UNIVERSIDAD DE SONORA

ESCUELA DE ALTOS ESTUDIOS

"EL EFECTO BHOM-AHARONOV Y ALGUNAS IMPLICACIONES FILOSOFICAS".

T E S I S

Que para obtener el título de:

LICENCIADO EN FISICA

p r e s e n t a :

ARNULFO CASTELLANOS MORENO

1979

A la memoria de mi Madre, nuestra gran ausente que pagara con su vida y su salud el precio de que sus hijos estudiáramos.

A mi Padre, como una muestra de admiración por la integridad que siempre demostró frente a las inclemencias que el capitalismo impone a todo proletario que desea que sus hijos completen sus estudios.

A una Mujer que es mi presente y mi futuro. Mi Esposa.

A todos mis Hermanos y a todas mis Hermanas.

Arnulfo.

A G R A D E C I M I E N T O S

Al M. en C. Antonio Jauregui, la sugerencia de este tema y su valiosa asesoría en la elaboración de este trabajo.

Al M. en C. Ignacio Campos, por la revisión y sugerencias en la parte filosófica de este trabajo.

A la Srita. Rosario Miranda, por su colaboración al mecanografiar este trabajo.

I N D I C E

I N T R O D U C C I O N

En 1959 apareció un artículo con el título "Significance of Electromagnetis Potentials in the Quantum Thory", publica - do por D. Bhom e Y. Aharonov, en el que se señalaba la existen cia de un efecto mécanico-cuántico que, no obstante su senci - llez, no había sido visualizado en los 33 años de haber sido - descubierta la Ecuación de Schrodinger. El propósito de este- trabajo es mostrar la relevancia de este efecto y algunas de- sus implicaciones filosóficas ligadas al concepto causalidad.

Los objetivos que trataré de cubrir en este trabajo son:
1o.- Presentar el efecto en distintas situaciones físicas.
2o.- Puesto que el efecto plantea la pregunta ¿Cuál es - la causa que lo provoca? Se hace necesario analizar este punto dividiendo la cuestión en dos aspectos:
a). Una Fundamentación de la pregunta.
b). Un Análisis de la causa física.

Tan solo en el punto a), los físicos no se han puesto de- acuerdo y las diferencias se deben a posiciones Filosóficas - opuestas, como trataremos de demostrar.

El trabajo se dedica exclusivamente al punto a) y su ca - rácter Filosófico, para concluir, al lado de una de las corri- entes contendientes, que debe desarrollarse el punto b).

Un tercer objetivo que por razones de extensión queda sin analizar, no obstante su importancia, es el univaluamiento o - multivaluamiento de la función de onda, discusión que tambien surge a raíz de este efecto.

Para desarrollar el primer objetivo, en el segundo capítulo se presenta el tratamiento de la difracción, mediante la fórmula de Fraunhoffer. A partir de ella se calcula el patrón de difracción de la doble rendija y enseguida se repite el cálculo cuando hay potencial magnético presente, encontrándose el efecto A-B como una corriente del patrón de interferencia.

En el tercer capítulo se presenta el efecto A-B en estados ligados, donde se establece que este consiste de una alteración de la energía, del momento angular y de la función de onda de la partícula.

Para el desarrollo del segundo objetivo se plantea en el cuarto capítulo, algunas de las afirmaciones idealistas y materialistas mas relacionados al problema que se aborda; comparando ambas corrientes a nivel de perspectivas y de la riquezas conceptual que cada una ofrece. A pesar de tratarse de solo un efecto mecánico-cuántico la discusión filosófica a que da lugar envuelve a toda la física moderna.

Para la lectura del cuarto capítulo es necesaria la consulta de los apéndices filosóficos.

C A P I T U L O I

PRESENTACION DEL EFECTO

Considérese la Ecuación se Schrodinger para estados es - tacionarios,

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi + V\psi = E\psi, \qquad (1.1)$$

donde V es un potencial externo cualquiera.

Sabemos que para describir el movimiento de una partícula cargada en presecia de un campo magnético, la Ecuación de - Schrodinger es,

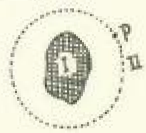
$$\frac{1}{2m}\left(-i\hbar\nabla - \frac{e}{c}\bar{A}\right)^2\psi_A + V\psi_A = E\psi_A . \qquad (1.2)$$

La solución ψ de la ecuación (1.1) y la solución ψ_A de - la ecuación (1.2), están relacionados como sigue,

$$\psi_A(\bar{x}) = e^{\frac{ie}{\hbar c}\int^{S(\bar{r})}\bar{A}(\bar{r}')\cdot d\bar{r}'}\psi(\bar{x}) \qquad (1.3)$$

donde $S(\bar{r})$ es la trayectoria de la partícula.

Para un sistema tal que el campo magnético es cero en la regíon II, distinto de cero en la región I y el electrón cons trénido a moverse en la región II,



la función de onda del electrón es,

$$\psi_A(\bar{x}) = e^{\frac{ie}{\hbar c}\oint\bar{A}(\bar{r}')\cdot d\bar{r}'}\psi(\bar{x}) \qquad (1.4)$$

Dado que el electrón existe en una región donde B=o, allí el potencial vectorial es irracional y se puede escribir como,

$$\bar{A} = \nabla f(\bar{x}) \qquad (1.5)$$

entonces,

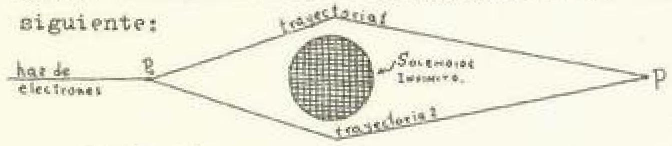
$$\psi_A(\bar{x}) = e^{\frac{ie}{\hbar c} f(\bar{x})} \psi(\bar{x}) \qquad (1.6)$$

La funcón F(x) es multivaluada ya que,

$$f(P+2\pi) - f(P) = \oint_{\Gamma} \bar{A}(\bar{r})\cdot d\bar{r} = \oint_{S} \nabla\times\bar{A}\cdot\hat{n}\,da = \oint_{S} \bar{B}\cdot\hat{n}\,da = \phi_B \qquad (1.7)$$

y para n vueltas tendrá valor $n\,\phi_B$.

