modo de acción.

La epistemología nos brinda una conclusión importante para comprender otra faceta del aprendizaje de las matemáticas.

El desarrollo del conocimiento matemático ha pasado por tres etapas :

1. *El uso.* Con el objeto de resolver ciertos problemas y como resultado de la búsqueda de soluciones, el hombre utiliza herramientas o recursos que le permiten avanzar en la búsqueda hasta la solución. (No se refiere únicamente a herramientas o recursos materiales sino también mentales).
2. *El descubrimiento.* Como resultado del uso reiterado de dicha herramienta se adquiere conciencia de ella y se le formula, generalmente mediante el lenguaje habitual. Este proceso también incluye la búsqueda y el establecimiento de relaciones entre la nueva herramienta y las herramientas ya conocidas y asimiladas, a fin de integrarla al todo que es el conocimiento matemático.

3. Por último, después de un largo período de existencia y uso de esta herramienta, se le logra ubicar en un cierto lugar del conocimiento matemático que corresponde con la estructura lógico-conceptual de esta ciencia, mediante *la formalización*, es decir, su definición rigurosa y en el lenguaje formal de la matemática.

Estos tres eslabones son inherentes al proceso de conocimiento, y por consiguiente, al aprendizaje. Si el proceso de aprendizaje no se desarrolla reproduciendo en cierta medida estas etapas en la actividad del estudiante, con seguridad se presentarán obstáculos epistemológicos en el aprendizaje. La enseñanza tradicional tiene un carácter formal y dogmático, al cual quizá se deba su baja efectividad. El diseño de actividades de aprendizaje adecuadas debe intentar reproducir las etapas referidas, recrear el conocimiento.

Por otro lado, la teoría de la enseñanza problémica es una concepción didáctica que rescata los preceptos de la psicología constructivista y de la epistemología. De acuerdo con esta teoría, el punto de partida para la actividad mental del individuo lo constituye la situación problémica. Una situación problémica surge cuando el individuo se percata de que entre él y la consecución de un determinado objetivo existe un cierto obstáculo, una cierta dificultad. Esta imposibilidad temporal para

acceder a la consecución del objetivo puede deberse a la falta de conocimientos o habilidades del individuo, o a la falta de claridad respecto a cómo aplicar sus conocimientos y habilidades en situaciones nuevas. La situación problemática puede estimular la actividad cognoscitiva del individuo.

En términos generales, dos son los elementos que caracterizan las situaciones problemáticas :

- 1) La toma de conciencia por el individuo de la existencia de un obstáculo o dificultad para el logro de un cierto objetivo, y
- 2) La toma de conciencia acerca de sus propias posibilidades y deficiencias para superar el obstáculo.

Estos dos factores son los que impulsan la actividad mental. Por lo tanto, para conducir adecuadamente la actividad cognoscitiva de los estudiantes se hace necesario apelar al planteamiento sistemático de situaciones problemáticas durante la clase.

De acuerdo con la teoría de la enseñanza problemática, la asimilación del contenido de la matemática por parte de los estudiantes resulta posible sólo cuando dicho contenido es presentado ante ellos como un conjunto de problemas en desarrollo e interacción, y cuya solución

requiere del dominio de un sistema de acciones y conocimientos.

Este sistema de conocimientos y de acciones es precisamente lo que constituye el modelo de la actividad de los estudiantes. Únicamente después de elaborar este modelo se puede diseñar adecuadamente el modelo de la actividad del profesor para organizar y dirigir la actividad cognositiva de los estudiantes.

Bajo el método de la enseñanza problémica, el profesor plantea ante los estudiantes un sistema de problemas (metodológicos, históricos, prácticos, cognoscitivos y docentes) fundamentales, y la actividad de aprendizaje de los estudiantes se reduce a resolver tales problemas. En estas condiciones, la necesidad de resolver un problema fundamental conduce a plantear y resolver varios subproblemas. De esta manera se desarrolla todo el proceso docente, hasta resolver el problema fundamental planteado inicialmente por el profesor.

El artículo " Functions, Graphs, and Graphing: Tasks, Learning, and Teaching ", de Gaea Leinhardt, Orit Zaslavsky y Mary Kay Stein (ver bibliografía), nos proporciona una extensa revisión de investigaciones y de las teorías que a su juicio se encuentran relacionadas en dichas investigaciones, es de destacar el modo de análisis de este artículo, relativo a los aspectos instruccionales de los temas de funciones y gráficas en torno a sus interpretaciones y construcciones, además los asocia con sus representaciones, realiza también una análisis en torno a las teorías del

aprendizaje involucradas en términos de las intuiciones y de las conceptualizaciones erróneas de los estudiantes, proporcionando elementos para una enseñanza de dichos tópicos. Este artículo nos proporcionó un espectro amplio, en torno a la problemática citada. El propósito de ésta investigación está encaminado en otra dirección, como quedó manifiesto en el capítulo 1, por tal motivo empleamos en esta investigación una metodología diferente, para abordar los tópicos tratados.

2.3 Revisión bibliográfica sobre la calculadora graficadora como recurso didáctico.

En la literatura especializada sobre el uso de la calculadora se detectan en general seis modalidades de uso (ver bibliografía Rodríguez,J.R.)

1. La calculadora como medio para agilizar y simplificar los cálculos.
2. La calculadora como tabla portátil. La calculadora sustituye a las tablas de raíces cuadradas, cúbicas, logaritmos naturales y decimales, senos, cosenos, etcétera.
3. La calculadora como medio para contrastar los resultados de operaciones efectuadas mentalmente o por escrito.
4. La calculadora como auxiliar en la construcción de gráficas.
5. La calculadora y los experimentos didácticos.
6. La calculadora y la formación de conceptos.

Las calculadoras graficadoras y programables han incrementado las modalidades de uso, por lo menos en los siguientes aspectos.

7. *La calculadora como medio para implementar algoritmos.* En esta modalidad, no sólo se trata de programar la calculadora para ejecutar un cierto algoritmo, sino de combinar la

programación de la calculadora con la comprensión más profunda del algoritmo.

8. *La calculadora como recurso visual que permite integrar los tres ambientes fundamentales de la matemática: el numérico, el algebraico y el gráfico.* Sólo las calculadoras más avanzadas brindan esta posibilidad, que por el momento se ha implementado en los niveles superiores de educación.

(Ver bibliografía Demana).

9. *La calculadora como medio para estudiar procesos de cognición.* Se utiliza a la calculadora no como instrumento para propiciar el aprendizaje, sino como instrumento para estudiar cómo es que los estudiantes aprenden matemáticas.

(Ver bibliografía Ruthven, Cedillo).

En cada una de estas modalidades de uso hemos encontrado ideas sumamente interesantes y perspectivas. Algunas de ellas han sido integradas en la práctica "remedial".

2.4 Revisión de libros de texto.

Revisión de los textos empleados en la enseñanza y aprendizaje de los sistemas de ecuaciones lineales.

El primer libro a tratar es FUNDAMENTOS DE MATEMATICAS - ALGEBRA TRIGONOMETRIA GEOMETRIA ANALITICA Y CALCULO -, en su quinta edición de los autores Lic. Juan Manuel Silva y Lic. Adriana Lazo de la Editorial LIMUSA y GRUPO NORIEGA EDITORES, 1992.

El tema de interés se aborda en el capítulo 6 con el nombre de Ecuaciones. Primero hace una presentación de las ecuaciones lineales, en los siguientes cuatro puntos:

- 1) Definición de función lineal,
- 2) Definición de ecuación lineal y su solución,
- 3) Definición de ecuación con fracciones y su solución
- 4) La resolución de problemas que conducen a una ecuación lineal.

La sección 6.2 se llama Sistemas de ecuaciones lineales y en ella se tienen tres puntos claves:

- 1) Definición de un sistema de ecuaciones lineales
- 2) Resolución de un sistema 2×2 .
Mediante los métodos de suma o resta, de sustitución y gráfico.
- 3) Resolución de un sistema de tres o más ecuaciones con tres o más incógnitas.

La presentación de los métodos de solución de sistemas lineales 2×2 se inicia por el método llamado " Solución simultánea por sustitución ", obteniendo su solución. Enseguida se resuelve otro sistema de ecuaciones con el método de "Solución simultánea por suma ó resta ". Al término de este último, los autores comentan que pueden existir sistemas de ecuaciones que " no tengan solución común " , citando el siguiente ejemplo

$$x + y = 2 ; x + y = 3,$$

este tipo de sistemas lo llaman " *incompatibles* o *inconsistentes* ". Dan un ejemplo de sistemas dependientes y caracterizan las soluciones como : " un número infinito de respuestas iguales ". Terminan la observación diciendo " Y si un sistema de ecuaciones tiene una sola respuesta, las ecuaciones son llamadas *consistentes* . "

... que como coinciden las dos ecuaciones en la misma gráfica y, por último, uno donde las gráficas de las ecuaciones son paralelas. Termina la sección con un ejemplo y una observación de sistemas de ecuaciones lineales 3×3 .

En el apartado donde muestran el método gráfico, realizan una caracterización de las soluciones de un sistema de ecuaciones lineales de acuerdo a las gráficas del mismo. Esto es:

- 1) Las rectas se intersectan en un punto.
- 2) Las rectas coinciden.
- 3) Las rectas son paralelas.

Establecen la relación que tiene lo anterior con las soluciones de los sistemas de ecuaciones lineales, como sigue:

- 1) El sistema tiene exactamente una solución, que es el punto donde se intersectan las dos rectas.
- 2) La solución del sistema es la solución de cualquiera de las dos ecuaciones.
- 3) El sistema no tiene solución.

Ejemplifican con un caso donde el sistema de ecuaciones lineales de 2×2 tiene una solución única, otro donde coinciden las dos ecuaciones en la misma gráfica y, por último, uno donde las gráficas de las ecuaciones son paralelas. Termina la sección con un ejemplo y una observación de sistemas de ecuaciones lineales 3×3 .

Los ejercicios propuestos se dividen en cuatro apartados, mostramos solamente los enunciados.

1. Resolver cada sistema de ecuaciones para x , y por el método

mejor convenga; el método gráfico puede utilizarse para una

Los ejercicios propuestos se dividen en cuatro apartados, mostramos solamente los enunciados.

1. Resolver cada sistema de ecuaciones para x , y por el método que mejor convenga; el método gráfico puede utilizarse para una comprobación aproximada. Son 10 ejercicios.
2. Usar el método de suma o resta para resolver simultáneamente los sistemas siguientes que no son lineales: son 4 ejercicios.
3. Graficar y resolver los siguientes sistemas de ecuaciones y decir si son consistentes, inconsistentes o equivalentes. Son 6 ejercicios.
4. Resolver los siguientes sistemas : Son 10 ejercicios de sistemas de ecuaciones 3×3 .

Para caracterizar las soluciones a los sistemas de ecuaciones lineales, los autores se apoyan en el aspecto geométrico de los sistemas.

El segundo libro a tratar es ALGEBRA Y TRIGONOMETRIA, en su tercera edición, (segunda en español) del autor Raymound A. Barnett de la Editorial Mc Graw-Hill.1988.

El tema de interés se aborda en el capítulo 8 con el nombre de Sistemas de ecuaciones y desigualdades. La sección 8-1 es llamada " Sistemas de ecuaciones lineales: repaso", y contiene tres temas:

Sistemas de dos variables

Sistemas de tres variables

Aplicación

Inicia con un ejemplo de un sistema de ecuaciones lineales 2×2 y define el " conjunto de soluciones como el conjunto de todos los pares ordenados de números, tales que cada par ordenado satisface ambas ecuaciones en el sistema".

Describe tres métodos de solución de los sistemas 2×2 . Resuelve el ejemplo planteado anteriormente mediante el método gráfico, en su EJEMPLO 2 da tres sistemas de ecuaciones lineales, graficándolos y caracterizando las soluciones como sigue: " Exactamente una solución", "No hay solución ", " Número infinito de soluciones ". Aclara: " En un sistema de coordenadas, dado que dos rectas deben intersectarse exactamente en un punto, ser paralelas o coincidir, se concluye que el sistema (1) tiene

exactamente una solución, (2) no tiene solución o (3) tiene un número infinito de soluciones. ". Prosigue exponiendo "Solución por eliminación empleando la sustitución", dando una pequeña explicación y desarrollando un ejemplo, y realiza una comprobación de la solución. Continúa con "solución por eliminación empleando la suma ", luego hace una pequeña reseña del método e introduce el concepto de " sistemas equivalentes de ecuaciones tienen el mismo conjunto de soluciones."

Enuncia un teorema que llama "Producción de sistemas equivalentes", " Se obtienen sistemas equivalentes de ecuaciones si:

1. Se intercambian dos ecuaciones.
2. Se multiplica una ecuación por una constante que no sea cero.
3. Se suma un múltiplo constante de una ecuación a otra ecuación."

En el problema 4 del método de suma, llega a una contradicción ($0 = -7$), y comenta " Por lo tanto, el sistema no tiene soluciones. Las gráficas de las ecuaciones son dos rectas paralelas. Los sistemas que no tienen soluciones se denominan **discordantes**.

Los sistemas de ecuaciones que tienen solución se denominan **concordantes**". Llama sistemas **dependientes**, si dos ecuaciones tienen el mismo conjunto de soluciones y el sistema tiene un número infinito de soluciones. Continúa con los sistemas de tres variables y luego con la aplicación a problemas "prácticos".

Los ejercicios los divide en tres secciones A, B y C. La sección A se compone de 44 problemas, distribuidos de la siguiente forma.

Del 1 al 4 se enuncian como " Resuélvase por graficación"

Del 5 al 8 se enuncian como " Resuélvase por eliminación empleando sustitución"

Del 9 al 12 se enuncian como " Resuélvase por eliminación utilizando la suma"

Del 13 al 20 se enuncian como " Resuélvase por eliminación utilizando la suma o la sustitución"

La sección B consta de los problemas 21 al 26 y es enunciada por " Resuélvase ", y abarca sistemas de 2×2 y de 3×3 .

La sección C no establece ningún enunciado y presenta de los problemas 27 al 30 sistemas de ecuaciones lineales 3×3 , y los problemas del 31 al 44 son llamadas aplicaciones.

Este autor se apoya en el aspecto gráfico para la caracterización de las soluciones de sistemas de ecuaciones lineales.

El tercer libro a tratar es ALGEBRA Y TRIGONOMETRIA CON GEOMETRIA ANALITICA, en su segunda edición, del autor Earl W. Swokowski del Grupo Editorial Iberoamérica. 1991.

El tema de interés se aborda en el capítulo 9 con el nombre de Sistemas de ecuaciones y desigualdades, la sección 9.1 es llamada " Sistemas de ecuaciones", la sección 9.2 " Sistemas de ecuaciones lineales en dos variables y la sección 9.3 "Sistemas de ecuaciones lineales con más de dos variables ". Esta última sección no es descrita.

La sección 9.1 " Sistemas de ecuaciones ", define la **solución** de una ecuación en dos variables x , y como un par ordenado (a,b) que al sustituir por x , y se obtiene un enunciado verdadero. Define dos ecuaciones en x , y como **equivalentes** si tienen exactamente las mismas soluciones. Describe la **gráfica** de una ecuación en x , y como el conjunto de todos los puntos de un plano coordenado que corresponden a las soluciones de dicha ecuación. Un **sistema** de dos ecuaciones en x , y está compuesto de dos ecuaciones cualesquiera en esas variables, al par (a,b) se le llama una **solución del sistema** si (a,b) es una solución de ambas ecuaciones. Concluye que " los puntos que corresponden a las soluciones son precisamente aquellos en que se cortan las gráficas de las dos ecuaciones".

Ejemplifica esto con un sistema de ecuaciones formado por una parábola y una recta (en el lenguaje geométrico). Mediante la gráfica de estas dos ecuaciones obtiene la solución única al sistema de ecuaciones,

formulando el **Método de sustitución** para resolver los sistemas de ecuaciones. El método es el siguiente:

- (i) Despejar una de las variables de las ecuaciones.
- (ii) Sustituir en la otra ecuación la expresión obtenida en el paso (i) para obtener una ecuación en una variable.
- (iii) Hallar las soluciones de la ecuación que se obtuvo en el paso (ii).
- (iv) Usar las soluciones del paso (iii), así como la expresión obtenida en el paso (i) para determinar las soluciones del sistema.

Aplica el método expuesto en cuatro ejercicios y propone una sección de 40 problemas.

La sección 9.2 "Sistemas de ecuaciones lineales en dos variables", principia definiendo una **ecuación lineal en n variables** con coeficientes reales y realiza una demostración del enunciado **Transformaciones que dan sistemas de ecuaciones equivalentes**, el cual establece que: " Las siguientes transformaciones no alteran las soluciones de un sistema de ecuaciones:

- (i) Intercambiar la posición de cualquiera dos ecuaciones.
- (ii) Multiplicar por un número real distinto de cero ambos lados de una ecuación del sistema.
- (iii) Reemplazar una ecuación $q=0$ del sistema por

$kp+q=0$, donde $p=0$ es cualquier otra ecuación del sistema y k es algún número real.

Aplica a tres sistemas de ecuaciones lineales 2×2 lo anterior y se apoya en la gráfica de dos de ellos para establecer cuando hay solución a un sistema de ecuaciones lineales y cuando no, describiendo el aspecto geométrico de las condiciones que cumplen las rectas y desembocando en un teorema donde finalmente formaliza la caracterización de las soluciones de los sistemas de ecuaciones lineales 2×2 .

Mencionamos a continuación estos aspectos: " se deduce que para todo sistema de dos de tales ecuaciones, ocurre precisamente una de las siguientes posibilidades:

- (i) Las rectas se cortan exactamente en un solo punto.
- (ii) Las rectas son idénticas.
- (iii) Las rectas son paralelas. "

De lo anterior establece el Teorema: " Dado un sistema de ecuaciones en dos variables, uno y sólo uno de los siguientes enunciados es verdadero:

- (i) El sistema tiene exactamente una solución.
- (ii) El sistema tiene un número infinito de soluciones.
- (iii) El sistema no tiene soluciones.

Si ocurre (i) el sistema se llama **consistente**.

Si ocurre (ii), se dice que las ecuaciones son **dependientes**.

Cuando ocurre (iii) se dice que el sistema es **inconsistente**."

La sección termina con un apartado de 37 problemas, los cuales se encuentran distribuidos de la siguiente manera:

De los problemas 1 al 20 su enunciado es " En los Ejercicios 1 a 20, encuentre las soluciones de los sistemas", y del 21 al 37 son problemas de los llamados prácticos.

Este autor se apoya en los aspectos geométricos para establecer la caracterización de las soluciones de los sistemas de ecuaciones lineales 2×2 . Su estrategia parte de la definición de un sistema de ecuaciones y desemboca en el método de solución.

Analizaremos tanto las coincidencias como las diferencias de los autores anteriores al exponer la caracterización de las soluciones a sistemas de ecuaciones 2×2 .

	Coincidencias	Diferencias
Silva-Lazo	Enfoque geométrico	Introduce definiendo conceptos
Barnett	Enfoque geométrico	Ejemplifica con problema
Swokowski	Enfoque geométrico	Inicia con sistemas en general.

Los autores al caracterizar las soluciones de los sistemas de ecuaciones lineales 2×2 le dan preferencia a la visualización. Coincidimos con ellos, si pensamos que la calculadora graficadora les permitiría a los estudiantes abordar de una manera más eficiente ese concepto en particular.

2.5 Resumen

En este capítulo se analizaron, desarrollaron y comentaron aspectos relevantes de la literatura consultada sobre el tema, en contextos de la psicología del aprendizaje, metodología de la enseñanza, sobre las calculadoras graficadoras y una revisión sobre los libros de texto empleados en la enseñanza del tema.

Capítulo 3

3.1 Introducción

En este capítulo mostraremos el desarrollo seguido en la realización del presente trabajo de investigación.

Lo primero fué realizar una evaluación (llamado cuestionario 2) de los conocimientos de álgebra, que incluía la identificación de ecuaciones lineales, métodos de solución de sistemas de ecuaciones lineales y caracterización de la solución en sistemas de ecuaciones lineales. Realizándose posteriormente pruebas de contraste para medias, y tablas de contingencia para caracterizar los niveles educativos con respecto al cuestionario 2.

Posteriormente se diseñó una práctica "remedial" llamada práctica de *Sistemas de ecuaciones - Uso de la calculadora graficadora -*.

Para evaluar los efectos de la práctica se utilizó una *diferencia de medias apareadas*, la cual analiza la diferencia entre medias de dos grupos cuando los datos son obtenidos de muestras que se encuentran *relacionadas o dependientes*; es decir, los resultados del primer grupo no son independientes de los segundos. Para determinar si existe diferencia

entre dos muestras relacionadas, se obtienen las diferencias de entre los valores de cada grupo, se calcula el promedio de las diferencias y la desviación estándar de las diferencias, verificando con la región de rechazo de la hipótesis nula, la cual establece que las diferencias promedios son cero.

En la figura 1 se ilustran las etapas cubiertas para el desarrollo del trabajo de investigación.

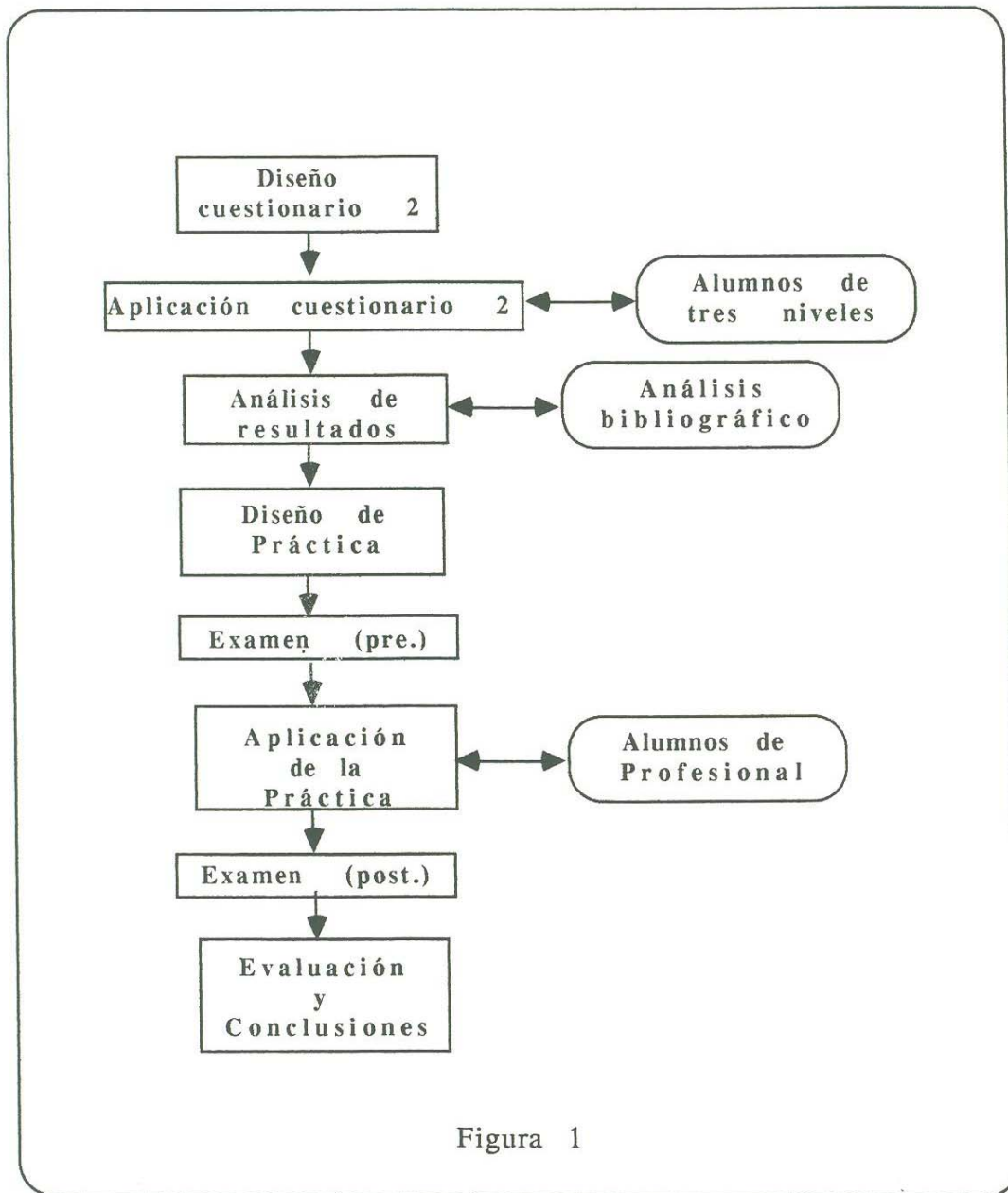


Figura 1

Pasos seguidos para efectuar el trabajo de investigación

3.2 Evaluación de conocimientos de álgebra.

En la evaluación de conocimientos de álgebra se utilizó un cuestionario diseñado para tal fin, se aplicó a 76 estudiantes del nivel medio superior, 149 estudiantes del nivel superior y 24 estudiantes de posgrado, todos ellos inscritos en los niveles correspondientes del ITESM-CSN-, durante los meses de noviembre de 1993 a febrero de 1994.

Se analizaron los resultados obtenidos con el fin de determinar las diferencias entre los niveles educativos y diseñar una práctica "remedial", a fin de mejorar los conocimientos y habilidades de los estudiantes en torno a la identificación de ecuaciones lineales y la caracterización de las soluciones a los sistemas de ecuaciones lineales.

Algunas pruebas estadísticas se emplearon en los datos obtenidos; pruebas para la normalidad y la homegeneidad de varianzas de Bartlett y un análisis de varianza, para probar la primera hipótesis del trabajo(Capítulo 1, página 25).

3.3 Diseño y aplicación de la práctica.

El diseño de la práctica de *Sistemas de ecuaciones- Uso de la calculadora graficadora-*, está caracterizado por ser un pequeño cuaderno donde cada hoja contiene la información necesaria para generar un conocimiento relacionado con los sistemas de ecuaciones.

El cuadernillo *Sistemas de ecuaciones- Uso de la calculadora graficadora-*, comprende doce prácticas (ver anexo A4), en las cuales el estudiante podrá graficar y escribir tanto sus reflexiones, como los distintos ejercicios que se presentan en dichas prácticas.

A continuación se presenta el objetivo y descripción de cada una de las prácticas, así como algunas observaciones al diseño de cinco prácticas, que consideramos claves para alcanzar los objetivos 1a) y 2) del presente trabajo de investigación (ver página 23, Capítulo 1), dichas prácticas son la 0, 7, 8, 10 y 11.

Las consideraciones del diseño de las prácticas 10 y 11 se exponen en la **Práctica 11.**

La **Práctica 0** es la primera de las doce prácticas, tiene por **objetivo:**

"Mostrar al estudiante cómo los cambios efectuados en los valores máximos y mínimos, así como en los factores de escala de los ejes X, Y afectan la representación gráfica de la función $f(x)=x$ ".

Incluye cuatro pares de ejes cartesianos enmarcados con un "rectángulo" que imita el display de las calculadoras graficadoras, mismo que llamaremos "carátula para graficar", contiene además un espacio para escribir sus conclusiones.

Consideraciones del diseño de la práctica:

La calculadora graficadora como dispositivo de cálculo tiene limitaciones físicas que distorsionan las gráficas de las funciones, de ahí la razón de advertir al estudiante como usuario de la calculadora las limitaciones del dispositivo.

La **Práctica 1** tiene por **objetivo:**

"Mostrar al estudiante las distintas representaciones gráficas cuando se introducen cambios en el coeficiente de la variable x ".

Consta de dos secciones, con seis incisos cada una, dos carátulas para graficar y un espacio para escribir su conclusión.

La **Práctica 2** tiene por objetivo:

"Mostrar al estudiante la representación gráfica de ecuaciones con igual constante que acompaña a la variable; mostrar las rectas paralelas".

Consta de dos secciones con tres incisos cada una, dos carátulas para graficar y un espacio para escribir su conclusión.

La **Práctica 3** tiene por objetivo:

"Que el estudiante deduzca ecuaciones lineales dados dos puntos, así como que reflexione sobre las condiciones para construir las ecuaciones lineales dado un punto".

Consta de dos secciones con un inciso cada una, dos carátulas para graficar, espacio para anotar los pasos seguidos y un espacio para escribir su reflexión.

La **Práctica 4** tiene por objetivo:

"Que el estudiante grafique sistemas de ecuaciones lineales dados, así como que reflexione sobre las condiciones que satisfacen los sistemas de ecuaciones lineales que tienen solución única".

Consta de dos secciones con un sistema de ecuaciones lineales cada una, dos carátulas para graficar, espacio para anotar sus observaciones y un espacio para escribir su conclusión.

La **Práctica 5** tiene por objetivos:

"Que el estudiante resuelva un sistema de ecuaciones lineales dado apoyado en su representación gráfica, y luego que obtenga la solución del mismo sistema de ecuaciones lineales mediante otro método que domine, y que compruebe sus soluciones".

Consta de dos secciones, la primera consta de un sistema de ecuaciones lineales, espacio para anotar su respuesta y observaciones, además un espacio para resolver el sistema de ecuaciones lineales y escribir su respuesta.

La **Práctica 6** tiene por objetivo:

"Que el estudiante compruebe una solución de un sistema de ecuaciones lineales dado, así como que complete un sistema de ecuaciones lineales 2×2 con solución única, dados dos puntos para establecer una ecuación lineal y que lo resuelva".

Contiene dos secciones, la primera consta de un sistema de ecuaciones lineales, espacio para anotar su prueba, además un espacio para resolver el sistema de ecuaciones lineales y escribir su respuesta.

La **Práctica 7** tiene por objetivo:

"Ayudar al estudiante a caracterizar la solución de sistemas de ecuaciones lineales dados, así como que reflexione sobre las condiciones que satisfacen los sistemas de ecuaciones lineales que no tienen solución".

Consta de dos secciones, la primera contiene cinco incisos y una carátula para graficar; la segunda contiene una pregunta y espacio para anotar sus respuestas, además de un espacio para escribir su conclusión.

Consideraciones del diseño de la práctica:

El problema de introducir cambios en el coeficiente de las x conlleva dos aspectos básicos: un de ellos es de carácter técnico-visual, ya que si los incrementos introducidos fueran de una menor magnitud se crearía confusión en el display de la calculadora graficadora para distinguir la ecuación de las otras; el otro aspecto tiene que ver con el "movimiento" de las rectas hasta llegar a la recta paralela mediante un cambio repentino y brusco, este problema tiene su origen en las limitaciones técnicas del ambiente gráfico de la calculadora graficadora.

La **Práctica 8** tiene por objetivo:

"Que el estudiante caracterice la solución de sistemas de ecuaciones lineales dados, así como que reflexione sobre las condiciones que satisfacen los sistemas de ecuaciones lineales que tienen una infinidad de soluciones".

Consta de dos secciones, la primera contiene cinco incisos y una carátula

para graficar y la segunda contiene una pregunta y espacio para anotar sus respuestas, además de un espacio para escribir su conclusión.

Consideraciones del diseño de la práctica:

El problema de introducir cambios en el coeficiente de las x conlleva dos aspectos básicos: un de ellos es de carácter técnico-visual, ya que si los incrementos introducidos fueran de una menor magnitud se crearía confusión en el display de la calculadora graficadora para distinguir la ecuación de las otras; el otro aspecto tiene que ver con el "movimiento" de las rectas hasta llegar a una recta única mediante cambios repentinos y bruscos, este problema tiene su origen en las limitaciones técnicas del ambiente gráfico de la calculadora graficadora.

La **Práctica 9** tiene por objetivo:

"Que el estudiante resuelva un sistema de ecuaciones lineales dado apoyado en su calculadora graficadora (graficamente), así como que obtenga la solución del mismo sistema de ecuaciones lineales mediante otro método que domine, y que compruebe sus soluciones".

Contiene dos secciones, la primera consta de un sistema de ecuaciones lineales, una carátula para graficar, espacio para anotar su respuesta y observaciones, la segunda consta de un espacio para resolver el sistema de ecuaciones lineales y escribir su respuesta.

La **Práctica 10** tiene por objetivos:

"Que el estudiante resuelva un sistema de ecuaciones no-lineales dado apoyado en su calculadora graficadora, así como que enumere y obtenga las soluciones del mismo sistema por otro método. También se pretende que encuentre una ecuación que satisfaga condiciones dadas".

Contiene dos secciones, la primera consta de tres incisos, una carátula para graficar, la segunda contiene dos preguntas y un problema, espacio para anotar su respuesta y observaciones, además un espacio para escribir su conclusión.

La **Práctica 11** tiene por objetivo:

"Que el estudiante resuelva un sistema de ecuaciones dado apoyado en su calculadora graficadora, así como enumerar y obtener las soluciones de otros sistemas con una ecuación común en condiciones diferentes, además encontrar una ecuación que satisfaga condiciones dadas".

Consta de dos secciones, la primera contiene cinco incisos y una carátula para graficar. La segunda contiene cuatro preguntas y un problema, espacio para anotar su respuesta y observaciones, además un espacio para escribir su conclusión.

Consideraciones del diseño de la práctica:

Tanto esta práctica 11 como la 10, se apartan de los sistemas de ecuaciones lineales 2×2 , y se introducen en los sistemas de ecuaciones en

general, con la intención de que el estudiante aborde la problemática de la caracterización de soluciones desde una perspectiva general de los sistemas de ecuaciones con dos variables.

Para la aplicación de la práctica *Sistemas de ecuaciones - Uso de la calculadora graficadora* -, se contó con la participación de cuatro estudiantes del nivel superior, los cuales en distintas fechas, horarios y duraciones, realizaron su práctica.

Utilizamos los siguientes pseudónimos para identificar a cada uno de los estudiantes que participaron en la resolución de la práctica, con el fin de mantener su anonimato y confiabilidad y evitar que esto introdujera ruido en el resultado.

El **Alumno I** estudia en el área de Ingeniería. Utilizó el modelo HP48SX de Hewlett-Packard.

La **Alumna I** estudia en el área de Ingeniería. Utilizó el modelo HP48G de Hewlett-Packard.

El **Alumno II** estudia en el área de Administración. Utilizó el modelo EC4034 de Radio Shack.

La **Alumna II** estudia en el área de Administración. Utilizó el modelo EC4034 de Radio Shack.

El desarrollo de la realización de la práctica es mostrado enseguida:

El Alumno I resolvió su práctica de manera continua en tres horas, únicamente pidió ayuda en la práctica 0 por el tipo de escala que maneja su calculadora.

La Alumna I resolvió su práctica en dos sesiones de una hora y media cada una, en distintos días, con una diferencia de diez días entre sesiones.

El Alumno II contestó su práctica en dos sesiones, la primera de una hora y la segunda de una hora y media, con una diferencia de quince días entre sesiones.

La Alumna II resolvió su práctica en dos sesiones de una hora y media la primera y de dos horas la segunda, en distintos días, con una diferencia aproximada de siete días.

El cuestionario que se presenta a continuación fué aplicado tanto antes como después de la práctica de *Sistemas de ecuaciones - Uso de la calculadora graficadora* -.

El objetivo de esta evaluación es conocer el grado de conocimientos de aspectos claves de Algebra. NO ESCRIBIR SU NOMBRE. Muchas gracias por su cooperación.

1) Indicar cuál de las siguientes ecuaciones es una ecuación lineal.

	SI	NO
a) $3x + 4y - 3z + xz = 10$	-	-
b) $x + \text{sen}(x) - 3 = 0$	-	-
c) $x + 4y = 1$	-	-
d) $x^2 + y^2 - 5 = 0$	-	-
e) $-2x + 3y - z = 0$	-	-

2) ¿ Cómo resolvería el siguiente sistema de ecuaciones ?.Indica únicamente los pasos que seguiría NO lo resuelva. (Si necesita más espacio favor de escribir en la hoja anexa), si sabes el nombre del método escríbelo.

$$\begin{array}{rcl} x + y + 2z & = & 9 \\ 2x + 4y - 3z & = & 1 \\ 3x + 6y - 5z & = & 0 \end{array}$$

3)¿Para qué valor, o para qué valores, de la constante k el siguiente sistema de ecuaciones.

- a) No tiene solución?
- b) Tiene exactamente una solución?
- c) Tiene una infinidad de soluciones ?.

$$\begin{array}{rcl} x - y & = & 3 \\ 2x - 2y & = & k \end{array}$$

Indicar tu respuesta :

(Favor de realizar las operaciones en la hoja anexa)

Si k toma el valor o los valores siguientes _____ el sistema **NO tiene solución.**

Si k toma el valor o los valores siguientes _____ el sistema **tiene exactamente una solución.**

Si k toma el valor o los valores siguientes _____ el sistema **tiene una infinidad de soluciones.**

3.4 Evaluación de la práctica

La práctica *Sistemas de ecuaciones - Uso de la calculadora graficadora* - se evaluó a partir de los resultados obtenidos en su aplicación a los cuatro estudiantes que participaron de manera voluntaria en su solución mediante el cuestionario anterior.

Se muestran a continuación los resultados de los cuestionarios por estudiante.

El **Alumno I** respondió de la siguiente forma los cuestionarios antes y después de la aplicación de la práctica.

Antes

1 a) NO 1 b) NO 1 c) SI 1 d) NO 1 e) SI 2) M. Matricial 3 a) N.C. (*) 3 b) k=6 3 c) N.C.

Después

1 a) NO 1 b) NO 1 c) SI 1 d) NO 1 e) SI 2) M. Matricial 3 a) k < -6 3 b) k > 0 3 c) k=6

La **Alumna I** respondió de la siguiente forma los cuestionarios antes y después de la aplicación de la práctica.

Antes

1 a) SI 1 b) NO 1 c) SI 1 d) NO 1 e) SI 2) Suma ó resta 3 a) k=0,1,3,5,... 3 b) k= N.C. 3 c) k=6

(*) N.C. : No contestó

Después

1 a) SI 1 b) SI 1 c) SI 1 d) NO 1 e) SI 2) Suma ó resta 3 a) $k \neq 6$ 3 b) No existe 3 c) $=6$

El Alumno II respondió de la siguiente forma los cuestionarios antes y después de la aplicación de la práctica.

Antes

1 a) SI 1 b) NO 1 c) SI 1 d) NO 1 e) SI 2) Simultáneas 3 a) $k > 6$ ó $k < 6$ 3 b) $k=6$ 3 c) N.C.

Después

1 a) SI 1 b) NO 1 c) SI 1 d) NO 1 e) SI 2) Simultáneas 3 a) Siempre 3 b) $k=6$ 3 c) $(-\alpha, \alpha)$
tiene solución

La Alumna II respondió de la siguiente forma los cuestionarios antes y después de la aplicación de la práctica.

Antes

1 a) SI 1 b) SI 1 c) SI 1 d) NO 1 e) SI 2) Sustitución 3 a) #'s impares 3 b) cero 3 c) #'s pares

Después

1 a) SI 1 b) NO 1 c) SI 1 d) NO 1 e) SI 2) Sustitución 3 a) 0 3 b) 6 3 c) no hay

Resumiendo, las calificaciones obtenidas son las siguientes:

Alumno I		Alumna I		Alumno II		Alumna II	
Antes	Después	Antes	Después	Antes	Después	Antes	Después
6.7	6.7	5.6	7.8	6.7	5.6	4.4	5.6

El promedio de las calificaciones antes es : 5.85 y desviación estándar 1.10

El promedio de las calificaciones después es : 6.43 y desviación estándar 1.05

Se utilizó una diferencia apareada (ver [8], páginas 145-146) con $\alpha = 0.01$.

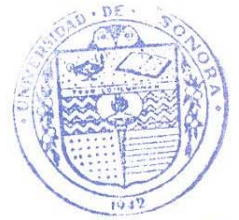
Las hipótesis son:

$$H_0 : \mu_{\text{antes}} = \mu_{\text{después}} \quad \text{vs.} \quad H_1 : \mu_{\text{antes}} \neq \mu_{\text{después}}$$

Encontrándose un promedio de las diferencias entre las observaciones antes y después de -0.58 y la desviación estándar es 1.43, con el estadístico de prueba $t_p = (-0.58/1.43)=-0.41$. La región de aceptación se encuentra entre los valores (ver [8], apéndice 5) ± 9.925 , la hipótesis nula no se puede rechazar, al nivel de significancia propuesto.

3.5 Resumen

En este capítulo se mostraron las etapas desarrolladas para evaluar los conocimientos de álgebra, el diseño y la aplicación de la práctica *Sistemas de ecuaciones - Uso de la calculadora graficadora -* para la realización del trabajo de investigación.



EL SABER DE MIS HIJOS
HARA MI GRANDEZA
BIBLIOTECA
DEPARTAMENTO DE
MATEMÁTICAS

Capítulo 4

4.1 Introducción

En este capítulo se consignan los resultados obtenidos de la aplicación del diagnóstico y de la práctica, y se formulan algunas conclusiones.

4.2 Resultados del diagnóstico.

Las siguientes son las hipótesis formuladas para la calificación obtenida por los estudiantes en cada uno de los niveles educativos referidos del cuestionario 2. Los resultados fueron procesados para mostrar:

- i) La normalidad en las distribuciones de las calificaciones.
- ii) La igualdad de varianzas entre los niveles.
- iii) La igualdad de calificaciones promedio entre los niveles educativos referidos.

4.2.1 Prueba de Normalidad para la distribución de las calificaciones. (Bondad de ajuste).

La bondad de ajuste se efectúa con un nivel de significación $\alpha = 0.01$, mediante la prueba Kolmogorov-Smirnov (ver [8], páginas 513-514, y de [9], páginas 69-74). A esta prueba le interesa el grado de acuerdo entre la distribución de un conjunto de valores observados y alguna distribución teórica específica; para ello, determina si los valores observados provienen de una población que tenga la distribución teórica especificada, a cuyo efecto determina la distribución de frecuencias acumulada que ocurriría bajo la distribución teórica y realiza la

comparación con la distribución de la frecuencia acumulada observada. La distribución teórica especificada representa lo esperado conforme a la hipótesis nula. Para probarlo se determina el punto en que ambas distribuciones presentan la mayor diferencia. La distribución observada nos indica que una diferencia probablemente ocurriría si las observaciones fueran realmente una muestra aleatoria de la distribución teórica específica, de ahí que para probar si la distribución de las calificaciones para cada uno de los niveles referidos pueden ajustarse a una distribución normal, con las medias y desviaciones estándar obtenidos para cada nivel, empleamos esta prueba como se muestra a continuación.

Para calcular el promedio y la desviación estándar se aplicaron las siguientes fórmulas.