Un diseño para entender cualitativamente como se altera el comportamiento del electrón debido a la relación (1.7), es el siguiente:



En la figura, un haz de electrones se separado en dos haces que pasan respectivamente por arriba y abajo del solenoide. Los dos haces son recombinados en P.

Sean ψ_1^0 y ψ_2^0 las funciones de onda, para los haces superior e inferior respectivamente, en ausencia del campo magnético en el solenoide. Cuando ha aparecido el campo magnético, la función de onda del haz en el punto P es,

$$e^{-\frac{i}{\hbar} S_1(P)} \psi_1^0(P) \qquad (1.8)$$

Donde el corrimiento de fase esta dado por,

$$\frac{S_i(P)}{\hbar} = \frac{e}{\hbar}\int_i \frac{1}{c}\bar{A}\cdot d\bar{r} \qquad i=1,2. \tag{1.10}$$

La trayectoria 1 es arbitraria desde Q hasta P pero pasando por arriba del solenoide, en tanto que la trayectoria 2 es arbitraria y va desde Q hasta P pero por abajo del solenoide.

Cuando los haces interfieren en P, la función de onda es la suma,

$$\psi(P) = \psi_1^{\circ}(P)\, e^{-\frac{i}{\hbar}S_1(P)} + \psi_2^{\circ}(P)\, e^{-\frac{i}{\hbar}S_2(P)} \tag{1.11}$$

y la densidad de probabilidad del electrón en P esta dada por

$$|\psi(P)|^2 = |\psi_1^{\circ}(P)|^2 + |\psi_2^{\circ}(P)|^2 + \psi_1^{\circ *}(P)\,\psi_2^{\circ}(P)\, e^{\frac{i}{\hbar}(S_1(P)-S_2(P))} + \psi_1^{\circ}(P)\,\psi_2^{\circ *}(P)\, e^{-\frac{i}{\hbar}(S_1(P)-S_2(P))} \tag{1.12}$$

Utilizando la ecuación (1.6),

$$|\psi(P)|^2 = |\psi_1^{\circ}(P)|^2 + |\psi_2^{\circ}(P)|^2 + \psi_1^{\circ *}(P)\,\psi_2^{\circ}(P)\, e^{\frac{ie}{\hbar c}f(P)} + \psi_1^{\circ}\,\psi_2^{\circ *}\, e^{-\frac{ie}{\hbar c}f(P)} \tag{1.13}$$

De acuerdo a la expresión anterior, el patrón de interferencia del electrón debe sufrir un corrimiento de fase (27).

Ante la presencia del potenciales escalores se predice un efecto semejante al anteriormente descrito (27).

Es trascedental agregar que esta señalado un efecto que no tiene paralelo clásico pues hablamos de fenómenos electro magnéticos en regiónes en que los campos son cero.

Clásicamente, los efectos observables (cambios de trayectoria, etc. ...) son provocados por causas determinadas llamadas fuerzas y estas a su vez por los campos, que son creados por objetos materiales (partículas). Como el electrón se ha movido en una región en que los campos son cero, no debe haber efectos obervables.

Pero en mecánica cuántica el lenguaje de los campos electromagnéticos es desplazado por el de los potenciales vectorial y escalar, que tienen efectos sobre patrenes de interferencia y otros observables. Este tipo de efectos son conocidos como efectos Bhom Aharonov y la importancia de ellos radica en la siguiente pregunta: ¿Quién es el responsable de estos efectos, el potencial o el campo? La respuesta no es una cuestión puramente de lenguaje sino que lleva aunada la exigencia de localidad o no-localidad en las teorías.

Por localidad entenderemos cuando el efecto se encuentra en el mismo punto espacio temporal en que suponemos que se encuentra la causa; por no-localidad entenderemos cuando el efecto se observa en determinado punto y la causa se encuentra espacial o temporalmente separada.

Si damos una respuesta en término de los potenciales, estamos usando una descripción local, ya que el electrón pasó por un lugar donde únicamente los potenciales eran distintos a cero. Pero si damos una respuesta en términos de los campos hay que reconocer que el electrón siempre estuvo donde estos eran cero, por lo tanto se trata de una descripsión no-local.

Todas las consideraciones anteriores surgen de la búsqueda de una causa para el efecto predicho, tal es discusiones sobre la localidad o no-localidad pierden sentido para aquellos que niegan una relación causal en el micromundo; para quienes piensan así, el fenómeno que aquí se estudia pierde bastante interés.

C A P I T U L O II

EFECTO BHOM-AHARONOV EN LA DOBLE RENDIJA

I.- Tratamiento Matemático de la difracción en la doble rendija.

Los fenómenos de interferencia o difracción resulta de la superposición constructiva o destructiva de ondas, que tienen diferente fase debido a la diferencia de trayectorias que estas han seguido.

Un tratamiento matemático riguroso (para la óptica) puede partir de la ecuación de Helmholtz, aquí presentaremos este proceso, pero en el caso específico de la mecánica cuántica.