Promedio

$$\mu = (1/N) \sum X_i f_i$$

X_i : Marca de clase para clase i

f_i : Frecuencia de la clase i

N : Número de observaciones.

$i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$

Desviación estándar

$$\sigma = \sqrt{(1/N) \sum (X_i - \mu)^2 f_i}$$

X_i : Marca de clase para clase i

f_i : Frecuencia de la clase i

μ : Promedio

N : Número de observaciones.

$i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$

Distribución de frecuencias de las calificaciones obtenidas en el Nivel Medio Superior.

A continuación se definen los términos empleados de la prueba.

Límites

- Inf.** Límite inferior de las clases de la distribución de frecuencias
- Sup.** Límite superior de las clases de la distribución de frecuencias
- Marca de Clase** Punto medio de los límites que componen las clases de la distr. de frecuencias.
- Frec. Observ.** Frecuencia observada.
- Frec. Acum.** Frecuencia observada acumulada
- $S_n(x)$** Frecuencia relativa acumulada, es igual a k/n con $k \leq x$.
- $F(x)$** Frecuencia relativa esperada acumulada. Es la función de distribución teórica acumulada especificada bajo la hipótesis nula. En el caso empleado se obtienen primero los valores normalizados con $z = (\text{Límites superiores} - \mu)/\sigma$, y se calcula el área bajo la curva normal.
- $|F(x) - S_n(x)|$** Valor absoluto de la diferencia entre $F(x)$ y $S_n(x)$.

Límites Inf.	Sup.	Marca de Clase	Frec. Observ.	Frec. Acum.	$S_n(x)$	$F(x)$	$ F(x) - S_n(x) $
0	1.313	0.657	8	8	.1053	.0455	.0598
1.313	2.627	1.970	5	13	.1711	.1660	.0051
2.627	3.940	3.284	9	22	.2895	.3974	.1079
3.940	5.253	4.597	30	52	.6842	.6772	.0070
5.253	6.567	5.910	16	68	.8947	.8810	.0137
6.567	7.880	7.224	8	76	1.0000	0.9713	.0287

$\mu=4.41 \quad \sigma=1.83$

H_0 : Las calificaciones tienen una distribución normal con $\mu=4.41$ y $\sigma=1.83$

H_1 : Las calificaciones no tienen una distribución normal con $\mu=4.41$ y $\sigma=1.83$

Estadístico de prueba $D = \text{Max } |F(x) - S_n(x)| = 0.1079 < (1.63/\sqrt{76}) = 0.1870$
 (Los valores del estadístico D fueron obtenidos de la página 426, de [1]).

No se puede rechazar la hipótesis al nivel de significación especificado.

Distribución de frecuencias de las calificaciones obtenidas en el Nivel Superior.

Límites Inf.	Sup.	Marca de Clase	Frec. Observ.	Frec. Acum.	$S_n(x)$	$F(x)$	$ F(x) - S_n(x) $
0	1.498	0.749	3	3	.0201	.0146	.0055
1.498	2.997	2.248	4	7	.0470	.1210	.0740
2.997	4.495	3.746	68	75	.5034	.4364	.0670
4.495	5.993	5.244	49	124	.8322	.8023	.0299
5.993	7.492	6.743	16	140	.9396	.9693	.0297
7.492	8.990	8.241	9	149	1.0000	.9973	.0027

$\mu=4.73 \quad \sigma=1.48$

H_0 : Las calificaciones tienen una distribución normal con $\mu=4.73$ y $\sigma=1.48$

H_1 : Las calificaciones no tienen una distribución normal con $\mu=4.73$ y $\sigma=1.48$

Estadístico de prueba $D= \text{Max } |F(x) - S_n(x)| = 0.0740 < (1.63/\sqrt{149}) = 0.1335$

(Los valores del estadístico D fueron obtenidos de la página 426, de [1]).

No se puede rechazar la hipótesis al nivel de significación especificado.

Distribución de frecuencias de las calificaciones obtenidas en el Nivel de Posgrado

Límites Inf.	Sup.	Marca de Clase	Frec. Observ.	Frec. Acum.	$S_n(x)$	$F(x)$	$ F(x) - S_n(x) $
2.22	3.163	2.692	5	3	.2083	.1401	.0682
3.163	4.107	3.635	4	9	.3750	.3520	.0230
4.107	5.050	4.579	4	13	.5417	.6255	.0838
5.050	5.993	5.522	8	21	.8750	.8461	.0289
5.993	6.937	6.465	2	23	.9583	.9573	.0010
6.937	7.880	7.4091	1	24	1.0000	.9922	.0078

$\mu=4.62 \quad \sigma=1.35$

H_0 : Las calificaciones tienen una distribución normal con $\mu=4.62$ y $\sigma=1.35$

H_1 : Las calificaciones no tienen una distribución normal con $\mu=4.62$ y $\sigma=1.35$

Estadístico de prueba $D= \text{Max } |F(x) - S_n(x)| = 0.0838 < 0.3128$

(Los valores del estadístico D fueron obtenidos por interpolación con los datos de la página 426, de [1]).

No se puede rechazar la hipótesis al nivel de significación especificado.

4.2.2 Hipótesis sobre igualdad de varianzas. Prueba de Bartlett.

Para la realización de esta prueba se tomó una muestra aleatoria de tamaño 20 para cada uno de los niveles referidos, los números aleatorios fueron tomados de las Tablas Estadísticas, Tabla 7 página 535 primera columna del libro, ver[7].

Se procedió a probar las siguientes hipótesis:

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2$$

$$H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \neq \sigma_3^2 (*)$$

Donde los subíndices 1, 2 y 3 denotan los niveles medio superior, superior y posgrado respectivamente.

Prueba de Bartlett para homogeneidad de varianzas

Nivel Educativo	Σy^2_i	G.L	1/G.L	s^2_i	$\text{Log}(s^2_i)$	$(G.L) \times \text{Log}(s^2_i)$
Medio Superior	61.45	19	0.0526	3.2342	0.5098	9.6862
Superior	57.89	19	0.0526	3.0468	0.4838	9.1922
Posgrado	51.62	19	0.0526	2.7168	0.4341	8.2479
Total	170.96	57	0.1579			27.1263

(*) Es común encontrar esta notación en los libros de estadística, en realidad se prueba si al menos dos varianzas son diferentes entre sí.

$$\sum_i y_i^2 = \sum_j (Y_{ij} - \bar{Y}_i)$$

Con : $i = 1, 2, 3$
 $j = 1, 2, \dots, 19$

G.l. : Grados de libertad
 (tamaño de la muestra - 1)

n_i : Tamaño de la muestra i

$k = 3$

s_i^2 : Varianza muestral

s^2 : Varianza mancomunada

$$B = (\text{Log}(s^2)) \sum_{i=1}^3 (n_i - 1)$$

$$\chi^2_{(k-1)} = \text{Ln} (10) [B - \sum_{i=1}^3 (n_i - 1) \text{Log} s_i^2]$$

Estimación mancomunada de la varianza es igual : $(170.96/57) = 2.9993$

Logaritmo de la varianza mancomunada es igual : 0.4770

$B = 27.189$, el valor de ji-cuadrada es de 0.1443, con el valor de crítico de la tabla, con alfa de 0.01 y dos grados de libertad es de 9.210.

Se concluye que no se puede rechazar la hipótesis nula.

Procedimiento obtenido de las págs. 161-163, ver [8].

El resultado obtenido nos muestra la existencia de una igualdad entre las varianzas en los niveles referidos, con $\alpha = 0.01$.

4.2.3 Análisis de varianza.

El siguiente procedimiento del análisis de varianza fué tomado de las páginas 368-376, ver [7].

Las hipótesis son:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 \quad \text{vs.} \quad H_1: \mu_1 \neq \mu_2 \neq \mu_3$$

Donde :

μ_1 : es el promedio de calificaciones obtenida para el nivel medio superior.

μ_2 : es el promedio de calificaciones obtenida para el nivel superior.

μ_3 : es el promedio de calificaciones obtenida para el nivel de posgrado.

Los resultados del análisis de varianza se ilustran en el cuadro siguiente:

Fuente de variación	G. de Lib.	$\sum \sum x^2$	Media	F
Niveles educativos	2	1.186	0.593	0.204
Error	246	714.393	2.904	
Total	248	715.579		

Donde :

G. de Lib. : Son los grados de libertad para los tratamientos (Niveles medio superior, superior y posgrado) dados por $k-1$, k es el número de tratamientos, el error dado por $N-k$ y el Total dado por $N-1$, donde N es el número total de observaciones.

$\sum \sum x^2$: La Suma de cuadrados definida por suma de cuadrados para tratamientos, es calculada mediante $SS(Tr) = \sum T_i^2 - (T^2/N)$

T_i^2 : El total de las observaciones para el tratamiento i al cuadrado.

T^2 : El total de los totales de cada tratamiento al cuadrado.

La suma de cuadrados total $SS(T) = \sum \sum (y_{ij})^2 - (T^2/N)$ $i=1,2,3; j=1,2, \dots, n_i$

con n_i igual al numero de observaciones por tratamiento.

La suma de cuadrados de los errores, se define como : $SS(E) = SS(T) - SS(Tr)$

Media : Son los cuadrados medios para los tratamientos y el error, definidos por:

$$MS(Tr) = SS(Tr)/(k-1) \quad \text{y} \quad MS(E) = SS(E)/(N-k)$$

F : $MS(Tr)/MS(E)$

Los siguientes valores fueron obtenidos de la tabla estadística F en las páginas 532 - 533 de [7], $F_{0.01,2,\infty} = 4.61$ de tabla y $F_{0.05,2, \infty} = 3.00$ (*)

Estos resultados sugieren la igualdad de promedios en las calificaciones obtenidas por los estudiantes que respondieron el Cuestionario 2 en los niveles 0.05 y 0.01.

(*) Mediante una interpolación se hizo una cálculo para $F_{0.05,2,246}$ dando por resultado aproximadamente 3.04024.

11	80%	80%	80%	80%
Prom.del	%	93.3	86.7	95.0
				70%
				64.2

4.3 Resultados de la práctica

En esta sección mostraremos los resultados obtenidos por cada estudiante en la práctica *Sistemas de ecuaciones - Uso de la calculadora graficadora-*.

Primero se muestran como porcentaje el grado de alcance en relación al objetivo que se tenía cuando se diseñaron las prácticas (este objetivo no era del conocimiento de los estudiantes). Posteriormente nos enfocaremos a las prácticas 7 y 8 de cada uno de los estudiantes ya que estas prácticas tienen especial interés para la caracterización de las soluciones de sistemas de ecuaciones lineales 2×2 . Luego realizamos una transcripción y traducción de las mismas, y para finalizar analizamos las prácticas 7 y 8 mediante el modelo propuesto de operadores cognitivos.

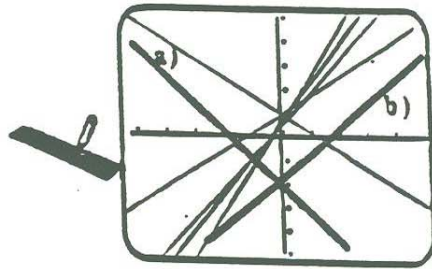
Práctica	Alumno I	Alumna I	Alumno II	Alumna II
0	100%	90%	100%	90%
1	100%	100%	100%	100%
2	100%	100%	90%	100%
3	80%	80%	100%	0%
4	100%	50%	100%	60%
5	100%	50%	100%	0%
6	100%	100%	100%	100%
7	80%	100%	100%	100%
8	80%	100%	100%	80%
9	100%	100%	100%	0%
10	100%	90%	70%	70%
11	80%	80%	80%	70%
Prom.del %	93.3	86.7	95.0	64.2

Mostramos a continuación las prácticas que realizaron los cuatro estudiantes; primero se muestra la práctica 7 de cada estudiante y luego la práctica 8, se transcriben y traducen las prácticas en cuestión, y por último se realiza un análisis en base a los operadores cognitivos que son desarrollados por los estudiantes que participaron en el estudio, el cual sirvió de base para mostrar el operador de especial interés.



Ayudado en tu calculadora encuentra las gráficas de las ecuaciones propuestas y dibújalas.

- c) $Y = 1 - 0.5x$
- d) $Y = 1 + 0.5x$
- e) $Y = 1 + 0.8x$
- f) $Y = 1 + 0.9x$
- g) $Y = 1 + x$



Gráfica del sistema de ecuaciones

¿ Qué sucede ?

con los coeficientes de x

con las gráficas

Según el coeficiente de la inclinación las ca. de la c → a se del la pendiente. intersección en un solo punto las a y b en otro.

Si tomamos a la ecuación b) y cada una de las anteriores ecuaciones para formar un sistema de ecuaciones, indicar cuántas soluciones (puntos de intersección) se tiene

- c) 1
- d) 1
- e) 1
- f) 1
- g) 1

Conclusión

Cuando no coincide la intersección con la...
 ya la en la gráfica es...
 líneas se interseca el punto...
 intersección...
 paralela nunca se interseca...

Transcripción de las secciones *¿ Qué sucede ?* y **Conclusión** de la práctica 7 contestada por Alumno I.

¿ Qué sucede ?

con los coeficientes de x

"van aumentando la inclinación de la pendiente "

con las gráficas

"las eq. de la c -> g se intersectan en un solo punto, las a y b en otro."

Traducción : Las ecuaciones de los incisos de c a g se intersectan en un sólo punto, las ecuaciones de los incisos a y b en otro punto.

Si tomamos a la ecuación b) y cada una de las anteriores ecuaciones para formar un sistema de ecuaciones, indicar cuántas soluciones (puntos de intersección) se tiene

c) 1

d) 1

e) 1

f) 1

g) 1

Conclusión

" aunque no salga la intersección con la eq. b en la gráfica se deben de imaginar líneas que se extienden al infinito, y buscar una intersección en algún lugar de esa línea si esta paralela nunca se interseccionarán ."

Análisis de la práctica 7 contestada por Alumno I.

En el operador O_1 el estudiante encuentra una dificultad u obstáculo, este es el operador de análisis de los elementos de las ecuaciones, el cuál está constituido por el reconocimiento de las propiedades individuales del objeto y el de las relaciones para establecer propiedades comunes.

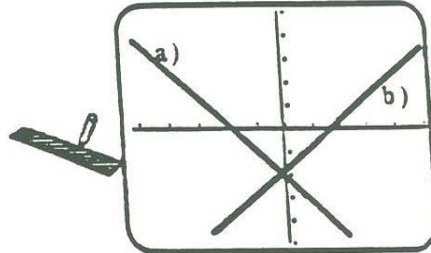
El alumno reconoce al coeficiente de la variable x , como la pendiente, además de que ésta aumenta, NO identifica que la serie de números tiene como límite al número 1, y por lo tanto la ecuación g) $Y = 1 + x$ y la ecuación b) tienen la misma pendiente por lo cual, las rectas que representan sus gráficas son rectas paralelas. El alumno responde incorrectamente el inciso g).

En su conclusión manifiesta que, " y buscar una intersección en algún lugar de esa línea si esta paralela nunca se interseccionarán", si las líneas son paralelas no se intersectarán, pero no concluye que no tiene solución el sistema de ecuaciones lineales que resuelve.



Apoyado en tu calculadora encuentra las gráficas de las ecuaciones propuestas y dibújalas.

- b) $-x + y = -4$
- c) $Y = 1 - 0.5x$
- d) $Y = 1 + 0.5x$
- e) $Y = 1 + 0.8x$
- f) $Y = 1 + 0.9x$
- g) $Y = 1 + x$



Gráfica del sistema de ecuaciones

¿ Qué sucede ?

con los coeficientes de x

van aumentando

con las gráficas

aumentan su pendiente

Si tomamos a la ecuación b) y cada una de las anteriores ecuaciones para formar un sistema de ecuaciones, indicar cuántas soluciones (puntos de intersección) se tiene

- c) 1
- d) 1
- e) 1
- f) 1
- g) 0

Conclusión

las ecuaciones lineales pueden tener la misma pendiente pero no ser paralelas, al tener la misma pendiente.

Transcripción de las secciones *¿ Qué sucede ?* y *Conclusión* de la práctica 7 contestada por Alumna I.

¿ Qué sucede ?

con los coeficientes de x
"van aumentando"

con las gráficas
"aumenta su pendiente"

Si tomamos a la ecuación b) y cada una de las anteriores ecuaciones para formar un sistema de ecuaciones, indicar cuántas soluciones (puntos de intersección) se tiene

c) 1

d) 1

e) 1

f) 1

g) 0

Conclusión

" Las ecuaciones lineales pueden tener 1 punto en común.
m paralelas, al tener la misma pend. "

Traducción : Las ecuaciones lineales pueden tener un punto en común.
existen m-paralelas al tener la misma pendiente.

Análisis de la práctica 7 contestada por Alumna I.

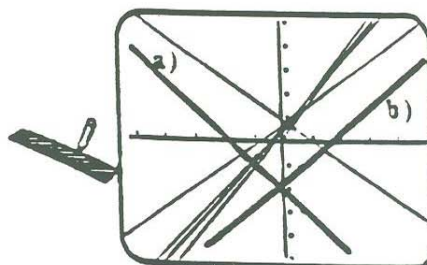
Para la alumna, el operador O_1 que establece el análisis de los elementos de las ecuaciones, el cuál está constituido por el reconocimiento de las propiedades individuales del objeto y el de las relaciones para establecer propiedades comunes, no presenta dificultad.

La alumna reconoce que los coeficientes de la variable x aumentan, y que por consiguiente también las pendientes, identifica que tanto la ecuación g) $Y= 1 + x$ y la ecuación b) tienen la misma pendiente, por lo cual las rectas que representan sus gráficas son paralelas. La alumna responde correctamente el inciso g).



Apoyado en tu calculadora encuentra las gráficas de las ecuaciones propuestas y dibújalas.

- c) $Y = 1 - 0.5x$
- d) $Y = 1 + 0.5x$
- e) $Y = 1 + 0.8x$
- f) $Y = 1 + 0.9x$
- g) $Y = 1 + x$



Gráfica del sistema de ecuaciones

¿ Qué sucede ?

con los coeficientes de x	con las gráficas
Van aumentando hasta llegar al número 1	Están más próximas entre sí y se acercan más hasta que se cruzan las veces.

Si tomamos a la ecuación b) y cada una de las anteriores ecuaciones para formar un sistema de ecuaciones, indicar cuántas soluciones (puntos de intersección) se tiene

- c) 1
- d) 1
- e) 1
- f) 1
- g) 0

Conclusión

Las gráficas se acercan más y se cruzan en un punto.

Transcripción de las secciones *¿ Qué sucede ?* y **Conclusión** de la práctica 7 contestada por **Alumno II.**

¿ Qué sucede ?

con los coeficientes de x

"van aumentando hasta llegar al número 1 "

con las gráficas

"Entre más próximas esten las pendientes más juntas van a estar las rectas."

Si tomamos a la ecuación b) y cada una de las anteriores ecuaciones para formar un sistema de ecuaciones, indicar cuántas soluciones (puntos de intersección) se tiene

c) 1

d) 1

e) 1

f) 1

g) 0

Conclusión

" Las gráficas solo tienen un punto de intersección y todas se cortan en el mismo punto "

Análisis de la práctica 7 contestada por Alumno II.

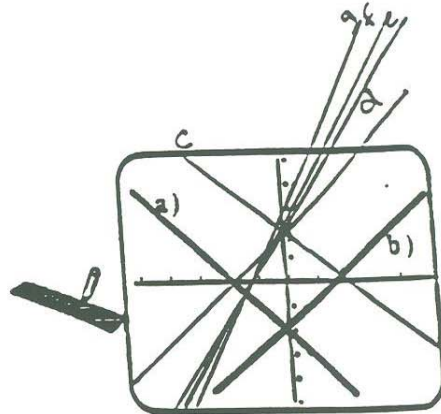
Para el alumno, el operador O_1 que establece el análisis de los elementos de las ecuaciones, el cuál está constituido por el reconocimiento de las propiedades individuales del objeto y el de las relaciones para establecer propiedades comunes, no presenta dificultad.

El alumno reconoce que los coeficientes asociados a la variable x en las ecuaciones aumentan, y que tienen por límite el número 1, por consiguiente, tanto la ecuación g) $Y = 1 + x$ y la ecuación b) tienen la misma pendiente, por lo cual, las rectas que representan sus gráficas son paralelas. El alumno responde correctamente el inciso g).



Ayudado en tu calculadora encuentra las gráficas de las ecuaciones propuestas y dibótjalas.

- c) $Y = 1 - 0.5x$
- d) $Y = 1 + 0.5x$
- e) $Y = 1 + 0.8x$
- f) $Y = 1 + 0.9x$
- g) $Y = 1 + x$



Gráfica del sistema de ecuaciones

¿ Qué sucede ?

con los coeficientes de x

con las gráficas

son positivos y el negativo lo mismo q grado de decr. la hace q más de todo la línea más se va acercando más al grado de y conforme x va acercando más a vertical

↓ la recta Si tomamos a la ecuación b) y cada una de las anteriores se va haciendo cuántas soluciones (puntos de intersección) se tiene más vertical.

- c) 1
- d) 1
- e) 1
- f) 1
- g) ninguna

Conclusión

al trazar la x un valor de 1x no tiene ninguna intersección

Transcripción de las secciones *¿ Qué sucede ?* y *Conclusión* de la práctica 7 contestada por Alumna II.

¿ Qué sucede ?

con los coeficientes de x

" con el inciso c y d, el negativo

hace q' cambie de lado la línea,

y conforme se va acercando mas a

1, la recta

se va haciendo

más vertical.

con las gráficas

"lo mismo q' acabo de decir, la

recta se va acercando más al grado de

vertical".

Si tomamos a la ecuación b) y cada una de las anteriores ecuaciones para formar un sistema de ecuaciones, indicar cuántas soluciones (puntos de intersección) se tiene

c) 1

d) 1

e) 1

f) 1

g) ninguna

Conclusión

" al tomar la X un valor de 1X, no

tiene ninguna intersección."

Análisis de la práctica 7 contestada por Alumna II.

Para la alumna, el operador O_1 que establece el análisis de los elementos de las ecuaciones, el cuál está constituido por el reconocimiento de las propiedades individuales del objeto y el de las relaciones para establecer propiedades comunes, no presenta dificultad.

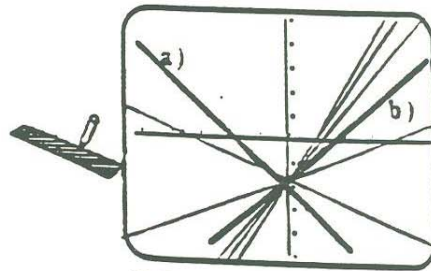
La alumna reconoce que los coeficientes de la variable x aumentan, y que la serie de números de los coeficientes tiene cómo límite 1, identifica que tanto la ecuación g) $Y = 1 + x$ y la ecuación b) tienen la misma pendiente, por lo cual, las rectas que representan sus gráficas son paralelas. La alumna responde correctamente el inciso g).

En su conclusión establece(de acuerdo a una interpretación), que cuando las pendientes son iguales no tienen intersección.



Apoyado en tu calculadora encuentra las gráficas de las ecuaciones propuesta y dibújalas.

- c) $Y = -4 - 0.5x$
- d) $Y = -4 + 0.5x$
- e) $Y = -4 + 0.8x$
- f) $Y = -4 + 0.9x$
- g) $Y = -4 + x$



Gráfica del sistema de ecuaciones

¿ Qué sucede ?

con los coeficientes de x <i>aumentan su pendiente</i>	con las gráficas <i>todas se intersectan en (0, -4)</i>
---	--

Si tomamos a la ecuación b) y cada una de las anteriores ecuaciones para formar un sistema de ecuaciones, indicar cuántas soluciones (puntos de intersección) se tiene

- c) 1
- d) 1
- e) 1
- f) 1
- g) 1

Conclusión

al aumentar la pendiente de las rectas se intersectan en un solo punto (0, -4)

Transcripción de las secciones *¿ Qué sucede ?* y **Conclusión** de la práctica 8 contestada por Alumno I.

¿ Qué sucede ?

con los coeficientes de x

"aumentan su pendiente"

con las gráficas

"todas se intersectan en
(0,-4)"

Si tomamos a la ecuación b) y cada una de las anteriores ecuaciones para formar un sistema de ecuaciones, indicar cuántas soluciones (puntos de intersección) se tiene

c) 1

d) 1

e) 1

f) 1

g) 1

Conclusión

" todas las ecuaciones tienen la misma solución
(0,-4)"

Análisis de la práctica 8 contestada por Alumno I.

Para el alumno, el operador O_1 que establece el análisis de los elementos de las ecuaciones, el cuál está constituido por el reconocimiento de las propiedades individuales del objeto y el de las relaciones para establecer propiedades comunes, presenta dificultad.

El alumno no identifica a los coeficientes asociados a la variable x como una sucesión de valores que aumentan, y que tienen por límite el número 1. Tanto la ecuación g) $Y = 1 + x$ y la ecuación b) representan la misma recta. El alumno responde incorrectamente el inciso g). Centra su atención en un sólo punto.



Apoyado en tu calculadora encuentra las gráficas de las ecuaciones propuestas y dibújalas.

b) $-x + y = -4 \Rightarrow y = x - 4$

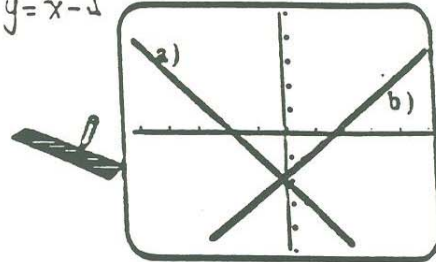
c) $Y = -4 - 0.5x$

d) $Y = -4 + 0.5x$

e) $Y = -4 + 0.8x$

f) $Y = -4 + 0.9x$

g) $Y = -4 + x$



Gráfica del sistema de ecuaciones

¿ Qué sucede ?

con los coeficientes de x

sumentan

con las gráficas

aumenta la pendiente

Si tomamos a la ecuación b) y cada una de las anteriores ecuaciones para formar un sistema de ecuaciones, indicar cuántas soluciones (puntos de intersección) se tiene

c) 1

d) 1

e) 1

f) 1

g) infinitud

Conclusión

minima pend. paralelas no se intersecan

Transcripción de las secciones *¿ Qué sucede ?* y *Conclusión* de la práctica 8 contestada por Alumna I.

¿ Qué sucede ?

con los coeficientes de x

con las gráficas

"aumentan "

"aumenta la pendiente"

Si tomamos a la ecuación b) y cada una de las anteriores ecuaciones para formar un sistema de ecuaciones, indicar cuántas soluciones (puntos de intersección) se tiene

c) 1

d) 1

e) 1

f) 1

g) infinitad

Conclusión

" misma pend. paralelas no se intersectan."

Traducción : misma pendiente las líneas paralelas no se intersectan.

Análisis de la práctica 8 contestada por Alumna I.

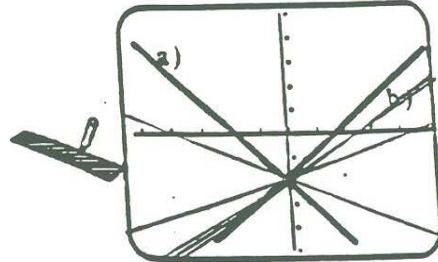
Para la alumna, el operador O_1 que establece el análisis de los elementos de las ecuaciones, el cuál está constituido por el reconocimiento de las propiedades individuales del objeto y el de las relaciones para establecer propiedades comunes, no presenta dificultad.

La alumna reconoce que los coeficientes asociados a la variable x aumentan, y que las pendientes de las rectas también aumentan, además observa que las ecuaciones tienen la misma pendiente. La alumna responde correctamente el inciso g).



Apoyado en tu calculadora encuentra las gráficas de las ecuaciones propuestas y dibújalas.

- c) $Y = -4 - 0.5x$
- d) $Y = -4 + 0.5x$
- e) $Y = -4 + 0.8x$
- f) $Y = -4 + 0.9x$
- g) $Y = -4 + x$



Gráfica del sistema de ecuaciones

¿ Qué sucede ?

con los coeficientes de x	con las gráficas
Van aumentando hasta llegar a 1	Todas se encuentran en un punto
a) 1	en (0, -4)

Si tomamos a la ecuación b) y cada una de las anteriores ecuaciones para formar un sistema de ecuaciones, indicar cuántas soluciones (puntos de intersección) se tiene

- c) 1
- d) 1
- e) 1
- f) 1
- g) Int.

Conclusión

Toda la ecuación tiene un punto de intersección en (0, -4)

Transcripción de las secciones *¿ Qué sucede ?* y **Conclusión** de la práctica 8 contestada por Alumno II.

¿ Qué sucede ?

con los coeficientes de x

con las gráficas

"Van aumentando hasta llegar al 1"

"todas se cortan en el mismo sitio."

Si tomamos a la ecuación b) y cada una de las anteriores ecuaciones para formar un sistema de ecuaciones, indicar cuántas soluciones (puntos de intersección) se tiene

c) 1

d) 1

e) 1

f) 1

g) Inf. Traducción: **Infinitas**

Conclusión

" todas las gráficas tienen un punto de intersección y se cortan en el mismo punto "

Análisis de la práctica 8 contestada por Alumno II.

Para el alumno, el operador O_1 que establece el análisis de los elementos de las ecuaciones, el cuál está constituido por el reconocimiento de las propiedades individuales del objeto y el de las relaciones para establecer propiedades comunes, no presenta dificultad.

El alumno reconoce que los coeficientes asociados a la variable x en las ecuaciones aumentan, y que tienen por límite el número 1, por consiguiente, tanto la ecuación g) $Y = 1 + x$ como la ecuación b) tienen la misma pendiente, por lo cual, las rectas que representan sus gráficas son paralelas. El alumno responde correctamente el inciso g).

Transcripción de las secciones *¿ Qué sucede ?* y *Conclusión* de la práctica 8 contestada por Alumna II.

¿ Qué sucede ?

con los coeficientes de x

"al aumentar el # q' multiplica la x, se acerca más al eje y "

Traducción : al aumentar el número que multiplica a la variable x, se acerca más al eje de y.

con las gráficas

"conforme va aumentando el valor x (por) el q se multiplica la x, la recta se va acercando mas al eje de las "y" "

Si tomamos a la ecuación b) y cada una de las anteriores ecuaciones para formar un sistema de ecuaciones, indicar cuántas soluciones (puntos de intersección) se tiene

c) 1

d) 1

e) 1

f) 1

g) ninguna

Conclusión

" Si a x le damos un valor de 5 x (por) ejemplo en la gráfica aparece como una linea totalmente horizontal "

Análisis de la práctica 8 contestada por Alumna II.

La respuesta que proporciona la alumna en el inciso g) es incorrecta, ya que cambió los parámetros de los rangos de las gráficas en la calculadora, por lo cual, las gráficas que obtiene se intersectan en otro punto del diagrama puesto en la práctica.

El operador de ambiente gráfico 1 (OG_1) se desarrolló incorrectamente.

4.4 Comentarios de los estudiantes

Los comentarios que se consignan son observaciones que los estudiantes participantes realizaron por escrito al término de sus prácticas; sólo dos estudiantes escribieron dichos comentarios, los cuales se exponen a continuación:

Alumno I: " la práctica debería de considerar las escalas para distintos modelos de calculadoras".

Alumna I: " me parece buena la práctica, general y básica para el uso de la calculadora".

4.5 Recomendaciones derivadas del diseño y la aplicación de la práctica "remedial".

En base a lo logrado en esta práctica se formulan las siguientes recomendaciones de orden técnico:

1. El mobiliario es importante. Los pupitres individuales son inadecuados y peligrosos para trabajar con las calculadoras. Sería más adecuado contar con mesas de trabajo, donde el estudiante disponga de más espacio, para tener acceso sin dificultad a su material o recursos.

2. Se recomienda elaborar un cuaderno que contenga las actividades o prácticas que se usan de apoyo para el uso óptimo de la calculadora en el salón de clase. Con el propósito de utilizar adecuadamente la calculadora durante el tiempo asignado a la clase es necesario minimizar las posibles pérdidas de tiempo. Para ello, se recomienda elaborar un cuaderno de prácticas o actividades que contenga toda la información al respecto, los cálculos que deban realizarse, espacios destinados para consignar resultados que deberán fijarse o ser motivo de análisis o procesamiento, espacio para consignar las conclusiones o hipótesis de importancia. El objetivo de dicho cuaderno es, además, el de optimizar el tiempo evitando que el estudiante lo pierda en copiar instrucciones, ejemplos y demás información relevante a su cuaderno, y por otro, evitar

que ello lo distraiga y aparte del desarrollo de su actividad mental.

3. El formato del cuaderno debe ser simple. Las instrucciones deben de ser breves y precisas. Cada hoja del cuaderno representa un eslabón de la actividad mental que permite al estudiante arribar a una conclusión determinada. El proceso del aprendizaje se modela como concatenación de tales etapas. No es recomendable utilizar más de una página para tratar un contenido elemental.

4. El formato debe permitir el uso del lenguaje escrito, como una fase necesaria del aprendizaje. Es importante fomentar en el estudiante la capacidad de expresar claramente sus ideas, para contribuir a su desarrollo intelectual.

5. Las actividades propuestas en el cuaderno no deben ser rígidas al grado de coartar la comunicación entre los estudiantes. Por el contrario, deben tender a fomentar dicha comunicación. Esta experiencia parece indicar que es de una gran importancia la interacción estudiantes-calculadoras.

4.6 Resumen

En este capítulo se consignaron los resultados obtenidos del diagnóstico, de la práctica "remedial" propuesta, así como algunas recomendaciones surgidas de este trabajo de investigación.

Capítulo 5

5.1 Introducción

En este capítulo se consignan las conclusiones del presente trabajo de investigación en los siguientes aspectos: aportaciones del trabajo, problemas resueltos a nivel teórico y práctico y problemas abiertos a nivel teórico y práctico.

5.2 Aportaciones del trabajo

- Evidenciar una problemática en el proceso de aprendizaje en la caracterización de las soluciones en los sistemas de ecuaciones lineales 2×2 .
- Enfatizar la importancia de la elaboración de un cuaderno para el uso de la calculadora graficadora como una práctica "remedial" en el aprendizaje de sistemas de ecuaciones.
- Mostrar que la práctica "remedial" tiene como función apoyar al estudiante al momento de preparar su estudio, ya que la práctica cuenta con espacio para escribir las conclusiones obtenidas.
- Detectar nuevos aspectos de la problemática relacionada con la solución de sistemas de ecuaciones lineales 2×2 , como los que se consignan más adelante en la sección de problemas abiertos.
- Incorporar una pequeña regla para apoyo en la graficación.

5.3 Problemas resueltos a nivel teórico y práctico.

- La calculadora graficadora como instrumento para explorar los procesos cognitivos de los estudiantes en la caracterización de soluciones a sistemas de ecuaciones lineales 2×2 .
- La aplicación de las Teorías Cognitivas de Mashbits, Galperin y Talízina a la construcción de un modelo por operadores para describir la actividad de aprendizaje del estudiante en el caso concreto de la caracterización de soluciones a sistemas de ecuaciones lineales 2×2 .
- La calculadora graficadora como un recurso didáctico en la formación de la caracterización de soluciones a sistemas de ecuaciones lineales 2×2 .
- La calculadora graficadora como un instrumento para ayudar en la retroalimentación del aprendizaje de la caracterización de soluciones de los sistemas de ecuaciones lineales 2×2 .

5.4 Problemas abiertos a nivel teórico y práctico.

El empleo de las calculadoras graficadoras en la enseñanza de las matemáticas constituye en la actualidad un campo prácticamente virgen para la investigación educativa; conscientes de ello, ni hemos pretendido abarcar en este trabajo toda la problemática relativa al tema, ni creemos haber detectado todos los aspectos de ella. Sí creemos, sin embargo, haber delimitado algunas cuestiones importantes que de seguro se constituirán en tema de futuras investigaciones y que por lo tanto representan problemas abiertos. He aquí algunos de ellos.

- El problema de diseñar un sistema de prácticas con calculadora graficadora para el tratamiento de todo un curso de matemáticas (p. ej., Programación Lineal), o por lo menos de un tema (El Algoritmo Simplex), no con carácter remedial, sino para el estudio de la nueva materia.
- El efecto de programar la calculadora graficadora como estrategia para lograr una asimilación más profunda del Algoritmo Simplex.

- El efecto de la interacción estudiante-cuadernillo de prácticas-calculadora graficadora en la construcción de conocimientos.
- El problema de la presentación de contenidos y desarrollo del tema Algoritmo Simplex en el contexto de un laboratorio de calculadoras.
- La solución de problemas reales (prácticos, y no solamente de aprendizaje) de Programación Lineal con el auxilio de la calculadora graficadora como experiencia formadora de hábitos profesionales.
- El uso de la calculadora graficadora en un ambiente de intercambio y discusión de ideas. ("argumentar con calculadora en mano").
- La posibilidad de emplear paquetes computacionales como recurso didáctico de los mismos objetivos abordados por la calculadora graficadora.

5.5 Resumen global del trabajo de investigación.

En este trabajo de investigación se realizó una presentación y ubicación del mismo, se procedió a efectuar una revisión bibliográfica sobre el tema investigado, se mostraron los pasos seguidos para su ejecución y se consignaron los resultados, así como las conclusiones abordadas.

Bibliografía

149

conauca. Editorial ITIHAS, pp 155-165. Decima reimpresion, abril 1960.

[11] Talízina, N. *Psicología de la Enseñanza. Biblioteca de Psicología Soviética. Capítulo 2* . Editorial Progreso URSS, pp 57-147. 1988. 365 páginas.

- [1] Beyer, W.H. *Handbook of Tables for Probability and Statistics*, 2nd Edition, CRC Press Inc. p. 426, 1986.
- [2] Cedillo, T. *Una alternativa en la enseñanza del álgebra : el uso de calculadoras programables*. Memorias del XII Congreso Nacional de la ANPM, 111-114. 1993.
- [3] Demana, F., Waits, B., Clemens, S. *Precalculus Mathematics, a graphing approach*. Addison-Wesley Publishing Company. New York, 1992.
- [4] Jiménez, J.R. *Sobre el uso de la calculadora como recurso didáctico* Módulo No. 4 del curso Introducción al uso de los recursos computacionales pp.:1-20,1991.
- [5] Leinhardt, G., Zaslavsky, O. and Kay Stein, M. *Functions, Graphs, and Graphing: Tasks, Learning, and Teaching*. Review of Educational Research. Spring 1990, Vol. 60, No. 1, pp. 1-64.
- [6] Mashbits, Y.I. *Problemas psicológico-pedagógicos de la conducción de la actividad de aprendizaje* .(En ruso)..Editorial "Vyscha shkola"; Kiev, Ucrania. 1987. 224 páginas. Traducido al español por M.C José Ramón Jiménez, para el curso Fundamentos Teóricos de la Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas Módulo 1 de la Maestría en Matemáticas Educativas. UNISON.
- [7] Miller, I., Freund, J. *Probabilidad y Estadística para Ingenieros*. Tercera edición, Editorial Prentice Hall, 1986.
- [8] Ostle, B. *Estadística Aplicada*. Octava reimpression, Editorial LIMUSA, 1983.
- [9] Ruthven, K. *The influence of graphic calculator use on translation from graphic to symbolic forms*. Educational studies in Mathematics 21:431-450, 1990.
- [10] Siegel, S. *Estadística no paramétrica- aplicada a las ciencias de la conducta*. Editorial Trillas, pp 155-165. Décima reimpression, abril 1986.
- [11] Talízina, N. *Psicología de la Enseñanza. Biblioteca de Psicología Soviética. Capítulo 2* . Editorial Progreso URSS, pp 57-147. 1988. 365 páginas.

Anexos

Anexo A1

Diagnóstico Cuestionario I

Cuestionario I

El objetivo de esta evaluación es conocer el grado de conocimientos de aspectos claves del Algebra Lineal, que se requerirán en el curso de Programación Lineal. **NO ESCRIBIR SU NOMBRE. Muchas gracias por su cooperación.**

1) Indicar cual de las siguientes ecuaciones es una ecuación lineal. Tachando el cuadro de su elección.

	SI	NO	NO SE
a) $3x + 4y - 3z + xz = 10$	-	-	-
b) $x + \text{sen}(x) - 3 = 0$	-	-	-
c) $x + 4y = 1$	-	-	-
d) $x^2 + y^2 - 5 = 0$	-	-	-
e) $-2x + 3y - z = 0$	-	-	-

2) ¿ Cómo resolvería el siguiente sistema de ecuaciones ?. Indica únicamente los pasos que seguiría NO lo resuelva. (Si necesita más espacio favor de escribir en la hoja anexa)

$$\begin{aligned} x + y + 2z &= 9 \\ 2x + 4y - 3z &= 1 \\ 3x + 6y - 5z &= 0 \end{aligned}$$

3) ¿ Para qué valor, o para qué valores, de la constante k el siguiente sistema de ecuaciones.

a) No tiene solución?, b) Tiene exactamente una solución?, c) Tiene una infinidad de soluciones ?.

$$\begin{aligned} x - y &= 3 \\ 2x - 2y &= k \end{aligned}$$

Indicar tu respuesta :

(Favor de realizar las operaciones en la hoja anexa)

Si k toma el valor o los valores siguientes _____ el sistema NO tiene solución.

Si k toma el valor o los valores siguientes _____ el sistema tiene exactamente una solución.

Si k toma el valor o los valores siguientes _____ el sistema tiene una infinidad de soluciones.

4) a) ¿ Cómo encontraría la matriz inversa de una matriz dada ?

b) Suponga que A^{-1} denota la matriz inversa de la matriz A, que se obtiene al multiplicarlas entre sí ?

c) Calcular la matriz inversa de $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ Respuesta $A^{-1} =$

5) Indicar si de los siguientes conjuntos de vectores son linealmente independientes .

	SI	NO	NO SE
a) (1,0) , (0,1)	-	-	-
b) (1,0,0) , (0,1,0) , (2, 3, 0)	-	-	-
c) (2,2), (1,1)	-	-	-
d) (1,0) , (0,1), (5,-1)	-	-	-
e) (2,0,0) , (0,1,0), (0,0,3)	-	-	-

f) De los anteriores vectores. ¿Cuál o cuáles elegiría para formar un base ? Respuesta :

Análisis del cuestionario I

El puntaje obtenido por bloques es el siguiente :

	Número de reactivos correctos	Total de reactivos por bloque	Porcentaje de reactivos correctos
Bloque I.	120	180	66.67
Bloque II.	34	36	94.44
Bloque III.	7	108	6.48
Bloque IV.	23	108	21.30
Bloque V.	25	216	11.57
Totales	209	648	32.25

Clasificación por porcentajes de reactivos correctos en orden descendente.