Considérese la ecuación de Schrondinger para partícula libre,

$$-\frac{\hbar^2}{2M}\nabla^2\psi = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi. \qquad (2.1)$$

Haciendo,

$$\psi(x,y,z,t) = U(x,y,z)\, e^{-\frac{i}{\hbar}Et} \qquad (2.2)$$

$$K^2 = \frac{2ME}{\hbar^2} \qquad (2.3)$$

nos queda la EC de Schrondinger independiente del tiempo en la forma,

$$(\nabla^2 + K^2)U = 0 \qquad (2.4)$$

Con base en la ecuación (2.4) analizaremos de manera ri - gurosa la difracción escalar.

Teorema de Green. Sea un volumen V acotado por una superficie- cerrada A, y P algún punto de su interior. Sean U y U dos fun ciones con primera y segunda derivadas parciales contínuas den- ro y sobre la superficie de V y satisfaciendo las mismas condi- ciones a la frontera. Entonces el teorema de Green establece - la igualdad.(4)

$$\iiint_V (U\nabla^2 U' - U'\nabla^2 U)\,dv = -\iint_A \left(U\frac{\partial U'}{\partial \eta} - U'\frac{\partial U}{\partial \eta}\right) da, \tag{2.5}$$

donde $\bar{\eta}$ es el vector unitario normal a la superficie y apunta- hacia el interior de V.

En particular si U y U' son soluciones de la ecuación de - Helmholtz, la integral de volumén se anula, y se tiene,

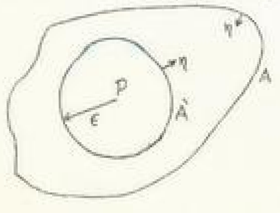
$$\iint_A \left(U\frac{\partial U'}{\partial \eta} - U'\frac{\partial U}{\partial \eta}\right) da = 0 \tag{2.6}$$

Escogeremos U' como la onda esférica,

$$U' = \frac{e^{iks}}{s} \tag{2.7}$$

donde S es la distancia desde P hasta el punto (X, Y, Z) en que se valúa la función.

La singularidad de V nos obliga a tomar como superficie - cerrada a AUA', donde A es una esfera con centro en P y de radio E arbitrariamente pequeño, (ver figura).



La integral sobre la superficie AUA'

$$\iint_{AUA'} \left[U \frac{\partial}{\partial \eta}\left(\frac{e^{iks}}{s}\right) - \frac{e^{iks}}{s}\frac{\partial U}{\partial \eta} \right] da = 0, \qquad (2.8)$$

se puede escribir como la suma de integrales,

$$\iint_{A} \left[U \frac{\partial}{\partial \eta}\left(\frac{e^{iks}}{s}\right) - \frac{e^{iks}}{s}\frac{\partial U}{\partial \eta} \right] da = -\iint_{A'} \left[U \frac{e^{iks}}{s}\left(ik - \frac{1}{s}\right) - \frac{e^{iks}}{s}\frac{\partial U}{\partial \eta} \right] da' \qquad (2.9)$$

En la integral A' se ha derivado usando el hecho de que η y S tienen la misma dirección, lo cual se cumple gracias a que A' tiene forma esférica.

Sobre la esfera, el elemento de area es $da' = \epsilon^2 d\Omega$, por lo tanto la ecuación (2.9) queda como,

$$\iint_{A} \left[U \frac{\partial}{\partial \eta}\left(\frac{e^{iks}}{s}\right) - \frac{e^{iks}}{s}\frac{\partial U}{\partial \eta} \right] da = -\iint_{\Omega} \left[U \frac{e^{ik\epsilon}}{\epsilon}\left(ik - \frac{1}{\epsilon}\right) - \frac{e^{ik\epsilon}}{\epsilon}\frac{\partial U}{\partial \eta} \right] \epsilon^2 d\Omega \qquad (2.10)$$

En el límite en que $\epsilon \to 0$, en la integral del lado derecho solo contribuye el segundo término y (2.10) se escribe,

$$\iint_{A} \left[U \frac{\partial}{\partial \eta}\left(\frac{e^{iks}}{s}\right) - \frac{e^{iks}}{s}\frac{\partial U}{\partial \eta} \right] da = U(P)\int_{\Omega} d\Omega = 4\pi U(P), \qquad (2.11)$$

de donde se concluye el teorema Integral de Helmholtz y Kirchoff,

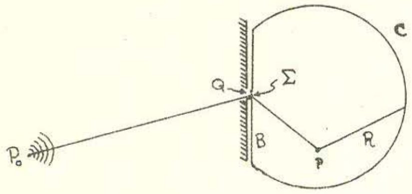
$$U(P) = \frac{1}{4\pi}\iint_{A} \left[U \frac{\partial}{\partial \eta}\left(\frac{e^{iks}}{s}\right) - \frac{e^{iks}}{s}\frac{\partial U}{\partial \eta} \right] da. \qquad (2.12)$$

La integral (2.12) nos permite encontrar el valor de U en cualquier punto P expresado en términos de los valores de frontera de la onda sobre cualquier superficie cerrada rodeando a tal punto.

Teoría de Difracción de Kirchhoff.

Considérese una onda monocromática partiendo de una fuente puntal Po y propagándose a travéz de una abertura plana y opaca.

Para calcular la perturbacón en P, tomamos la integral - de Kirchhoff sobre la superficie $A = \Sigma \cup B \cup C$.



Introduciendo las siguientes condiciones a la frontera:
1o.- La perturbación ondulatoria en Σ es la misma que si no estuviera presente el resto de la pantalla.
2o.- En B la perturbación ondulatoria es cero.