II) Métodos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales (3 x 3).

se obtuvo 94.44

I) Identificación de ecuaciones lineales.

se obtuvo 66.67

IV) La matriz inversa.

se obtuvo 21.30

V) Conjuntos linealmente independientes. Base.

se obtuvo 11.57

III) Caracterización de las soluciones de un sistema de ecuaciones lineales (2 x 2).

se obtuvo 6.48

Análisis del bloque I.

La pregunta del cuestionario es la siguiente :

1) Indicar cual de las siguientes ecuaciones es una ecuación lineal. Tachando el cuadro de su elección.

	SI	NO	NO SE
a) $3x + 4y - 3z + xz = 10$	-	-	-
b) $x + \text{sen}(x) - 3 = 0$	-	-	-
c) $x + 4y = 1$	-	-	-
d) $x^2 + y^2 - 5 = 0$	-	-	-
e) $-2x + 3y - z = 0$	-	-	-

Respuestas correctas

a) 9 (25.00%) b) 20 (55.56%) c) 33 (91.67%) d) 27 (75.00%) e) 31 (86.11%)

Respuestas erróneas

a) 22 (61.11%) b) 11 (30.56%) c) 0 (0.00%) d) 2 (5.56%) e) 3 (8.33%)

Respuestas "no sé"

a) 5 (13.89%) b) 5 (13.89%) c) 3 (8.33%) d) 7 (19.44%) e) 2 (5.56%)

Clasificación por número de personas que contestaron correctamente cada reactivo del bloque I. Con respuestas erróneas y no sé

	R. correctas	R. erróneas	No sé
c) $x + 4y = 1$	33	0	3
e) $-2x + 3y - z = 0$	31	3	2
d) $x^2 + y^2 - 5 = 0$	27	2	7
b) $x + \text{sen}(x) - 3 = 0$	20	11	5
a) $3x + 4y - 3z + xz = 10$	9	22	5

Donde :

El 66,67% de los 180 reactivos corresponde a respuestas correctas.

El 21,11% de los 180 reactivos corresponde a respuestas erróneas.

El 12,22% de los 180 reactivos corresponde a no sé.

En las respuestas "no sé" se incluyen los reactivos dejados en blanco.

Análisis del bloque II.

La pregunta del cuestionario es :

2) ¿ Cómo resolvería el siguiente sistema de ecuaciones ?.Indica únicamente los pasos que seguiría NO lo resuelva. (Si necesita más espacio favor de escribir en la hoja anexa)

$$\begin{array}{rclcl} x & + & y & + & 2z & = & 9 \\ 2x & + & 4y & - & 3z & = & 1 \\ 3x & + & 6y & - & 5z & = & 0 \end{array}$$

Clasificación por frecuencia de los métodos mencionados, respetando los nombres dados en los cuestionarios, y el número de veces que hubo explicación.

	Frecuencia del Método	Frecuencia de explicación
Suma y resta	13	7
Sustitución	11	8
Determinantes	7	1
Matrices	7	0
Ecuaciones simultáneas	6	2
Igualación	3	1
Montante	2	0
Bisecciones sucesivas	1	0
Gauss	1	0
No recuerdo	1	0
No recuerdo nombre*	1	1
No sé	1	0

Aclaraciones:

* No recuerda el nombre del método, la explicación es del método de sustitución.

Hubo personas que mencionaron más de un método.

Análisis del bloque III.

La pregunta del cuestionario es :

3) ¿Para qué valor, o para qué valores, de la constante k el siguiente sistema de ecuaciones.
 a) No tiene solución?, b) Tiene exactamente una solución?, c) Tiene una infinidad de soluciones ?.

$$\begin{aligned}x - y &= 3 \\ 2x - 2y &= k\end{aligned}$$

Indicar tu respuesta :

(Favor de realizar las operaciones en la hoja anexa)

Si k toma el valor o los valores siguientes _____ el sistema NO tiene solución.
 Si k toma el valor o los valores siguientes _____ el sistema tiene exactamente una solución.
 Si k toma el valor o los valores siguientes _____ el sistema tiene una infinidad de soluciones.

El 58.33% (21) de los alumnos realizó algún tipo de cálculo en al menos un inciso. Un alumno dijo que no entendía.

Número de respuestas correctas y su porcentaje por inciso.

a) El sistema NO tiene solución	4	11.11%
b) El sistema tiene exactamente una solución	1	2.78
c) El sistema tiene una infinidad de soluciones	2	5.56
Total de respuestas	7	6.48%

Número de respuestas erróneas y su porcentaje por inciso.

a) El sistema NO tiene solución	17	47.22%
b) El sistema tiene exactamente una solución	20	55.56
c) El sistema tiene una infinidad de soluciones	8	22.22
Total de respuestas	45	41.67%

Número de respuestas No sé o dejadas en blanco y su porcentaje por inciso.

a) El sistema NO tiene solución	15	41.67%
b) El sistema tiene exactamente una solución	15	41.67
c) El sistema tiene una infinidad de soluciones	26	72.22
Total de respuestas	56	51.85%

Manera de expresar las respuestas correctas por inciso.

a) El sistema NO tiene solución

$-\infty$ a 6 y 6 a ∞
 $(-\infty, 6)$ y $(6, \infty)$
 R excluyendo al 6
 $k \neq 6$

b) El sistema tiene exactamente una solución

Ninguno

c) El sistema tiene una infinidad de soluciones

Si la k es 6
 6

Manera de expresar las respuestas erróneas por inciso.

a) El sistema NO tiene solución

	Frecuencia		Frecuencia
6	4	$(\alpha, -\alpha)$	1
1	1	$-\alpha > k > \alpha$ excluyendo el 3	1
0	4	1, 3, 9, 12	1
Negativos	3	$k = 0$	2

b) El sistema tiene exactamente una solución

	Frecuencia		Frecuencia
6	14	R	1
k=6	1	-3	1
3	1	0	1
si la k	1		

c) El sistema tiene una infinidad de soluciones

	Frecuencia		Frecuencia
$10 \rightarrow \infty$	1	Reales	2
$k > 6$	1	Ninguno	2
$k \neq 6$	1	Positivos	1

Observaciones .

Dos personas graficaron un plano cartesiano.

Análisis del bloque IV.

La pregunta del cuestionario es :

4) a) ¿ Cómo encontraría la matriz inversa de una matriz dada ?

b) Suponga que A^{-1} denota la matriz inversa de la matriz A, que se obtiene al multiplicarlas entre sí ?

c) Calcular la matriz inversa de $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$.Respuesta $A^{-1} =$

Las respuestas dadas a cada inciso son las siguientes :

a) ¿ Cómo encontraría la matriz inversa de una matriz dada ?

Este inciso fué respondido por 29 (80.56%) alumnos y sus respuestas se clasificaron como respuestas correctas, respuestas erróneas, y "no sé".

Las respuestas correctas indicaron lo siguiente :

	Frecuencia	
Adjunta	8	
Cofactores	2	
Gauss	2	
Total	12	(33.33%)

Respuestas erróneas :

	Frecuencia	
M. transpuesta	2	
Multiplicando x la matriz identidad	1	
La matriz diagonal	1	
Sacando el inverso a cada elemento de la matriz*	1	
* " Ejemplo. Inverso de a = 1/a o a^{-1} "		
Total	5	(13.89%)

Respuestas "No sé"

	Frecuencia	
No sé	5	
Cero	1	
Este semestre llevo Métodos numéricos	1	
No me acuerdo	3	
Calculadora	1	
Aplicando la fórmula para resolverla	1	
En blanco	7	
Total	19	(52.78 %)

Esta pregunta deberá ser más específica, para evitar respuestas como, aplicando la fórmula o usando calculadora.

b) Suponga que A^{-1} denota la matriz inversa de la matriz A , que se obtiene al multiplicarlas entre sí ?

Este inciso fué respondido por 22 (61.11%) alumnos y sus respuestas se clasificaron como respuestas correctas, respuestas erróneas, y "no sé".

Las respuestas correctas indicaron lo siguiente :

	Frecuencia	
Matriz identidad	8	
Matriz unitaria	1	
Total	9	(25.00 %)

Respuestas erróneas :

	Frecuencia	
1	6	
La unidad 1	2	
Una con puros unos	1	
Total	9	(25.00 %)

Respuestas "No sé"

	Frecuencia	
No sé	3	
No lo recuerdo	1	
En blanco	14	
Total	18	(50.00%)

c) Calcular la matriz inversa de $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$. Respuesta $A^{-1} =$

Este inciso fué respondido por 17 (47.22%) alumnos y sus respuestas se clasificaron como respuestas correctas, respuestas erróneas, y "no sé".

Las respuestas correctas indicaron lo siguiente :

Frecuencia		Frecuencia	
$\begin{pmatrix} 1.5 & -2 \\ -5 & 1 \end{pmatrix}$	1	$\begin{pmatrix} 3/2 & -2 \\ -1/2 & 1 \end{pmatrix}$	1
		Total	2 (5.56%)

Respuestas erróneas :

Frecuencia		Frecuencia		Frecuencia		Frecuencia	
$\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$	1	$\begin{pmatrix} 2/2 & 1/2 \\ 4/2 & 3/2 \end{pmatrix}$	2	$\begin{pmatrix} 6 & 4 \\ -4 & 6 \end{pmatrix}$	1	$\begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 9 \end{pmatrix}$	1
$\begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$	1	$\begin{pmatrix} 1/2 & 1/4 \\ 1 & 1/3 \end{pmatrix}$	1	$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$	1		
				Total	8	(22.22%)	

Respuestas "No sé"

	Frecuencia	
No sé	2	
No estudié matrices y sus operaciones	1	
No tiene inversa la matriz 2x2	4	
En blanco	19	
Total	26	(72.22%)

Análisis del bloque V.

Las respuestas dadas a cada inciso son las siguientes :

5) Indicar si de los siguientes conjuntos de vectores son linealmente independientes .

	SI	NO	NOSE
a) (1,0) , (0,1)	-	-	-
b) (1,0,0) , (0,1,0) , (2, 3, 0)	-	-	-
c) (2,2), (1,1)	-	-	-
d) (1,0) , (0,1), (5,-1)	-	-	-
e) (2,0,0) , (0,1,0), (0,0,3)	-	-	-
f) De los anteriores vectores. ¿Cuál o cuáles elegiría para formar un base ? Respuesta :			

Se agrega una columna para "En blanco", indicando el número de alumnos que dejaron el blanco sus respuestas .

	CORRECTAS	ERRONEAS	NO SE	EN BLANCO
a) (1,0) , (0,1)	8 (22.2%)	4 (11.1%)	17(47.2)	7 (19.4%)
b) (1,0,0),(0,1,0),(2, 3, 0)	3 (8.3)	4 (11.1)	20 (55.6)	9 (25.0)
c) (2,2), (1,1)	5 (13.9)	5 (13.9)	18 (50.0)	8 (22.2)
d) (1,0) , (0,1), (5,-1)	5 (13.9)	3 (8.3)	19 (52.8)	9(25.0)
e) (2,0,0),(0,1,0),(0,0,3)	2 (5.6)	6 (16.7)	20(55.6)	8(22.2)

f) De los anteriores vectores. ¿Cuál o cuáles elegiría para formar un base ? Respuesta :

CORRECTAS	ERRONEAS	NO SE	EN BLANCO
2(5.6)	3(8.3)	7(19.4)	24(66.7)

Las respuestas erróneas fueron dos veces c y una vez b.

Totales	CORRECTAS	ERRONEAS	NO SE	EN BLANCO
	25(11.6)	25(11.6)	101 (46.8)	65(30.1)

Anexo A2

Inventario de calculadoras

Inventario

Cuestionario aplicado

El objetivo de la siguiente encuesta es el de conocer, la disponibilidad de calculadoras científicas y programables además del dominio de las misma.

Por favor señalar tu opción con una X MUCHAS GRACIAS POR TU COOPERACION

Escribir la marca y modelo _____

- 1) ¿Cuentas con una calculadora científica? SI__ NO__ 2) ¿La calculadora es programable? SI__ NO__
 3) ¿Cómo consideras el dominio que tienes de tu calculadora? Malo__ Regular__ Bueno__ Muy Bueno__
 4) Si tu calculadora es programable. ¿ Sabes programarla ? SI__ NO__

Resultados

Los resultados se presentan en tres grupos, siendo el primero la información general de las calculadoras de los alumnos, el segundo grupo es en relación a las calculadoras científicas no-programables y el tercero es de las calculadoras programables, y por último de estudia la dependencia entre el tipo de calculadora y el dominio (autoimpuesto).

Información general.

Marcas de calculadoras en general:

Casio	18
Sharp	9
Radio Shack	4
Texas Instruments	3
Hewlett-Pachard	2
Total	36

La pregunta 1) ¿Cuentas con una calculadora científica ?

SI 35 NO 1 (Es calculadora financiera)

La pregunta 2) ¿La calculadora es programable ?

SI 17 NO 19

La pregunta 3) ¿Cómo consideras el dominio que tienes de tu calculadora?

Malo 7 Regular 21 Bueno 7 Muy Bueno 1

Información de calculadoras científicas no-programables

Marcas de calculadoras :

Casio	11
Sharp	4
Texas Instruments	3
Radio Shack	1
Hewlett-Packard	0
Total	19

Modelos

Casio		Sharp		Texas Instruments	Radio Shack
fx-115D	<u>5</u>	EL-531GH	<u>3</u>	TI-35 plus	<u>2</u>
fx-115D Super	<u>1</u>	EL-506G	<u>1</u>		10-Digit sc. EC-4019
fx-250H	<u>5</u>				<u>1</u>
fx-300V	<u>1</u>				

La pregunta 3) ¿Cómo consideras el dominio que tienes de tu calculadora?

Malo 2 Regular 14 Bueno 3 Muy Bueno 0

Información de calculadoras científicas programables

Marcas de calculadoras :

Casio	7
Sharp	5
Radio Shack	3
Hewlett-Packard	2
Texas Instruments	0
Total	17

Modelos

Casio		Sharp		Radio Shack		Hewlett-Packard	
fx-250D	<u>2</u>	EL-5020	<u>2</u>	SC	<u>1</u>	HP 20S	<u>1</u>
fx-570A	<u>1</u>	EL-506G DAL	<u>1</u>	Graficadora	<u>1</u>	19 BCII	<u>1</u>
fx-115D	<u>3</u>	EL-531G	<u>2</u>	EC-4021	<u>1</u>		
fx-7700G	<u>1</u>						

La pregunta 3) ¿Cómo consideras el dominio que tienes de tu calculadora?

Malo 5 Regular 7 Bueno 4 Muy Bueno 1

La pregunta 4) Si tu calculadora es programable. ¿ Sabes programarla ?

SI 5 NO 12

Verificación y planteamiento de hipótesis sobre dependencia.

La variable tipo de calculadora toma dos valores, uno es calculadoras programables y el otro calculadoras no-programables, la variable dominio (autoimpuesto) se reunió en dos categorías siendo la primera la clasificación Malo y Regular y la otra Bueno y Muy Bueno.

- (H₀ : El tipo de calculadora y el dominio (autoimpuesto) son independientes
- H₁ : El tipo de calculadora depende del dominio (autoimpuesto))

Hay dependencia entre el tipo de calculadora y el dominio (autoimpuesto) de la misma, con $\alpha = 0.05$, $\chi^2 = 0.97$ de prueba, $\chi^2 = 5.991$ de tabla.

		Calculadora		
		Programable	No-programable	
Dominio	M y R	12 (13.22)	16 (14.77)	28
	B y MB	5 (3.77)	3 (4.22)	8
		17	19	36

Los valores entre paréntesis son los valores esperados.

Se concluye que son independientes estas dos variables al nivel de significación requerido.

Anexo A3

Diagnóstico cuestionario 2

Tablas de contingencia de preguntas 1 y 3.	
Nivel Medio Superior	1
Nivel Superior	8
Posgrado	1 5

Histogramas, Distribuciones de Frecuencia de calificaciones y pregunta 1 y 3.	
Nivel Medio Superior	2 2
Nivel Superior	2 3
Posgrado	2 4

La información estadística del cuestionario 2 y la base de datos fueron procesadas en el paquete estadístico :

StatView 512+™ Version 1.1 ©1986 Abacus Concepts, Inc.

Donde :

Sean

N : Número de observaciones.

r : Número de renglones de la tabla de contingencia - determinada de la columna Y.

c : Número de columnas de la tabla de contingencia - determinada de la columna X.

C : Total de columna.

R : Total de renglón.

DF : Grados de libertad = $(r - 1) (c - 1)$

Total Chi-Square : $\chi^2_{ct} = \sum (O - E)^2 / E$

con $E = CR / N$ O : frecuencia observada E : frecuencia esperada

G Statistic : = $2 [(\sum O \ln(O)) - (\sum R \ln(R)) - (\sum C \ln(C)) + N \ln(N)]$

ln : logaritmo natural

Contingency Coefficient : = $\sqrt{ [\chi^2_{ct} / (\chi^2_{ct} + N)]}$

Phi : = $\sqrt{ [\chi^2_{ct} / N]}$

Chi-Square with Continuity Correction : Sólo cuando $r = c = 2$

$\chi^2_{cc} = (N [\text{Abs}(AD - BD) - (N/2)]^2) / [(A + B)(C + D)(A + C)(B + D)]$

con :

Abs : Valor absoluto.

A : frecuencia observada del renglón 1 y columna 1.

B : frecuencia observada del renglón 1 y columna 2.

C : frecuencia observada del renglón 2 y columna 1.

D : frecuencia observada del renglón 2 y columna 2.

Además

$P (\chi^2 \geq \chi^2_{ct}) = p$ o bien $P (\chi^2 \geq \chi^2_{cc}) = p$

Tablas de contingencia del Nivel Medio Superior

Coded Chi-Square X1: P1b Y1: P1a
Summary Statistics

DF	1	
Total Chi-Square:	.032	p= .8581
G Statisc:	.032	
Contingency Coefficient:	.021	
Phi:	.021	
Chi-Square with continuity correction:	.026	p= .8721

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	5	5	10
M	31	35	66
Totals:	36	40	76

Coded Chi-Square X2: P1c Y1: P1a
Summary Statistics

DF	1	
Total Chi-Square:	.689	p= .4065
G Statisc:	.79	
Contingency Coefficient:	.095	
Phi:	.095	
Chi-Square with continuity correction:	.163	p= .6863

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	9	1	10
M	52	14	66
Totals:	61	15	76

Coded Chi-Square X3: P1d Y1: P1a
Summary Statistics

DF	1	
Total Chi-Square:	1.193	p= .2747
G Statisc:	1.398	
Contingency Coefficient:	.124	
Phi:	.125	
Chi-Square with continuity correction:	.48	p= .4882

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	9	1	10
M	49	17	66
Totals:	58	18	76

Coded Chi-Square X4: P1e Y1: P1a
Summary Statistics

DF:	1	
Total Chi-Square:	.29	p= .59
G Statisc:	.321	
Contingency Coefficient:	.062	
Phi:	.062	
Chi-Square with continuity correction:	.005	p= .9414

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	9	1	10
M	55	11	66
Totals:	64	12	76

Coded Chi-Square $X_5: P3a$ $Y_1: P1a$
 Summary Statistics

DF:	1	
Total Chi-Square:	2.321	p= .1277
G Statistic:	1.794	
Contingency Coefficient:	.172	
Phi:	.175	
Chi-Square with continuity correction:	2.099	p= .3712

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	2	8	10
M	4	62	66
Totals:	6	70	76

Coded Chi-Square $X_6: P3b$ $Y_1: P1a$
 Summary Statistics

DF:	1	
Total Chi-Square:	.154	p= .6962
G Statistic:	-	
Contingency Coefficient:	.045	
Phi:	.045	
Chi-Square with continuity correction:	1.204	p= .2726

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	0	10	10
M	1	65	66
Totals:	1	75	76

Coded Chi-Square $X_7: P3c$ $Y_1: P1a$
 Summary Statistics

DF:	1	
Total Chi-Square:	.154	p= .6962
G Statistic:	-	
Contingency Coefficient:	.045	
Phi:	.045	
Chi-Square with continuity correction:	1.204	p= .2726

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	0	10	10
M	1	65	66
Totals:	1	75	76

Coded Chi-Square $X_1: P1c$ $Y_1: P1b$
 Summary Statistics

DF:	1	
Total Chi-Square:	407	p= .6235
G Statistic:	41	
Contingency Coefficient:	.073	
Phi:	.073	
Chi-Square with continuity correction:	122	p= .7268

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	30	6	36
M	31	9	40
Totals:	61	15	76

Coded Chi-Square X₂: P1a Y₁: P1b

Summary Statistics

DF:	1	
Total Chi-Square:	.68	p=.4095
G Statistic:	.686	
Contingency Coefficient:	.094	
Phi:	.095	
Chi-Square with continuity correction:	.308	p=.5792

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	29	7	36
M	29	11	40
Totals:	58	18	76

Coded Chi-Square X₃: P1a Y₁: P1b

Summary Statistics

DF:	1	
Total Chi-Square:	2.86	p=.0908
G Statistic:	2.991	
Contingency Coefficient:	.19	
Phi:	.194	
Chi-Square with continuity correction:	1.894	p=.1688

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	33	3	36
M	31	9	40
Totals:	64	12	76