Si ademas suponemos que para R muy grande la función de onda es casi cero, podemos despreciar la integral sobre C.

$$\Rightarrow \quad U(P) = \frac{1}{4\pi} \iint_{\Sigma} \left[U \frac{\partial}{\partial \eta}\left(\frac{e^{iks}}{s}\right) - \frac{e^{iks}}{s} \frac{\partial U}{\partial \eta} \right] da \qquad (2.13)$$

Si U es una onda esférica que parte de P_o,

$$U = A\,\frac{e^{ikr}}{r} \qquad (2.14)$$

y calculamos las derivadas,

$$\frac{\partial}{\partial \eta}\left(e^{iks}s^{-1}\right) = \frac{\cos(\eta,s)}{s}\,e^{iks}\left(ik-\frac{1}{s}\right)$$

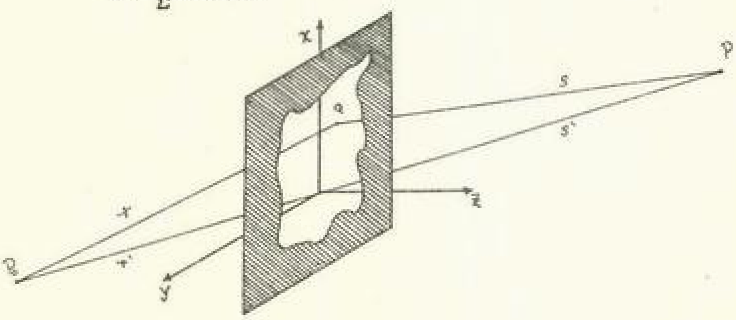
$$\frac{\partial}{\partial \eta}\left(e^{ikr}r^{-1}\right) = \frac{\cos(\eta,r)}{r}\,e^{ikr}\left(ik-\frac{1}{r}\right)$$

podemos sustituir en (2.13) para obtener,

$$U(P) = \frac{1}{4\pi}\iint_{\Sigma}\left\{\frac{Ae^{ikr}}{r}\left[\frac{\cos(\eta,s)}{s}\,e^{iks}\left(ik-\frac{1}{s}\right)\right] - \frac{e^{iks}}{s}\left[\frac{A\cos(\eta,r)}{r}\times e^{ikr}\left(ik-\frac{1}{r}\right)\right]\right\}da. \qquad (2.15)$$

Si suponemos $|ik| \gg \frac{1}{s}$ y $|ik| \gg \frac{1}{r}$ encontramos la fórmula de difracción de Kirchhoff-Fresnel,

$$U(P) = -\frac{ikA}{4\pi}\iint_{\Sigma}\frac{e^{ik(r+s)}}{rs}\left[\cos(\eta,r)-\cos(\eta,s)\right]da \qquad (2.16)$$



Para el caso particular en que Po y P están muy lejos de la abertura, cos (n, r) y cos (n, s)no varían mucho, si además $\frac{1}{rs} = \frac{1}{r's'}$ de (2.16) se obtiene,

$$U(P) = -\frac{ikbA}{4\pi r's'} \iint_{\Sigma} e^{ik(r+s)}\, da \qquad (2.17)$$

donde b= constante= cos (n, r) - cos (n, s)

Sean

$$\begin{aligned} P_0 &= (x_0, y_0, z_0) \\ P &= (x, y, z) \\ Q &= (\xi, \eta, 0) \end{aligned} \qquad (2.18)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow r^2 &= (x_0-\xi)^2 + (y_0-\eta)^2 + z_0^2 \\ s^2 &= (x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + z^2 \\ r'^2 &= x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 \\ s'^2 &= x^2 + y^2 + z^2 \end{aligned} \qquad (2.19)$$

Desarrollando los cuadrados en la expresión de r^2, identificando algunos sumandos con r'^2 y sacando raíz cauadrada - se obtiene,

$$r = r' \sqrt{1 - 2\,\frac{x_0\xi + y_0\eta}{r'^2} + \frac{\xi^2+\eta^2}{r'^2}} \qquad (2.20)$$

si se desarrolla en serie de Taylor el radical, se obtiene - para (2.20) en primera aproximación

$$r = r' - \frac{x_0\xi + y_0\eta}{r'} + \frac{\xi^2+\eta^2}{2r'} + \cdots \qquad (2.21)$$

y haciendo lo mismo para S

$$s = s' - \frac{x_0\xi + y_0\eta}{s'} + \frac{\xi^2+\eta^2}{2s'} + \cdots \qquad (2.22)$$

$$\Rightarrow r + s = r' + s' - \frac{x_0\xi + y_0\eta}{r'} - \frac{x_0\xi + y_0\eta}{s'} + \frac{\xi_0^2+\eta^2}{2r'} + \frac{\xi_0^2+\eta^2}{2s'} + \cdots \qquad (2.23)$$

Con el siguiente cambio de variable

$$l_0 = -\frac{x_0}{r'} \ , \quad m_0 = -\frac{y_0}{r'}$$

$$l = \frac{x}{s'} \quad , \; m = \frac{y}{s'} \qquad (2.24)$$

los últimos cuatro términos de (2.23) se pueden escribir como función del punto $Q = (\xi, \eta) \equiv \sum$

$$f(\xi,\eta) = (l_0 - l)\xi + (m_0 - m)\eta + \frac{1}{2}\Big[\Big(\frac{1}{r'} + \frac{1}{s'}\Big)(\xi^2+\eta^2) - \frac{(l_0\xi + m_0\eta)^2}{r'} - \frac{(l\xi + m\eta)^2}{s'}\Big] + \cdots \qquad (2.25)$$

La condición de que Po y P esten muy lejos de la abertura es equivalente a que,

$$r', s' \longrightarrow \infty \qquad (2.26)$$

entonces de (2.25) se obtiene

$$f(\xi,\eta) \approx (l_0 - l)\xi + (m_0 - m)\eta \qquad (2.27)$$

y haciendo el cambio variable

$$l_0 - l = p \, , \quad m_0 - m = q \qquad (2.28)$$

podemos escribir (2.23) de la forma (2.29)

$$r+s=r'+s'+f(\xi,\eta)=r'+s'+p\xi+q\eta.$$

Que sústituye en la ecuación (2.17) se obtiene

$$U(p)=C\iint_{\Sigma} e^{ik(p\xi+q\eta)}\,d\xi\,d\eta,$$

(2.30)

donde hemos supuesto r', s' constantes y

$$C=-\frac{ikbA\,e^{ik(r'+s')}}{4\pi r's'}.$$

Si definimos la función

$$G(\xi,\eta)=\begin{cases} C & \text{para todo punto de la abertura.}\\ 0 & \text{fuera de los puntos de la abertura.}\end{cases}$$

(2.31)

la ecuación (2.30) toma la forma de una transformada de Fourier

$$U(p,q)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} G(\xi,\eta)\,e^{-ik(p\xi+q\eta)}\,d\xi\,d\eta$$ (2.32)

Utilizando el torema de Parseval (5) se tiene,

$$\iint |G(\xi,\eta)|^2\,d\xi\,d\eta=\left(\frac{1}{2\pi}\right)^2\iint |U(p,q)^*|^2\,dp\,dq$$ (2.33)

Dada la definición (2.31), el extremo izquierdo se evalúa

$$\iint |G(\xi,\eta)|^2\,d\xi\,d\eta=|C|^2 D,$$ (2.34)

donde D es el área de la abertura.

Para el extremo derecho de (2.33) hay que introducir la condición de normalización de la función de onda para tener finalmente,

$$C = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{D}} \qquad (2.35)$$

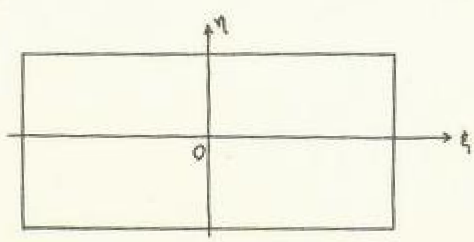
Así que la ecuación (2.32) puede escribirse

$$U(p,q) = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{D}} \iint e^{-ik(p\xi+q\eta)} \, d\xi \, d\eta, \qquad (2.36)$$

obteniéndose la fórmula de difracción de Fraunhoffer, que corresponde al caso físico de la difracción de un haz monocromático - de electrones, producido en un punto separado una distancia muy grande, comparado con las dimensiones de la abertura y cuya difracción es observada en una pantalla muy alejada de la abertura.

II.- Patrón de Difracción de Doble Rendija.

Procederemos a calcular el patrón de difracción cuando la abertura tiene forma rectangular y el caso límite de una y dos rendijas.



Aplicando la ecuación (2.36)

$$U(p,q) = C\int_{-a}^{a}\int_{-b}^{b} e^{-iK(p\xi+q\eta)}\, d\xi\, d\eta = C\int_{-a}^{a} e^{-iKp\xi}\, d\xi \int_{-b}^{b} e^{-iKq\eta}\, d\eta,$$

el cálculo de las integrales es inmediato, multiplicado por $\frac{ab}{ab}$ y reacomodando se obtiene la forma de la onda,

$$U(p,q) = \frac{\sqrt{D}}{2\pi}\, \frac{\operatorname{sen} Kpa}{Kpa}\, \frac{\operatorname{sen} Kqb}{Kqb} \qquad (2.37)$$

y la probabilidad de encontrar a la partícula en P es

$$\rho(p,q) = \frac{D}{4\pi^2}\, \frac{\operatorname{sen}^2 Kpa}{(Kpa)^2}\, \frac{\operatorname{sen}^2 Kqb}{(Kqb)^2} \qquad (2.38)$$

La anterior es si la abertura es rectangular. Manteniendo D constante y a≫b se obtiene,

$$U(p) = \frac{\sqrt{D}}{2\pi}\, \frac{\operatorname{sen} Kpa}{Kpa} \qquad (2.39)$$

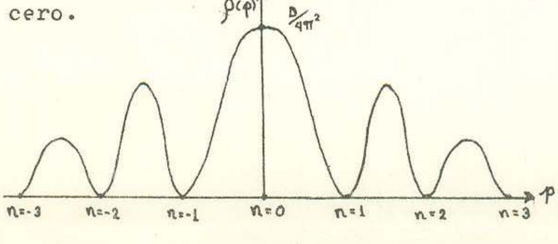
que es la forma de la función de onda en el caso de una rendija, resultando la densidad de probabilidad

$$\rho(p) = \frac{D}{4\pi^2}\, \frac{\operatorname{sen}^2 Kpa}{(Kpa)^2} \qquad (2.40)$$

La gráfica de la función tiene ceros para

$$p = \frac{n\pi}{Ka} \qquad n \in \mathbb{Z} \qquad (2.41)$$

corresponde a un seno cuadrado modulado por $\frac{1}{X}2$ que si X - se va a cero.