Coded Chi-Square X₄: P3a Y₁: P1b

Summary Statistics

DF:	1	
Total Chi-Square:	.973	p=.3239
G Statistic:	.984	
Contingency Coefficient:	.112	
Phi:	.113	
Chi-Square with continuity correction:	.314	p=.5751

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	4	32	36
M	2	38	40
Totals:	6	70	76

Coded Chi-Square X₅: P3b Y₁: P1b

Summary Statistics

DF:	1	
Total Chi-Square:	.912	p=.3396
G Statistic:	-	
Contingency Coefficient:	.109	
Phi:	.11	
Chi-Square with continuity correction:	.003	p=.9577

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	0	36	36
M	1	39	40
Totals:	1	75	76

Coded Chi-Square X₀: P1c Y₁: P1b

Summary Statistics

DF:	1	
Total Chi-Square:	.912	p=.3396
G Statistic:	-	
Contingency Coefficient:	.109	
Phi:	.11	
Chi-Square with continuity correction:	.003	p=.9577

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	0	36	36
M	1	30	40
Totals:	1	76	76

Coded Chi-Square X₁: P1d Y₁: P1c

Summary Statistics

DF:	1	
Total Chi-Square:	32.792	p=.0001
G Statistic:	28.976	
Contingency Coefficient:	.549	
Phi:	.657	
Chi-Square with continuity correction:	29.025	p=.0001

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	56	6	61
M	3	12	15
Totals:	58	18	76

Coded Chi-Square X₂: P1e Y₁: P1c

Summary Statistics

DF:	1	
Total Chi-Square:	19.812	p=.0001
G Statistic:	16.041	
Contingency Coefficient:	.466	
Phi:	.611	
Chi-Square with continuity correction:	16.45	p=.0001

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	57	4	61
M	7	8	15
Totals:	64	12	76

Coded Chi-Square X₃: P3a Y₁: P1c

Summary Statistics

DF:	1	
Total Chi-Square:	1.602	p=.2056
G Statistic:	-	
Contingency Coefficient:	.144	
Phi:	.145	
Chi-Square with continuity correction:	.535	p=.4646

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	6	55	61
M	0	15	15
Totals:	6	70	76

Coded Chi-Square X4: P3b Y1: P1c

Summary Statistics

DF:	1	
Total Chi-Square:	249	p= .6177
G Statisc:	-	
Contingency Coefficient:	057	
Phi:	057	
Chi-Square with continuity correction:	586	p= .444

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	1	60	61
M	0	15	15
Totals:	1	75	76

Coded Chi-Square X5: P3c Y1: P1c

Summary Statistics

DF:	1	
Total Chi-Square:	249	p= .6177
G Statisc:	-	
Contingency Coefficient:	057	
Phi:	057	
Chi-Square wth continuity correction:	586	p= .444

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	1	60	61
M	0	15	15
Totals:	1	75	76

Coded Chi-Square X1: P1a Y1: P1d

Summary Statistics

DF:	1	
Total Chi-Square:	14.666	p= .0001
G Statisc:	12.455	
Contingency Coefficient:	401	
Phi:	438	
Chi-Square with continuity correction:	11.878	p= .0006

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	54	4	58
M	10	8	18
Totals:	64	12	76

Coded Chi-Square X2: P3a Y1: P1d

Summary Statistics

DF:	1	
Total Chi-Square:	2.022	p= .1551
G Statisc:	-	
Contingency Coefficient:	.161	
Phi:	.163	
Chi-Square with continuity correction:	846	p= .3568

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	6	52	58
M	0	18	18
Totals:	6	70	76

Coded Chi-Square X₃: P3b Y₁ P1d

Summary Statistics

DF	1	
Total Chi-Square:	.314	p=5740
G Statistic:	-	
Contingency Coefficient:	.064	
Phi:	.064	
Chi-Square with continuity correction:	.388	p=5332

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	1	57	58
M	0	18	18
Totals:	1	75	76

Coded Chi-Square X₄: P3c Y₁ P1d

Summary Statistics

DF	1	
Total Chi-Square:	.314	p=5740
G Statistic:	-	
Contingency Coefficient:	.064	
Phi:	.064	
Chi-Square with continuity correction:	.388	p=5332

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	1	57	58
M	0	18	18
Totals:	1	75	76

Coded Chi-Square X₁: P3a Y₁ P1e

Summary Statistics

DF	1	
Total Chi-Square:	1.221	p=2601
G Statistic:	-	
Contingency Coefficient:	.126	
Phi:	.127	
Chi-Square with continuity correction:	.272	p=6017

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	6	58	64
M	0	12	12
Totals:	6	70	76

Coded Chi-Square X₂: P3b Y₁ P1e

Summary Statistics

DF	1	
Total Chi-Square:	.19	p=6620
G Statistic:	-	
Contingency Coefficient:	.05	
Phi:	.05	
Chi-Square with continuity correction:	.892	p=346

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	1	63	64
M	0	12	12
Totals:	1	75	76

Coded Chi-Square X₃ P3c Y₁ P1e

Summary Statistics

Df:	1	
Total Chi-Square:	19	p= .6629
G Statistic:	-	
Contingency Coefficient:	.05	
Phi:	.05	
Chi-Square with continuity correction:	892	p= .345

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	1	53	64
M	0	12	12
Totals:	1	75	76

Coded Chi-Square X₁ P3b Y₁ P3a

Summary Statistics

Df:	1	
Total Chi-Square:	11.822	p= .0006
G Statistic:	-	
Contingency Coefficient:	.367	
Phi:	.394	
Chi-Square with continuity correction:	2.471	p= .116

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	1	5	6
M	0	70	70
Totals:	1	75	76

Coded Chi-Square X₂ P3c Y₁ P3a

Summary Statistics

Df:	1	
Total Chi-Square:	11.822	p= .0006
G Statistic:	-	
Contingency Coefficient:	.367	
Phi:	.394	
Chi-Square with continuity correction:	2.471	p= .116

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	1	5	6
M	0	70	70
Totals:	1	75	76

Coded Chi-Square X₁ P3c Y₁ P3b

Summary Statistics

Df:	1	
Total Chi-Square:	7.6	p= .0001
G Statistic:	-	
Contingency Coefficient:	.707	
Phi:	1	
Chi-Square with continuity correction:	18.497	p= .0001

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	1	0	1
M	0	75	75
Totals:	1	75	76

Tablas de contingencia del Nivel Superior

Coded Chi-Square X₁: P1b Y₁: P1a

Summary Statistics

DF	1	
Total Chi-Square	382	p= .5364
G Statistic	382	
Contingency Coefficient	051	
Phi	051	
Chi-Square with continuity correction	188	p= .6648

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	21	19	40
M	51	58	109
Totals:	72	77	149

Coded Chi-Square X₂: P1c Y₁: P1a

Summary Statistics

DF	1	
Total Chi-Square	28	p= .6060
G Statistic	268	
Contingency Coefficient	043	
Phi	043	
Chi-Square with continuity correction	036	p= .8490

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	36	4	40
M	101	8	109
Totals:	137	12	149

Coded Chi-Square X₃: P1d Y₁: P1a

Summary Statistics

DF	1	
Total Chi-Square	.05	p= .8237
G Statistic	.05	
Contingency Coefficient	018	
Phi	018	
Chi-Square with continuity correction	.001	p= .9771

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	34	6	40
M	91	18	109
Totals:	125	24	149

Coded Chi-Square X₄: P1e Y₁: P1a

Summary Statistics

DF	1	
Total Chi-Square	23.82	p= .0001
G Statistic	21.28	
Contingency Coefficient	.371	
Phi	.4	
Chi-Square with continuity correction	21.502	p= .0001

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	23	17	40
M	100	9	109
Totals:	123	26	149

Coded Chi-Square X^2 P3a Y1 P1a

Summary Statistics

DF	1	
Total Chi-Square	3.229	p=0.0724
G Statistic	2.98	
Contingency Coefficient	146	
Phi	147	
Chi-Square with continuity correction	2.29	p=1.302

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	8	32	40
M	10	99	109
Totals:	18	131	149

Coded Chi-Square X^2 P3b Y1 P1a

Summary Statistics

DF	1	
Total Chi-Square	1.707	p=1914
G Statistic	1.517	
Contingency Coefficient	106	
Phi	107	
Chi-Square with continuity correction	699	p=403

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	3	37	40
M	3	106	109
Totals:	6	143	149

Coded Chi-Square X^2 P3c Y1 P1a

Summary Statistics

DF	1	
Total Chi-Square	256	p=.613
G Statistic	271	
Contingency Coefficient	041	
Phi	041	
Chi-Square with continuity correction	019	p=.8915

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	2	38	40
M	8	101	109
Totals:	10	139	149

Coded Chi-Square X^2 P1c Y1 P1b

Summary Statistics

DF	1	
Total Chi-Square	2.843	p=.0918
G Statistic	2.979	
Contingency Coefficient	137	
Phi	138	
Chi-Square with continuity correction	1.918	p=.1661

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	69	3	72
M	68	9	77
Totals:	137	12	149

Coded Chi-Square X₂ P1d Y₁ P1b

Summary Statistics

Df	1	
Total Chi-Square	4.204	p=0403
G Statistic	4.329	
Contingency Coefficient	166	
Phi	168	
Chi-Square with continuity correction	3.339	p=0677

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	65	7	72
M	60	17	77
Totals:	125	24	149

Coded Chi-Square X₃ P1e Y₁ P1b

Summary Statistics

Df	1	
Total Chi-Square	036	p=8505
G Statistic	035	
Contingency Coefficient	015	
Phi	015	
Chi-Square with continuity correction	001	p=978

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	59	13	72
M	64	13	77
Totals:	123	26	149

Coded Chi-Square X₄ P3a Y₁ P1b

Summary Statistics

Df	1	
Total Chi-Square	7.113	p=0077
G Statistic	7.437	
Contingency Coefficient	213	
Phi	218	
Chi-Square with continuity correction	5.835	p=0157

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	14	58	72
M	4	73	77
Totals:	18	131	149

Coded Chi-Square X₅ P3b Y₁ P1b

Summary Statistics

Df	1	
Total Chi-Square	842	p=3587
G Statistic	855	
Contingency Coefficient	075	
Phi	075	
Chi-Square with continuity correction	251	p=6164

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	4	68	72
M	2	75	77
Totals:	6	143	149

Coded Chi-Square X₆: P3c Y₁: P1b

Summary Statistics

DF:	1	
Total Chi-Square:	585	p= .4442
G Statisc:	588	
Contingency Coefficient:	.063	
Phi:	.063	
Chi-Square with continuity correction:	191	p= .6617

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	6	66	72
M	4	73	77
Totals:	10	139	149

Coded Chi-Square X₁: P1d Y₁: P1c

Summary Statistics

DF:	1	
Total Chi-Square:	17.221	p= .0001
G Statisc:	12.503	
Contingency Coefficient:	.322	
Phi:	.34	
Chi-Square with continuity correction:	13.99	p= .0002

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	120	17	137
M	5	7	12
Totals:	125	24	149

Coded Chi-Square X₂: P1e Y₁: P1c

Summary Statistics

DF:	1	
Total Chi-Square:	15.144	p= .0001
G Statisc:	11.352	
Contingency Coefficient:	.304	
Phi:	.319	
Chi-Square with continuity correction:	12.214	p= .0005

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	118	19	137
M	5	7	12
Totals:	123	26	149

Coded Chi-Square X₃: P3a Y₁: P1c

Summary Statistics

DF:	1	
Total Chi-Square:	1.793	p= .1805
G Statisc:	.	
Contingency Coefficient:	.109	
Phi:	.11	
Chi-Square with continuity correction:	.77	p= .3803

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	18	119	137
M	0	12	12
Totals:	18	131	149

Coded Chi-Square X4: P3b Y1 P1c

Summary Statistics

Df	1	
Total Chi-Square:	548	p=.4693
G Statistic:	-	
Contingency Coefficient:	061	
Phi:	061	
Chi-Square with continuity correction:	001	p=.9795

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	6	131	137
M	0	12	12
Totals:	6	143	149

Coded Chi-Square X5: P3c Y1: P1c

Summary Statistics

Df	1	
Total Chi-Square:	.939	p=.3326
G Statistic:	-	
Contingency Coefficient:	079	
Phi:	079	
Chi-Square with continuity correction:	135	p=.7133

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	10	127	137
M	0	12	12
Totals:	10	139	149

Coded Chi-Square X1: P1e Y1 P1d

Summary Statistics

Df	1	
Total Chi-Square:	2.727	p=.0987
G Statistic:	2.442	
Contingency Coefficient:	.134	
Phi:	.135	
Chi-Square with continuity correction:	1.843	p=.1746

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	106	19	125
M	17	7	24
Totals:	123	26	149

Coded Chi-Square X2: P3a Y1: P1d

Summary Statistics

Df	1	
Total Chi-Square:	3.931	p=.0474
G Statistic:	-	
Contingency Coefficient:	.16	
Phi:	.162	
Chi-Square with continuity correction:	2.692	p=.1009

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	18	107	125
M	0	24	24
Totals:	18	131	149

Coded Chi-Square X₃ P3b Y₁ P1d

Summary Statistics

DF:	1	
Total Chi-Square:	1.2	p=.2733
G Statistic:	-	
Contingency Coefficient:	.089	
Phi:	.09	
Chi-Square with continuity correction:	.78	p=.597

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	6	119	125
M	0	24	24
Totals:	6	143	149

Coded Chi-Square X₄ P3c Y₁ P1d

Summary Statistics

DF:	1	
Total Chi-Square:	2.058	p=.1514
G Statistic:	-	
Contingency Coefficient:	.117	
Phi:	.118	
Chi-Square with continuity correction:	.970	p=.3226

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	10	115	125
M	0	24	24
Totals:	10	139	149

Coded Chi-Square X₁ P3a Y₁ P1e

Summary Statistics

DF:	1	
Total Chi-Square:	.324	p=.5694
G Statistic:	.306	
Contingency Coefficient:	.047	
Phi:	.047	
Chi-Square with continuity correction:	.057	p=.812

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	14	109	123
M	4	22	26
Totals:	18	131	149

Coded Chi-Square X₂ P3b Y₁ P1e

Summary Statistics

DF:	1	
Total Chi-Square:	.003	p=.9589
G Statistic:	.003	
Contingency Coefficient:	.004	
Phi:	.004	
Chi-Square with continuity correction:	.247	p=.6189

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	5	118	123
M	1	25	26
Totals:	6	143	149

Coded Chi-Square X₃ P3c Y₁ P1e

Summary Statistics

DF	1	
Total Chi-Square	413	p= .5205
G Statistic	409	
Contingency Coefficient	.053	
Phi	.053	
Chi-Square with continuity correction	365	p= .8326

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	9	114	123
M	1	25	26
Totals:	10	139	149

Coded Chi-Square X₁ P3b Y₁ P3a

Summary Statistics

DF	1	
Total Chi-Square	29.884	p= .0001
G Statistic	17.288	
Contingency Coefficient	.609	
Phi	.448	
Chi-Square with continuity correction	23.302	p= .0001

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	5	13	18
M	1	130	131
Totals:	6	143	149

Coded Chi-Square X₂ P3c Y₁ P3a

Summary Statistics

DF	1	
Total Chi-Square	23.175	p= .0001
G Statistic	14.638	
Contingency Coefficient	.367	
Phi	.294	
Chi-Square with continuity correction	18.591	p= .0001

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	6	12	18
M	4	127	131
Totals:	10	139	149

Coded Chi-Square X₁ P3c Y₁ P3b

Summary Statistics

DF	1	
Total Chi-Square	58.623	p= .0001
G Statistic	24.577	
Contingency Coefficient	.531	
Phi	.627	
Chi-Square with continuity correction	46.555	p= .0001

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	5	1	6
M	5	138	143
Totals:	10	139	149

Tablas de contingencia del Posgrado

Coded Chi-Square X₁: P1b Y₁: P1a

Summary Statistics

DF:	1	
Total Chi-Square:	1.091	p = .2963
G Statistic:	.	
Contingency Coefficient:	.209	
Phi:	.213	
Chi-Square with continuity correction:	.068	p = .794

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	2	0	2
M	14	8	22
Totals:	16	8	24

Coded Chi-Square X₂: P1c Y₁: P1a

Summary Statistics

DF:	1	
Total Chi-Square:	.095	p = .7581
G Statistic:	.	
Contingency Coefficient:	.063	
Phi:	.063	
Chi-Square with continuity correction:	2.3/2	p = .1236

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	2	0	2
M	21	1	22
Totals:	23	1	24

Coded Chi-Square X₃: P1d Y₁: P1a

Summary Statistics

DF:	1	
Total Chi-Square:	1.091	p = .2963
G Statistic:	.	
Contingency Coefficient:	.209	
Phi:	.213	
Chi-Square with continuity correction:	.068	p = .794

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	2	0	2
M	14	8	22
Totals:	16	8	24

Coded Chi-Square X₄: P1e Y₁: P1a

Summary Statistics

DF:	1	
Total Chi-Square:	1.745	p = .1864
G Statistic:	1.329	
Contingency Coefficient:	.26	
Phi:	.27	
Chi-Square with continuity correction:	1.09	p = .7412

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	1	1	2
M	19	3	22
Totals:	20	4	24

Coded Chi-Square X₅ P_{3a} Y₁ P_{1a}

Summary Statistics

Df	1	
Total Chi-Square	198	p= .6561
G Statistic	-	
Contingency Coefficient	091	
Phi	091	
Chi-Square with continuity correction	193	p= .3731

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	0	2	2
M	2	20	22
Totals:	2	22	24

Coded Chi-Square X₈ P_{3b} Y₁ P_{1a}

Summary Statistics

Df	1	
Total Chi-Square	095	p= .7581
G Statistic	-	
Contingency Coefficient	063	
Phi	063	
Chi-Square with continuity correction	2.372	p= .1236

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	0	2	2
M	1	21	22
Totals:	1	23	24

Coded Chi-Square X₇ P_{3c} Y₁ P_{1a}

Summary Statistics

Df	1	
Total Chi-Square	11.478	p= .0007
G Statistic	-	
Contingency Coefficient	569	
Phi	692	
Chi-Square with continuity correction	2.372	p= .1236

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	1	1	2
M	0	22	22
Totals:	1	23	24

Coded Chi-Square X₁ P_{1c} Y₁ P_{1b}

Summary Statistics

Df	1	
Total Chi-Square	2.087	p= .1486
G Statistic	-	
Contingency Coefficient	283	
Phi	295	
Chi-Square with continuity correction	1.3	p= .218

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	16	0	16
M	7	1	8
Totals:	23	1	24

Coded Chi-Square X₂ P1a Y₁ P1b

Summary Statistics

Df	1	
Total Chi-Square	1.5	p=.2207
G Statistic	1.468	
Contingency Coefficient	.243	
Phi	.25	
Chi-Square with continuity correction	.586	p=.444

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	12	4	16
M	4	4	8
Totals:	16	8	24

Coded Chi-Square X₃ P1a Y₁ P1b

Summary Statistics

Df	1	
Total Chi-Square	3.75	p=.0528
G Statistic	3.561	
Contingency Coefficient	.368	
Phi	.395	
Chi-Square with continuity correction	1.837	p=.1752

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	15	1	16
M	5	3	8
Totals:	20	4	24

Coded Chi-Square X₄ P1a Y₁ P1b

Summary Statistics

Df	1	
Total Chi-Square	2.73	p=.1015
G Statistic	2.58	
Contingency Coefficient	.106	
Phi	.107	
Chi-Square with continuity correction	.068	p=.794

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	1	15	16
M	1	7	8
Totals:	2	22	24

Coded Chi-Square X₅ P3b Y₁ P1b

Summary Statistics

Df	1	
Total Chi-Square	5.22	p=.0217
G Statistic	-	
Contingency Coefficient	.146	
Phi	.147	
Chi-Square with continuity correction	.13	p=.718

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	1	15	16
M	0	8	8
Totals:	1	23	24

Coded Chi-Square X₀ P1c Y₁ P1b

Summary Statistics

Df	1	
Total Chi-Square	522	p= .4701
G Statistic	-	
Contingency Coefficient	146	
Phi	147	
Chi-Square with continuity correction	13	p= .718

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	1	15	16
M	0	8	8
Totals:	1	23	24

Coded Chi-Square X₁ P1d Y₁ P1c

Summary Statistics

Df	1	
Total Chi-Square	522	p= .4701
G Statistic	-	
Contingency Coefficient	146	
Phi	147	
Chi-Square with continuity correction	13	p= .718

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	15	8	23
M	1	0	1
Totals:	16	8	24

Coded Chi-Square X₂ P1e Y₁ P1c

Summary Statistics

Df	1	
Total Chi-Square	209	p= .6478
G Statistic	-	
Contingency Coefficient	093	
Phi	093	
Chi-Square with continuity correction	835	p= .3609

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	19	4	23
M	1	0	1
Totals:	20	4	24

Coded Chi-Square X₃ P1a Y₁ P1c

Summary Statistics

Df	1	
Total Chi-Square	095	p= .7581
G Statistic	-	
Contingency Coefficient	053	
Phi	053	
Chi-Square with continuity correction	2.372	p= .1236

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	2	21	23
M	0	1	1
Totals:	2	22	24

Coded Chi-Square X₄ P3b Y₁ P1c

Summary Statistics

Df:	1	
Total Chi-Square:	0.46	p= .8313
G Statistic:	-	
Contingency Coefficient:	0.43	
Phi:	0.43	
Chi-Square with continuity correction:	5.46	p= .0101