Para el patrón de interferencia de doble rendija utilizaremos (2.39), agregando una fase para cada trayectoria correspondiente a cada una de las rendijas

$$\psi_m = \frac{\sqrt{D}}{2\pi} \frac{\text{sen } Kpa}{Kpa} e^{i\left[\frac{E}{h}t - \varphi_m\right]} \qquad m = 1, 2. \tag{2.42}$$

La superposición de ellas en P es

$$\psi = \psi_1 + \psi_2 = \frac{\sqrt{D}}{2\pi} \frac{\text{sen } Kpa}{Kpa}\left[e^{i\left(\frac{E}{h}t - \varphi_1\right)} + e^{i\left(\frac{E}{h}t - \varphi_2\right)}\right],$$

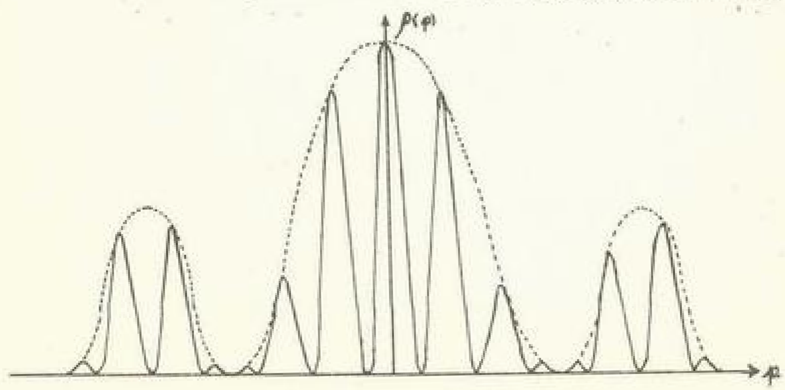
haciendo $\varphi_1 - \varphi_2 = 2\delta$ y usando que $e^{i\delta}(e^{i\delta} + e^{-i\delta}) = 1 + e^{2i\delta}$ se obtiene la función de onda

$$\psi(p) = \frac{\sqrt{D}}{2\pi} \frac{\text{sen } Kpa}{Kpa} \cos\delta \, e^{i\left(\frac{E}{h}t - \varphi_1 + \delta\right)} \tag{2.43}$$

y la densidad de probabilidad

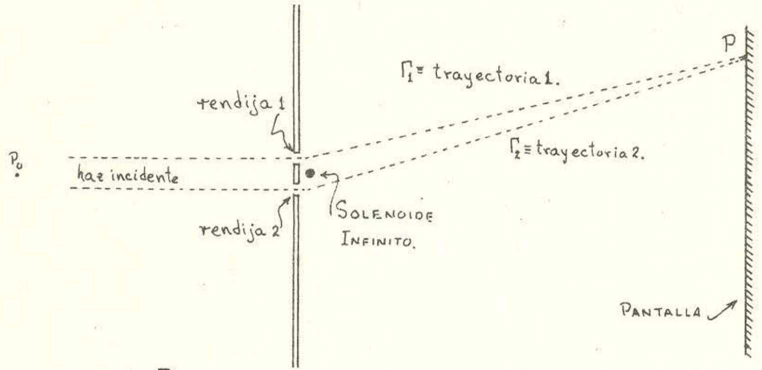
$$\rho(p) = \frac{D}{4\pi^2} \frac{\text{sen}^2 Kpa}{Kpa} \cos^2\delta. \tag{2.44}$$

La gráfica de esta función corresponde a un coseno cuadrado modulado por el patrón de una sola rendija, resultado,



III.- Efecto Bhom- Ahoranov en la doble rendija.

Considérese un arreglo experimental como el de la figura



De P_0 parte un haz monocromático de electrones que se difracta en las rejillas 1 y 2 para superponerse ambos haces en P. El patrón de interferencia obedece a (2.44), pero si el solenoide que esta presente conduce corriente constante, entonces se trata de un diseño en que podemos esperar un efecto Bhom-Ahoranov que enseguida trataremos de calcular.

Del apéndice (II) se sabe que

$$A_\varphi = \frac{\phi_B}{2\pi r} \quad \text{con } A_r = A_z = 0. \tag{2.45}$$

Sea Ψ_1 y Ψ_1^A las funciones de onda en la trayectoria Γ_1 con potencial vectorial cero la primera y distinto de cero la segunda. Igualmente tendremos Ψ_2 y Ψ_2^A en la trayectoria Γ_2.

De (1.6) se sabe que,

$$\psi_1^A = \psi_1 e^{if_1}, \quad \psi_2^A = \psi_2 e^{if_2} \tag{2.46}$$

donde

$$f_m = \frac{e}{\hbar c}\int_{\Gamma_m} \bar{A}_m \cdot d\bar{r}_m \qquad m = 1, 2. \tag{2.47}$$

Utilizando para ψ_1 y ψ_2 las expresiones dadas en (2.42) y calculando la superposición en P se obtiene

$$\psi_1^A + \psi_2^A = \frac{\sqrt{D}}{2\pi}\frac{\text{sen}\,Kpa}{Kpa}\left[e^{i(\frac{E}{\hbar}t - \varphi_1 + f_1)} + e^{i(\frac{E}{\hbar}t - \varphi_2 + f_2)}\right] \tag{2.48}$$

usando de nuevo $\varphi_1 - \varphi_2 = 2\delta$ y factorizando, tenemos

$$\psi_1^A + \psi_2^A = \frac{\sqrt{D}}{2\pi}\frac{\text{sen}\,Kpa}{Kpa} e^{i(\frac{E}{\hbar}t - \varphi_1)}\left[e^{if_1} + e^{2i\delta} e^{if_2}\right] \tag{2.49}$$

de donde podemos calcular la densidad de probabilidad, usando- las identidades $\cos\theta = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}$ y $\cos 2\theta = \cos^2\theta - 1$, obtendremos

$$\left|\psi_1^A + \psi_2^A\right|^2 = \frac{D}{4\pi^2}\frac{\text{sen}^2\,Kpa}{(Kpa)^2}\cos^2\left(\delta + \frac{f_2 - f_1}{2}\right) \tag{2.50}$$

pero

$$f_2 - f_1 = \frac{e}{\hbar c}\oint \bar{A}\cdot d\bar{r} = \frac{e}{\hbar c}\int \nabla\times\bar{A}\cdot\hat{n}\,da = \frac{e}{\hbar c}\phi_B \tag{2.51}$$

donde se ha usado el teorema de Stokes y ϕ_B es el flujo magnético.

Así podremos escribir la densidad de probabilidad como

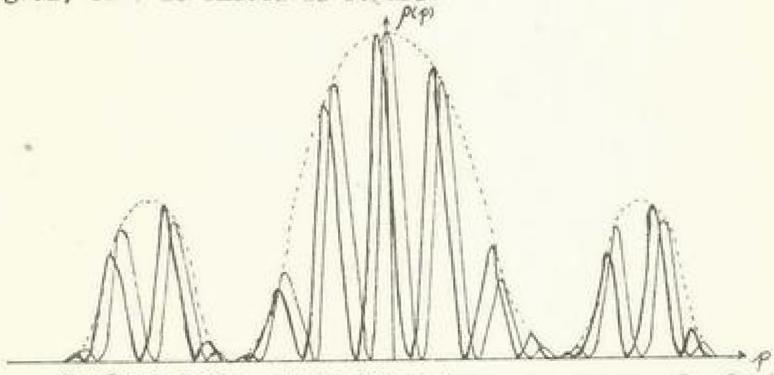
$$\rho(\varphi, \phi_B) = \frac{D}{4\pi^2}\frac{\text{sen}^2\,Kpa}{(Kpa)^2}\cos^2\left(\delta + \frac{e\phi_B}{2\hbar c}\right) \tag{2.52}$$

Comparando con (2.44), notamos que el efecto Bhom-Aharanov consiste en un corrimiento de patrón de interferencia, que depende del valor del flujo magnético.

Puesto que $\cos\theta = \cos(\theta + 2\pi n)$ donde $n \in \mathbb{Z}$, tendremos que el corrimiento no será observable para un flujo magnético cuantizado

$$\phi_B = \frac{4\pi \hbar c n}{e} \qquad (2.53)$$

Nótese que el corrimiento se lleva a cabo en el patrón de interferencia interno, en tanto que la emvolvente queda igual, como lo indica la figura.



Con frecuencia, en la literatura que expone el efecto Bhom-Ahoranov, se comete el error de omitir la aclaración anterior, o bien, de presentar el fenómeno de tal manera que parece ser la emvolvente (incluyendo al patrón interno) la que se recorre. (7,8)

C A P I T U L O III

3. Efecto Bhom- Ahoranov en Estados Ligados.

I.- Descripción de una partícula cargada en el interior de un cilindro infinito.

Considérese un cilindro cuyo eje concuerda con el eje Z de un sistema de referencia descrito por medio de coordenadas cilín dricas.

Los estados estacionarios del sistema, estan dados por la ecuación de Schrodinger, que en coordenadas cilíndricas es,

$$-\frac{1}{2M}\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\right)\psi-\frac{1}{2Mr^2}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\psi-\frac{E}{k^2}\psi=0 \qquad (3.1)$$

con las condiciones de frontera

$$\psi(r)=0 \qquad \forall\, r\geq a \qquad (3.2)$$

donde a es el radio del cilindro.

Resolviendo por separación de variables y haciendo el cambio de variable $\rho = kr$, se obtiene para la parte radial la ecuación de Bessel

$$\rho^2\frac{d^2R(\rho)}{d\rho^2}+\rho\frac{dR(\rho)}{d\rho}+(\rho^2-m^2)R(\rho)=0 \qquad (3.3)$$

donde $K = \frac{2ME}{\hbar^2}$

Para la parte angular se obtiene la ecuación

$$L_z^2 \Theta(\varphi) = m^2 \hbar^2 \Theta(\varphi) \tag{3.4}$$

donde L_z es el operador del momento angular y esta dado por

$$L_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \varphi} \tag{3.5}$$

siendo m sus eigenvalores. Es inmediato que conmuta con el hamiltoniano, siendo una integral del movimiento.

La solución de (3.6) es inmediata

$$\Theta(\varphi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{im\varphi} \tag{3.6}$$

si añadimos la condición de univaluamiento, se concluye que los eigenvalores de L_z deben ser enteros.

La solución general de (3.3) es

$$R(\rho) = A J_m(\rho) + B J_{-m}(\rho), \tag{3.7}$$

pero $J_{-m}(\rho)$ es divergente en el origen, por lo cual hacemos - B = 0, entonces se tiene

$$R(\rho) = A \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \rho^{m+2n}}{2^{m+2n}\,\Gamma(m+n+1)}, \tag{3.8}$$

obteniéndose la función de onda del sistema

$$\Psi_m(r,\varphi) = \frac{N}{\sqrt{2\pi}} J_{|m|}(kr)\, e^{im\varphi} \tag{3.9}$$

Utilizando la condición de frontera $\Psi_m(a,\varphi) = 0$, se obtiene el espectro de energía

$$E_{n,m} = \frac{\hbar^2 (X^n_{|m|})^2}{2Ma^2} \qquad (3.10)$$

donde $X^n_{|m|}$ es el n-ésimo cero de la función Bessel de orden m.

II.- El efecto Bhom-Aharonov para una partícula cargada en el interior de un cilindro infinito.

Si al sistema de la sección anterior le agregamos un solenoide infinito, cuyo eje coincide con el eje Z, y lo suponemos de radio muy pequeño comparado con el del cilindro, podemos imaginar el campo magnético del solenoide con corriente constante, como una línea de campo a lo largo del eje Z.