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	1	22	23
M	0	1	1
Totals	1	23	24

Coded Chi-Square X₁ P1e Y₁ P1d

Summary Statistics

Df:	1	
Total Chi-Square:	3.75	p= .0528
G Statistic:	3.561	
Contingency Coefficient:	.368	
Phi:	.395	
Chi-Square with continuity correction:	1.837	p= .1752

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	15	1	16
M	5	3	8
Totals	20	4	24

Coded Chi-Square X₂ P3a Y₁ P1d

Summary Statistics

Df:	1	
Total Chi-Square:	1.091	p= .2963
G Statistic:	-	
Contingency Coefficient:	.209	
Phi:	.213	
Chi-Square with continuity correction:	0.68	p= .794

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	2	14	16
M	0	8	8
Totals	2	22	24

Coded Chi-Square X₃ P3b Y₁ P1d

Summary Statistics

Df:	1	
Total Chi-Square:	5.22	p= .4701
G Statistic:	-	
Contingency Coefficient:	.146	
Phi:	.147	
Chi-Square with continuity correction:	.13	p= .718

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	1	15	16
M	0	8	8
Totals	1	23	24

Coded Chi-Square X₄: P3c Y₁ P1d

Summary Statistics

DF	1	
Total Chi-Square	522	p= .4701
G Statistic	-	
Contingency Coefficient	.146	
Phi	.147	
Chi-Square with continuity correction	13	p= .718

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	1	15	16
M	0	8	8
Totals:	1	23	24

Coded Chi-Square X₁: P3a Y₁ P1e

Summary Statistics

DF	1	
Total Chi-Square	436	p= .6089
G Statistic	-	
Contingency Coefficient	.134	
Phi	.135	
Chi-Square with continuity correction	109	p= .7412

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	2	18	20
M	0	4	4
Totals:	2	22	24

Coded Chi-Square X₂: P3b Y₁ P1e

Summary Statistics

DF	1	
Total Chi-Square	209	p= .6478
G Statistic	-	
Contingency Coefficient	.093	
Phi	.093	
Chi-Square with continuity correction	835	p= .3609

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	1	19	20
M	0	4	4
Totals:	1	23	24

Coded Chi-Square X₃: P3c Y₁ P1e

Summary Statistics

DF	1	
Total Chi-Square	209	p= .6478
G Statistic	-	
Contingency Coefficient	.093	
Phi	.093	
Chi-Square with continuity correction	835	p= .3609

Observed Frequency Table

	B	M	Totals:
B	1	19	20
M	0	4	4
Totals:	1	23	24

Coded Chi-Square X1 P3b Y1 P3a
Summary Statistics

Df:	1	
Total Chi-Square	.095	p = .7581
G Statistic	.	
Contingency Coefficient	.063	
Phi	.063	
Chi-Square with continuity correction	2.372	p = .1236

Observed Frequency Table

	B	M	Totals
B	0	2	2
M	1	21	22
Totals	1	23	24

Coded Chi-Square X2 P3c Y1 P3a
Summary Statistics

Df:	1	
Total Chi-Square	.095	p = .7581
G Statistic	.	
Contingency Coefficient	.063	
Phi	.063	
Chi-Square with continuity correction	2.372	p = .1236

Observed Frequency Table

	B	M	Totals
B	0	2	2
M	1	21	22
Totals	1	23	24

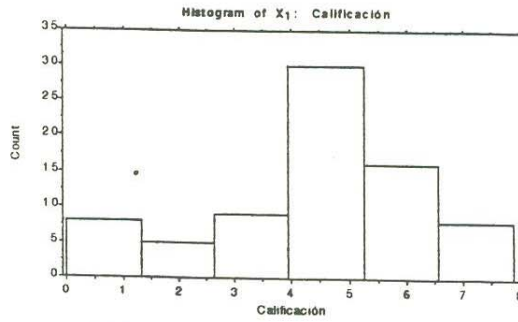
Coded Chi-Square X1 P3c Y1 P3b
Summary Statistics

Df:	1	
Total Chi-Square	.045	p = .8313
G Statistic	.	
Contingency Coefficient	.043	
Phi	.043	
Chi-Square with continuity correction	5.49	p = .0191

Observed Frequency Table

	B	M	Totals
B	0	1	1
M	1	22	23
Totals	1	23	24

Histograma de calificaciones del Nivel Medio Superior del cuestionario 2



Distribución de frecuencias de calificaciones del Nivel Medio Superior para el cuestionario 2

X1: Calificación				
Bar:	From: (≥)	To: (<)	Count:	Percent:
1	0	1.267	9	11.842
2	1.267	2.533	7	9.211
3	2.533	3.8	30	39.474
4	3.8	5.067	21	27.632
5	5.067	6.333	7	9.211
6	6.333	7.6	2	2.632

Distribución de frecuencias de las preguntas.

X1: P1a			
Bar:	Element:	Count:	Percent:
1	B	10	13.158
2	M	66	86.842

X2: P1b			
Bar:	Element:	Count:	Percent:
1	B	36	47.368
2	M	40	52.632

X3: P1c			
Bar:	Element:	Count:	Percent:
1	B	61	80.263
2	M	15	19.737

X4: P1d			
Bar:	Element:	Count:	Percent:
1	B	58	76.316
2	M	18	23.684

X5: P1e			
Bar:	Element:	Count:	Percent:
1	B	64	84.211
2	M	12	15.789

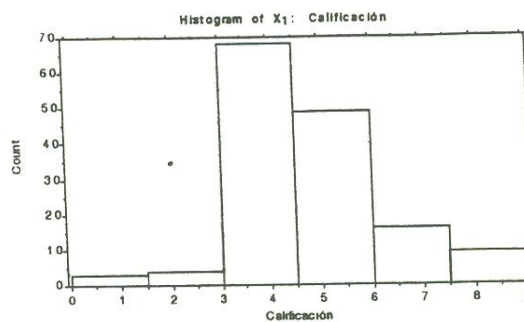
X1: P2			
Bar:	Element:	Count:	Percent:
1	M	20	26.316
2	B	56	73.684

X6: P3a			
Bar:	Element:	Count:	Percent:
1	B	6	7.895
2	M	70	92.105

X7: P3b			
Bar:	Element:	Count:	Percent:
1	B	1	1.316
2	M	75	98.684

X8: P3c			
Bar:	Element:	Count:	Percent:
1	B	1	1.316
2	M	75	98.684

Histograma de calificaciones del Nivel Superior del cuestionario 2



Distribución de frecuencias de calificaciones del Nivel Medio Superior para el cuestionario 2

X1: Calificación

Bar:	From: (C)	To: (<)	Count:	Percent:
1	0	1.475	6	4.027
2	1.475	2.95	17	11.409
3	2.95	4.425	50	33.657
4	4.425	5.9	49	32.886
5	5.9	7.375	18	12.081
6	7.375	8.85	9	6.04

- Mode

Distribución de frecuencias de las preguntas

X1: P1a

Bar:	Element:	Count:	Percent:
1	B	40	26.846
2	M	109	73.154

- Mode

X2: P1b

Bar:	Element:	Count:	Percent:
1	B	72	48.322
2	M	77	51.678

- Mode

X3: P1c

Bar:	Element:	Count:	Percent:
1	B	137	91.946
2	M	12	8.054

- Mode

X4: P1d

Bar:	Element:	Count:	Percent:
1	B	125	83.893
2	M	24	16.107

- Mode

X5: P1e

Bar:	Element:	Count:	Percent:
1	B	123	82.65
2	M	26	17.45

- Mode

X1: P2

Bar:	Element:	Count:	Percent:
1	M	6	4.027
2	B	143	95.973

- Mode

X6: P3a

Bar:	Element:	Count:	Percent:
1	B	18	12.081
2	M	131	87.919

- Mode

X7: P3b

Bar:	Element:	Count:	Percent:
1	B	6	4.027
2	M	143	95.973

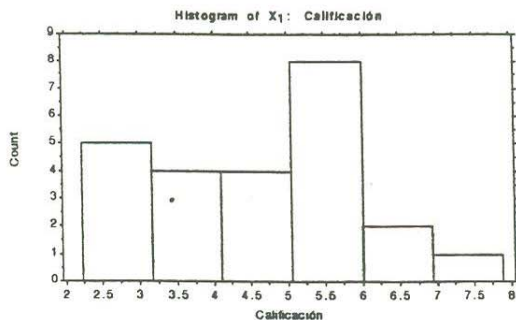
- Mode

X8: P3c

Bar:	Element:	Count:	Percent:
1	B	10	6.711
2	M	139	93.289

- Mode

Histograma de calificaciones del Nivel de Posgrado para el cuestionario 2



Distribución de frecuencias de calificaciones del Nivel de Posgrado para el cuestionario 2

X1: Calificación

Bar:	From: (Q)	To: (<)	Count:	Percent:	
1	1.25	2.308	3	12.5	
2	2.308	3.367	2	8.333	
3	3.367	4.425	6	25	
4	4.425	5.483	10	41.667	- Mode
5	5.483	6.542	2	8.333	
6	6.542	7.6	1	4.167	

Distribución de frecuencias de las preguntas.

X1: P1a

Bar:	Element:	Count:	Percent:	
1	B	2	8.333	
2	M	22	91.667	- Mode

X2: P1b

Bar:	Element:	Count:	Percent:	
1	B	16	66.667	- Mode
2	M	8	33.333	

X3: P1c

Bar:	Element:	Count:	Percent:	
1	B	23	95.833	- Mode
2	M	1	4.167	

X4: P1d

Bar:	Element:	Count:	Percent:	
1	B	16	66.667	- Mode
2	M	8	33.333	

X5: P1e

Bar:	Element:	Count:	Percent:	
1	B	20	83.333	- Mode
2	M	4	16.667	

X1: P2

Bar:	Element:	Count:	Percent:	
1	M	5	20.833	
2	B	19	79.167	- Mode

X6: P3a

Bar:	Element:	Count:	Percent:	
1	B	2	8.333	
2	M	22	91.667	- Mode

X7: P3b

Bar:	Element:	Count:	Percent:	
1	B	1	4.167	
2	M	23	95.833	- Mode

X8: P3c

Bar:	Element:	Count:	Percent:	
1	B	1	4.167	
2	M	23	95.833	- Mode

Anexo A4

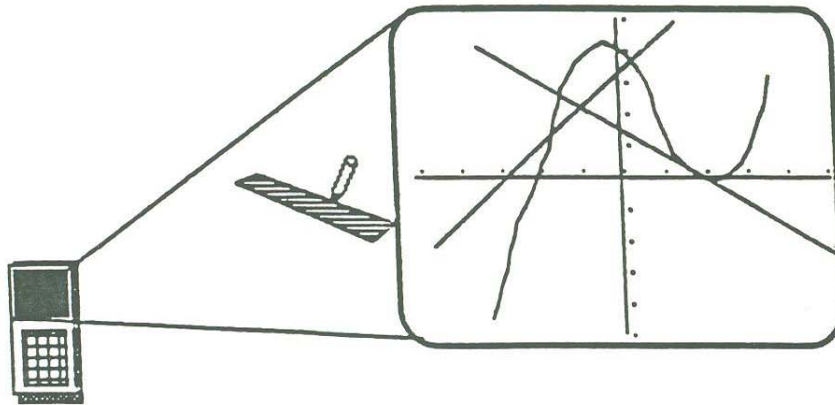
Práctica

Sistemas de ecuaciones

- Uso de la calculadora graficadora-

Sistemas de ecuaciones

$ax + by = c$	$ax + by = c$	$ax + by = c$
$dx + ey = f$	$dx + ey = f$	$dx + ey = f$
$ax + by = c$	$ax + by = c$	$ax + by = c$
$dx + ey = f$	$dx + ey = f$	$dx + ey = f$
$ax + by = c$	$ax + by = c$	$ax + by = c$
$dx + ey = f$	$dx + ey = f$	$dx + ey = f$

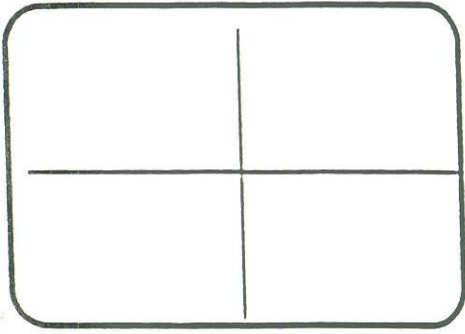


*Uso de la calculadora
graficadora*

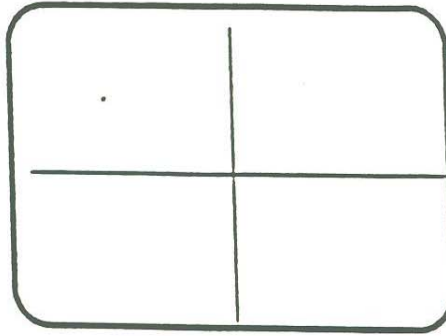
$ax + by = c$
$dx + ey = f$
$ax + by = c$
$dx + ey = f$
$ax + by = c$
$dx + ey = f$
$ax + by = c$
$dx + ey = f$
$ax + by = c$
$dx + ey = f$



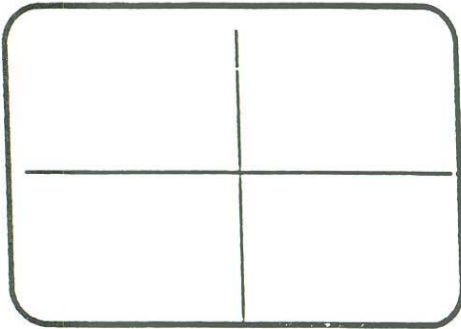
Grafica en tu calculadora la siguiente función : $Y = x$ y dibújala en los siguientes ejes, con las condiciones pedidas.



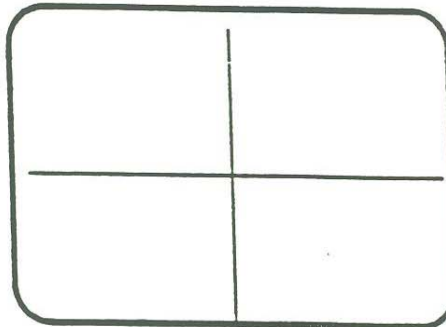
Range
 Xmin : -100
 max : 100
 scl : 5
 Ymin : -100
 max : 100
 scl : 5



Range
 Xmin : -100
 max : 100
 scl : 5
 Ymin : -50
 max : 50
 scl : 5



Range
 Xmin : -10
 max : 10
 scl : 2
 Ymin : -10
 max : 10
 scl : 2



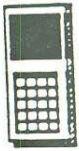
Range
 Xmin : -100
 max : 100
 scl : 5
 Ymin : -10
 max : 10
 scl : 5

Conclusión

Al término de esta práctica colocar el siguiente rango, mismo que se utilizará para desarrollar las prácticas venideras (salvo cuando se indique lo contrario)

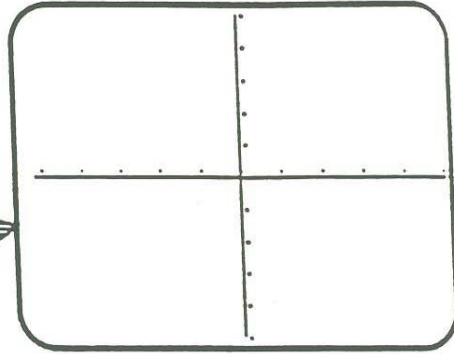


Range
 Xmin : -10
 max : 10
 scl : 2
 Ymin : -10
 max : 10
 scl : 2

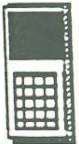


Grafica en tu calculadora las siguientes funciones :

- a) $Y = x$
- b) $Y = 2x$
- c) $Y = 8x$
- d) $Y = 0.5x$
- e) $Y = 0.125x$
- f) $Y = 0.005x$

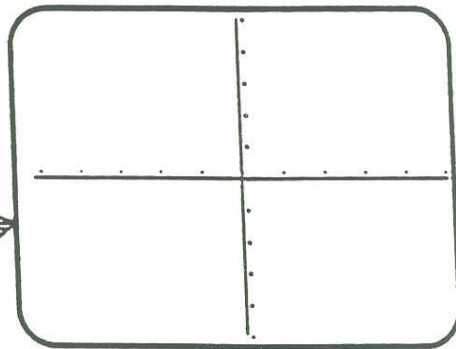


Anota tus observaciones :



Borra y grafica en tu calculadora las siguientes funciones :

- a) $Y = -x$
- b) $Y = -2x$
- c) $Y = -8x$
- d) $Y = -0.5x$
- e) $Y = -0.125x$
- f) $Y = -0.015x$



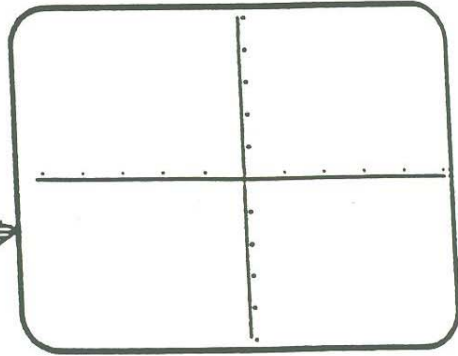
Anota tus observaciones :

Conclusión



Grafica en tu calculadora
las siguientes funciones :

- a) $Y = x$
- b) $Y = x + 2$
- c) $Y = x - 2$

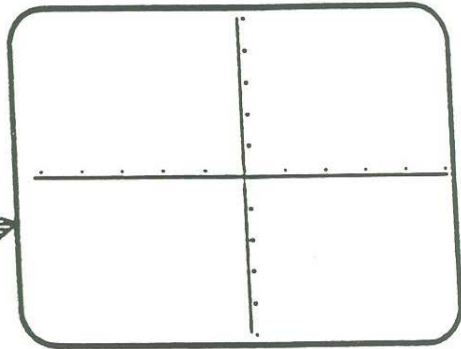


Anota tus observaciones :



Borra y grafica en tu calculadora
las siguientes funciones :

- a) $Y = 2 - 4x$
- b) $Y = 6 - 4x$
- c) $Y = -8 - 4x$

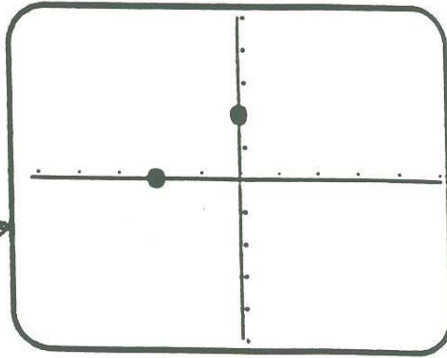


Anota tus observaciones :

Conclusión

Apoyado en tu calculadora o en otro procedimiento encuentra una función lineal que pase por los siguientes puntos :

$x=-4$, $Y=0$ y por $x=0$, $Y=4$
ó $(-4,0)$; $(0,4)$



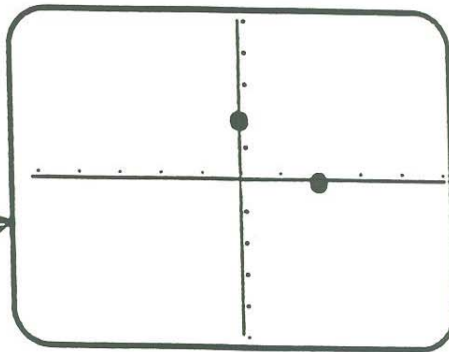
Anota los pasos que seguiste :

Respuesta

Y=

Apoyado en tu calculadora o en otro procedimiento encuentra una función lineal que pase por los siguientes puntos :

$x=4$, $Y=0$ y por $x=0$, $Y=4$
ó $(4,0)$; $(0,4)$



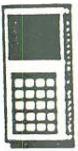
Anota los pasos que seguiste :

Respuesta

Y=

Para reflexionar: ¿Qué harías si te diera un punto únicamente?

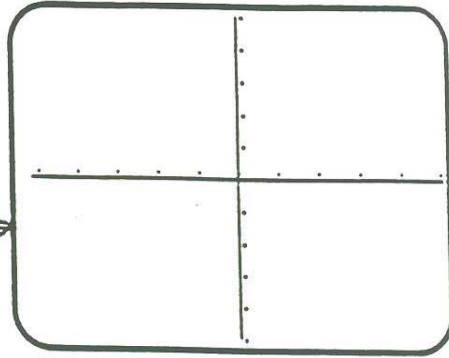
Por ejemplo el punto $(0,4)$: Explica.



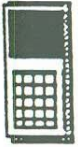
Grafica en tu calculadora las siguientes funciones :

a) $Y = 5 + 2x$

b) $Y = -2 - 0.5x$



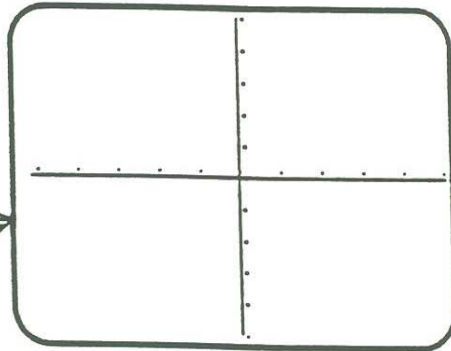
Anota tus observaciones :



Borra y grafica en tu calculadora las siguientes funciones :

a) $Y = -4 + 3x$

b) $Y = -2 + 2x$



Anota tus observaciones :

Conclusión

El sistema de ecuaciones

a) $Y = -4 + 3x$

b) $Y = -2 + 2x$

es el mismo de la práctica anterior, basados en la gráfica obtenida
¿ en que valor de x , Y se satisfacen ambas ecuaciones ?

$x = \underline{\hspace{2cm}}$; $Y = \underline{\hspace{2cm}}$

describe brevemente a continuación como los obtuviste

¿ Cómo obtendrás mediante algún método que conozcas los valores exactos ?. Obténlos a continuación. Y comprueba tus valores.

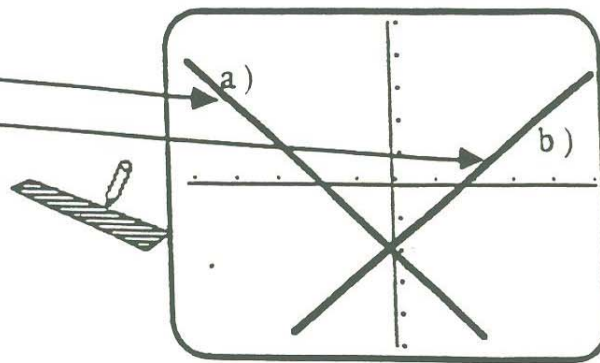
$x = \boxed{\hspace{2cm}}$

$Y = \boxed{\hspace{2cm}}$

El sistema de ecuaciones

a) $x + Y = -4$

b) $-x + Y = -4$



Gráfica del sistema de ecuaciones

Con un procedimiento similar al empleado en la práctica 5, sabemos que el punto $x=0$, $Y=-4$, es una solución al sistema de ecuaciones. ¿ Es cierto esto ?. Pruébalo.

Prueba

El sistema de ecuaciones lineales anterior tiene una única solución $(0,-4)$, como lo probaste.

Ahora bien, si únicamente cuentas con la ecuación b) del sistema y con los puntos $(4,0)$ y $(0,4)$.

¿Cuál sería ahora la otra ecuación ?, ¿ cuál sería la solución a ese sistema?

Respuesta

Resolver el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$a) \quad 0.11x - 0.03y = 0.25$$

$$b) \quad 0.12x + 0.05y = 0.70$$

Apoyandonos con la calculadora.

¿ en que valor de x , Y se satisfacen ambas ecuaciones ?

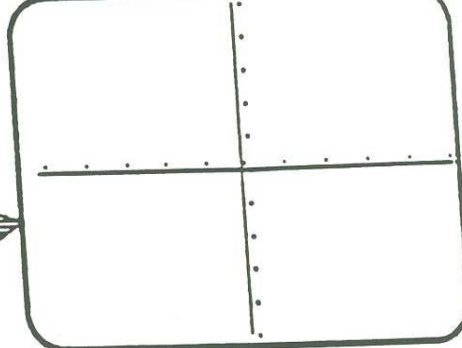
$x =$ _____ ; $Y =$ _____

Describe brevemente a continuación como los obtuviste

¿ Como obtendrias mediante algún método que conozcas los valores exactos ?. Obténlos a continuación. Y comprueba tus valores.

$x =$

$Y =$



Anexo A5

Base de datos

Cuestionario 2

Nivel medio superior.....1

Nivel superior..... 2

Nivel posgrado.....4

Definición de las variables de la base de datos del cuestionario 2:

Nivel medio superior :

P1a: Evaluación a la pregunta 1a del cuestionario aplicado. B (resp. correcta), M (resp. incorrecta).
P1b: Evaluación a la pregunta 1b del cuestionario aplicado. B (resp. correcta), M (resp. incorrecta).
P1c: Evaluación a la pregunta 1c del cuestionario aplicado. B (resp. correcta), M (resp. incorrecta).
P1d: Evaluación a la pregunta 1d del cuestionario aplicado. B (resp. correcta), M (resp. incorrecta).
P1e: Evaluación a la pregunta 1e del cuestionario aplicado. B (resp. correcta), M (resp. incorrecta).
P3a: Evaluación a la pregunta 3 a del cuestionario aplicado. B (resp. correcta), M (resp. incorrecta).
P3b: Evaluación a la pregunta 3 b del cuestionario aplicado. B (resp. correcta), M (resp. incorrecta).
P3c: Evaluación a la pregunta 3 c del cuestionario aplicado. B (resp. correcta), M (resp. incorrecta).
Calificación: Calificación obtenida en el cuestionario contestado.

Nivel superior :

P1a: Evaluación a la pregunta 1a del cuestionario aplicado. B (resp. correcta), M (resp. incorrecta).
P1b: Evaluación a la pregunta 1b del cuestionario aplicado. B (resp. correcta), M (resp. incorrecta).
P1c: Evaluación a la pregunta 1c del cuestionario aplicado. B (resp. correcta), M (resp. incorrecta).
P1d: Evaluación a la pregunta 1d del cuestionario aplicado. B (resp. correcta), M (resp. incorrecta).
P1e: Evaluación a la pregunta 1e del cuestionario aplicado. B (resp. correcta), M (resp. incorrecta).
P3a: Evaluación a la pregunta 3 a del cuestionario aplicado. B (resp. correcta), M (resp. incorrecta).
P3b: Evaluación a la pregunta 3 b del cuestionario aplicado. B (resp. correcta), M (resp. incorrecta).
P3c: Evaluación a la pregunta 3 c del cuestionario aplicado. B (resp. correcta), M (resp. incorrecta).
Calificación: Calificación obtenida en el cuestionario contestado.

Nivel posgrado :

P1a: Evaluación a la pregunta 1a del cuestionario aplicado. B (resp. correcta), M (resp. incorrecta).
P1b: Evaluación a la pregunta 1b del cuestionario aplicado. B (resp. correcta), M (resp. incorrecta).
P1c: Evaluación a la pregunta 1c del cuestionario aplicado. B (resp. correcta), M (resp. incorrecta).
P1d: Evaluación a la pregunta 1d del cuestionario aplicado. B (resp. correcta), M (resp. incorrecta).
P1e: Evaluación a la pregunta 1e del cuestionario aplicado. B (resp. correcta), M (resp. incorrecta).
P3a: Evaluación a la pregunta 3 a del cuestionario aplicado. B (resp. correcta), M (resp. incorrecta).
P3b: Evaluación a la pregunta 3 b del cuestionario aplicado. B (resp. correcta), M (resp. incorrecta).
P3c: Evaluación a la pregunta 3 c del cuestionario aplicado. B (resp. correcta), M (resp. incorrecta).
Calificación: Calificación obtenida en el cuestionario contestado.

	P1a	P1b	P1c	P1d	P1e	P2	P3a	P3b	P3c	Calificación
1	M	B	B	B	B	M	M	M	M	4.44
2	B	B	B	B	B	M	M	M	M	5.55
3	M	B	M	M	B	M	M	M	M	2.22
4	M	B	B	B	B	B	M	M	M	5.55
5	B	M	B	B	B	B	M	M	M	5.55
6	M	B	B	B	B	B	M	M	M	5.55
7	M	M	M	B	B	B	M	M	M	3.33
8	M	M	B	B	B	B	M	M	M	3.33
9	M	M	B	B	B	B	M	M	M	4.44
10	M	B	B	B	B	B	M	M	M	5.55
11	M	M	B	B	B	B	M	M	M	4.44
12	M	M	B	B	B	B	M	M	M	4.44
13	M	M	B	B	B	B	M	M	M	4.44
14	M	B	B	B	B	B	B	M	M	6.67
15	M	M	B	B	B	B	M	M	M	4.44
16	M	M	B	B	B	B	M	M	M	4.44
17	M	B	B	B	B	B	M	M	M	5.55
18	M	M	B	B	B	B	M	M	M	4.44
19	M	M	B	B	B	B	M	M	M	4.44
20	M	M	B	B	B	B	M	M	M	4.44
21	M	M	B	B	B	B	M	M	M	4.44
22	B	M	B	M	B	M	M	M	M	3.33
23	M	M	M	M	M	M	M	M	M	0
24	M	B	M	M	B	M	M	M	M	2.22
25	M	M	M	M	M	M	M	M	M	0
26	M	M	M	M	M	B	M	M	M	1.11
27	M	M	B	B	B	B	B	B	B	7.78
28	M	B	B	B	B	B	B	M	M	6.67
29	M	B	B	M	B	B	M	M	M	4.44
30	M	B	B	B	B	B	M	M	M	5.55
31	M	M	B	B	B	B	M	M	M	4.44
32	M	M	B	B	B	B	M	M	M	4.44
33	M	M	B	B	B	B	M	M	M	4.44
34	M	B	B	B	M	B	M	M	M	4.44
35	M	B	B	B	B	B	B	M	M	6.67
36	M	M	B	B	B	B	M	M	M	4.44
37	M	B	B	B	B	B	M	M	M	5.55
38	M	M	M	M	M	M	M	M	M	0
39	M	B	B	B	B	B	M	M	M	5.55
40	M	B	B	B	B	B	M	M	M	5.55
41	M	B	M	B	M	B	M	M	M	3.33
42	M	M	M	M	M	B	M	M	M	1.11
43	M	M	B	B	B	B	M	M	M	4.44
44	M	B	B	B	B	B	M	M	M	5.55
45	M	M	B	B	B	B	M	M	M	4.44
46	M	M	B	B	B	B	M	M	M	3.33
47	B	M	B	B	B	B	B	M	M	6.67
48	M	M	B	B	B	B	M	M	M	4.44
49	M	B	B	B	B	B	M	M	M	5.55
50	M	M	B	B	B	B	M	M	M	4.44
51	M	B	B	M	B	M	M	M	M	3.33
52	M	B	B	M	B	B	M	M	M	4.44
53	M	M	B	M	M	M	M	M	M	1.11
54	M	B	B	B	B	B	M	M	M	5.55
55	M	M	B	B	B	M	M	M	M	3.33
56	M	B	B	B	B	M	M	M	M	4.44
57	M	M	M	M	M	M	M	M	M	0
58	M	B	B	B	B	M	M	M	M	4.44
59	M	B	M	M	B	M	M	M	M	2.22
60	M	B	B	B	M	M	M	M	M	3.33
61	M	M	M	M	M	M	M	M	M	0
62	B	M	B	B	B	B	M	M	M	5.55
63	M	B	B	B	B	B	M	M	M	4.44
64	M	M	B	B	B	B	M	M	M	4.44
65	M	B	M	M	B	M	M	M	M	2.22
66	B	B	B	B	B	B	B	M	M	7.78
67	B	B	M	B	B	M	M	M	M	4.44
68	M	M	B	B	B	B	M	M	M	4.44
69	M	M	B	M	B	B	M	M	M	3.33
70	B	M	B	B	M	B	M	M	M	4.44
71	M	B	B	B	B	M	M	M	M	4.44
72	M	B	B	B	B	B	M	M	M	5.55
73	M	B	B	B	B	B	M	M	M	5.55
74	M	M	M	M	B	B	M	M	M	2.22
75	B	B	B	B	B	B	M	M	M	6.67
76	B	B	B	B	B	B	M	M	M	6.67

	P1a	P1b	P1c	P1d	P1e	P2	P3a	P3b	P3c	Calificación
1	M	M	B	M	B	B	M	M	M	3.33
2	M	M	B	M	B	B	M	M	M	3.33
3	M	M	B	B	B	B	M	M	M	4.44
4	M	M	B	B	B	B	M	M	M	4.44
5	M	M	B	B	B	B	M	M	M	4.44
6	M	M	B	B	B	B	M	M	M	4.44
7	M	M	B	B	B	B	M	M	M	4.44
8	B	B	B	B	M	B	M	M	M	5.55
9	M	B	B	B	B	B	M	M	M	5.55
10	M	B	B	B	B	B	M	M	M	5.55
11	M	B	B	B	B	B	M	M	M	5.55
12	M	B	B	B	B	B	B	M	B	7.78
13	B	M	B	B	M	B	M	M	M	4.44
14	B	M	M	B	M	B	M	M	M	3.33
15	M	B	B	B	B	B	M	M	M	5.55
16	B	M	B	B	B	B	M	M	M	5.55
17	B	M	B	M	M	B	M	M	M	3.33
18	M	M	M	M	M	B	M	M	M	1.11
19	B	M	M	B	M	B	M	M	M	3.33
20	M	M	B	B	B	B	M	M	M	4.44
21	M	B	B	B	B	B	M	M	M	5.55
22	M	M	B	B	B	B	M	M	B	5.55
23	B	B	B	B	M	B	B	M	M	6.67
24	M	B	B	B	B	B	M	M	B	6.67
25	M	M	B	B	B	B	M	M	M	4.44
26	M	B	B	B	B	M	M	M	M	4.44
27	M	B	B	B	B	B	B	M	M	6.67
28	M	B	B	B	B	B	M	M	M	5.55
29	M	M	B	B	B	B	M	M	M	4.44
30	M	M	B	M	M	B	M	M	M	2.22
31	M	M	B	B	B	B	M	M	M	4.44
32	B	M	B	B	M	B	M	M	M	4.44
33	M	M	B	B	B	B	M	M	B	5.55
34	M	B	B	M	B	B	M	M	M	4.44
35	M	M	B	B	B	B	M	M	M	4.44
36	B	M	B	M	B	B	M	M	M	4.44
37	M	M	B	B	B	B	M	M	M	4.44
38	M	M	B	B	B	B	M	M	M	4.44
39	M	M	B	B	B	B	M	M	M	4.44
40	M	M	B	B	B	B	M	M	M	4.44
41	M	B	B	B	B	B	M	M	M	4.44
42	B	B	B	B	M	B	M	M	M	5.55
43	B	B	B	B	M	B	M	M	M	5.55
44	M	B	B	B	B	B	M	M	M	5.55
45	M	B	B	B	B	B	M	M	M	5.55
46	M	B	B	B	B	B	M	M	M	5.55
47	M	B	B	B	B	B	M	M	M	5.55
48	M	B	B	B	B	B	M	M	M	5.55
49	M	B	B	B	B	B	M	M	M	4.44
50	M	B	B	B	B	B	M	M	M	5.55
51	M	B	B	B	B	B	M	M	M	5.55
52	M	B	B	B	B	B	M	M	M	5.55
53	B	M	B	B	M	B	B	M	M	5.55
54	M	B	B	B	B	B	M	M	M	5.55
55	M	B	B	B	B	B	B	M	M	6.67
56	B	M	B	B	B	B	M	M	M	5.55
57	B	B	B	M	B	B	M	M	M	5.55
58	B	B	B	B	B	B	B	M	M	7.78
59	B	B	B	B	B	B	M	M	M	6.67
60	B	B	B	B	B	B	M	M	M	6.67
61	M	B	B	B	B	B	M	M	M	5.55
62	M	B	B	B	B	B	B	M	M	6.67
63	B	B	B	B	B	B	M	M	M	6.67
64	M	B	B	B	B	M	B	M	M	5.55
65	B	M	B	B	B	B	B	M	M	6.67
66	B	B	B	B	B	B	M	M	M	6.67
67	B	B	B	B	B	B	M	M	M	6.67
68	B	B	B	B	M	B	M	M	M	5.55
69	M	B	B	B	B	B	B	M	M	6.67
70	B	B	B	B	B	B	M	M	M	6.67
71	M	M	B	B	B	B	M	M	M	4.44
72	M	M	B	B	B	B	M	M	M	4.44
73	M	M	B	B	B	B	M	M	M	4.44
74	M	B	B	B	B	B	B	M	M	6.67
75	B	B	B	B	M	B	B	B	B	8.89
76	M	B	B	B	B	B	B	B	B	8.89
77	B	B	B	B	B	B	M	B	M	7.78
78	B	B	B	B	M	B	B	M	M	6.67
79	B	B	B	B	B	B	B	M	M	7.78
80	M	B	B	B	B	B	B	B	B	8.89
81	M	M	M	B	B	M	M	M	M	2.22
82	M	M	B	B	B	B	M	M	M	4.44
83	M	M	B	B	M	B	M	M	M	3.33
84	B	M	B	B	B	B	M	M	M	5.55
85	M	M	B	B	B	B	M	M	M	4.44
86	M	M	B	B	B	B	M	M	M	4.44

	P1a	P1b	P1c	P1d	P1e	P2	P3a	P3b	P3c	Calificación
87	M	B	B	B	B	B	M	M	M	5.55
88	B	B	B	B	B	B	M	M	M	6.67
89	M	B	B	B	B	B	M	M	M	5.55
90	B	B	B	B	M	B	M	M	M	5.55
91	M	B	B	B	M	B	M	M	M	4.44
92	M	M	B	B	B	B	B	B	B	7.78
93	B	M	B	B	B	B	B	B	B	8.89
94	M	B	B	B	B	B	M	M	M	5.55
95	B	M	B	B	M	B	M	M	M	4.44
96	M	M	B	M	B	B	M	M	M	3.33
97	M	M	M	M	M	B	M	M	M	1.11
98	M	M	B	B	B	B	M	M	M	4.44
99	B	M	B	B	B	B	M	M	M	5.55
100	B	M	M	M	B	B	M	M	M	3.33
101	M	M	M	M	B	B	M	M	M	2.22
102	M	B	M	B	M	B	M	M	M	3.33
103	M	B	B	B	B	B	M	M	M	5.55
104	M	M	B	B	B	B	M	M	M	4.44
105	M	M	B	B	B	B	M	M	M	4.44
106	M	M	B	B	B	B	M	M	M	4.44
107	B	M	B	B	B	B	M	M	M	5.55
108	B	M	B	B	B	B	M	M	M	5.55
109	M	B	B	B	B	B	M	M	M	3.33
110	M	B	M	M	B	B	M	M	M	3.33
111	M	B	B	B	B	B	M	M	M	5.55
112	M	M	B	B	B	B	M	M	M	4.44
113	B	M	B	B	B	B	M	M	M	4.44
114	B	M	B	B	B	B	M	M	M	5.55
115	M	M	B	B	B	B	M	M	M	4.44
116	M	M	B	B	B	B	M	M	M	4.44
117	M	M	B	B	B	B	M	M	M	4.44
118	M	B	B	B	B	B	M	M	B	5.55
119	M	B	B	B	B	B	M	M	M	5.55
120	M	B	B	B	M	B	M	M	M	4.44
121	M	B	B	M	B	B	M	M	M	4.44
122	M	M	B	B	B	B	M	M	M	4.44
123	M	B	B	B	B	B	M	M	M	5.55
124	M	M	B	B	B	B	M	M	M	4.44
125	M	M	B	B	B	B	M	M	M	4.44
126	M	M	B	M	B	B	M	M	M	3.33
127	M	M	B	M	B	B	M	M	M	3.33
128	M	M	B	B	B	B	M	M	M	4.44
129	M	B	B	B	B	B	M	M	M	5.55
130	M	B	B	B	B	B	M	M	M	5.55
131	M	B	B	B	B	B	M	M	M	5.55
132	M	M	B	B	B	B	M	M	M	5.55
133	M	B	B	M	B	B	M	M	M	4.44
134	M	M	B	B	B	B	M	M	M	4.44
135	M	B	B	B	B	B	M	M	M	3.33
136	B	B	M	M	M	B	M	M	M	5.55
137	M	M	M	M	M	B	M	M	M	3.33
138	M	M	M	B	B	B	M	M	M	0
139	B	B	B	B	M	B	M	M	M	3.33
140	M	B	B	B	B	B	M	M	M	5.55
141	M	B	B	B	B	B	M	M	M	4.44
142	M	M	B	M	B	B	M	M	M	5.55
143	M	M	B	B	B	B	M	M	M	3.33
144	M	M	B	B	B	B	M	M	M	4.44
145	M	M	B	M	B	B	M	M	M	4.44
146	M	M	B	B	B	B	M	M	M	3.33
147	M	M	B	M	M	B	M	M	M	4.44
148	M	M	B	B	B	B	M	M	M	2.22
149	M	M	B	B	B	B	M	M	M	4.44

	P1a	P1b	P1c	P1d	P1e	P2	P3a	P3b	P3c	Calificación
1	M	B	B	B	B	B	M	B	M	6.67
2	M	B	B	M	B	M	M	M	M	3.33
3	M	B	B	B	B	B	M	M	M	4.44
4	B	B	B	B	M	B	M	M	M	5.55
5	M	M	B	B	B	B	M	M	M	4.44
6	M	B	B	B	B	B	M	M	M	5.55
7	M	B	B	M	B	M	M	M	M	3.33
8	M	M	B	B	B	B	M	M	M	3.33
9	B	B	B	B	B	B	M	M	B	7.78
10	M	B	B	B	B	B	M	M	M	5.55
11	M	M	B	M	M	B	M	M	M	2.22
12	M	B	B	B	B	B	M	M	M	5.55
13	M	M	B	M	M	B	M	M	M	2.22
14	M	B	B	B	B	B	M	M	M	5.55
15	M	B	B	B	B	B	B	M	M	6.67
16	M	B	B	B	B	B	M	M	M	5.55
17	M	M	B	B	B	B	B	M	M	5.55
18	M	B	B	M	B	B	M	M	M	4.44
19	M	B	B	M	B	M	M	M	M	3.33
20	M	B	B	B	B	B	M	M	M	5.55
21	M	B	B	B	B	M	M	M	M	4.44
22	M	M	B	M	M	B	M	M	M	2.22
23	M	M	M	B	M	B	M	M	M	2.22
24	M	M	B	M	B	M	M	M	M	2.22