Usando la forma (2.45) para el potencial vectorial, la ecuación de Schrondinger en coordenadas cilíndricas es

$$\frac{1}{2M}\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\right)\Psi + \frac{1}{2Mr^2}\left(\frac{\partial}{\partial \varphi} - i\alpha\right)^2\Psi - \frac{E}{\hbar^2}\Psi = 0 \qquad (3.11)$$

donde α es el parámetro de flujo y esta dado por

$$\alpha = \frac{e\phi_B}{2\pi\hbar c}\,. \qquad (3.12)$$

En este nuevo sistema físico, a la condición de frontera (3.2) agregamos

$$\Psi(0) = 0 \qquad (3.13)$$

Por separación de variables, de la ecuación (3.11) se obtiene (3.3) para la parte radial. Y para la parte angular resulta

$$\left(\frac{\partial}{\partial \varphi} - i\alpha\right)^2 \Theta(\varphi) + m^2\,\Theta(\varphi) = 0 \qquad (3.14)$$

cuya solución es

$$\Theta(\varphi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\, e^{i(m'+\alpha)\varphi} \qquad (3.15)$$

Podemos hacer

$$L_z = \left[\hat{r} \times (\hat{p} - \frac{e}{c}\hat{A})\right]_z = -i\hbar\frac{\partial}{\partial\varphi} - \alpha\hbar \qquad (3.16)$$

porque este operador conmuta con el hamiltaniano y es una integral del movimiento. Entonces (3.14) es la ecuación - de eigenvalores

$$L_z^2\, \Theta = m'^2 \hbar^2\, \Theta \qquad (3.17)$$

Haciendo $m = m' + \alpha$ e introduciendo la condición de - univaluamiento, se tiene

$$m' = m - \alpha \qquad \text{con} \quad m \in \mathbb{Z} \qquad (3.18)$$

Nótese que los eigenvalores del momento angular no son enteros sino que todo el conjunto esta corrido por el pará metro de flujo.

La función de onda del sistema es

$$\Psi(r,\varphi) = \frac{N}{\sqrt{2\pi}}\, J_{|m-\alpha|}(kr)\, e^{im\varphi} \qquad (3.19)$$

El espectro de energía esta dado por

$$E_{n,m'} = \frac{\hbar^2 (X^n_{|m'|})^2}{2 M a^2} \qquad (3.30)$$

pero a diferencia de (3.10), aquí m' no es entero, concluyén dose que el espectro de energía cambia debido a parámetro de flujo.

De (3.19) puede observarse que el comportamiento radial de la partícula tambien cambia debido a α.

Un caso particular de nuestro sistema es cuando hacemos ψ = b = constante con b<a, se pueden obtener los espectros de energia ( ),

$$E = \frac{m^2 \hbar^2}{2Mb^2} \;, \; E_\alpha = \frac{m'^2 \hbar^2}{2Mb^2} - \frac{(2m'\alpha + \alpha^2)\hbar^2}{2Mb^2} \qquad (3.21)$$

sin corriente en el solenoide y con corriente respectivamente. Puede notarse que el espectro de energía queda recorrido por el parámetro de flujo.

Los cambios en la función de onda, en la eigenvalores del momento angular y en el espectro de energía, son efectos del- tipo Bhom-Ahoranov. Nótese que con el flujo cuantizado

(3.22)

el efecto deja de ser observable.

III.- Efecto Bhom-Aharonov en un campo Central.

Los sistemas estudiados en las dos secciones anteriores, no representan un conjunto de estados ligados en el sentido estricto de la palabra, debido a que hay independencia en la dirección z.

Pasaremos al análisis de un sistema con estados verdaderamente ligados. Para ello considérese un sistema que consiste de una partícula cargada de masa M, moviéndose en un campo central V(r), al cual le superamos una línea de campo, magnético a lo largo del eje z.

La ecuación de Schmodinger del sistema, escrita en coordenadas esféricas es, (   )

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\Lambda_\alpha^2\right]\psi + \frac{2M}{\hbar^2}(E-V)\psi = 0 \qquad (3.23)$$

donde

$$\Lambda_\alpha^2 = \frac{1}{\operatorname{sen}\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\operatorname{sen}\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{\operatorname{sen}^2\theta}\left(\frac{\partial}{\partial\varphi} - i\alpha\right)^2, \qquad (3.24)$$

el potencial en estas coordenadas toma la forma,

$$\bar{A} = \left(0,\ 0,\ \frac{\phi_B}{2\pi r\operatorname{sen}\theta}\right) \qquad (3.25)$$

y el parámetro de flujo está dado por (3.12)

Resolviendo (3.23) por separación de variables y denotando la constante de separación con $\lambda(\lambda+1)$, se obtiene la ecuación radial

$$\frac{d^2R(r)}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{dR(r)}{dr} + \frac{\lambda(\lambda+1)}{r^2}R(r) + K^2R(r) - \frac{2MV}{\hbar^2}R(r) = 0 \qquad (3.26)$$

donde $K^2 = \frac{2ME}{\hbar^2}$

Para la parte angular se obtiene

$$\Lambda_\alpha^2 Y(\theta,\varphi) + \lambda(\lambda+1) Y(\theta,\varphi) = 0 \qquad (3.27)$$

Separando esta ecuación con la constante $-\grave{m}^2$, se obtiene las ecuaciones

$$\frac{d^2\Theta(\theta)}{d\theta^2} + \cot\theta \frac{d\Theta(\theta)}{d\theta} + \lambda(\lambda+1)\Theta(\theta) - \frac{\grave{m}^2}{\operatorname{sen}^2\theta}\Theta(\theta) = 0 \qquad (3.28)$$

$$\left(\frac{d}{d\varphi} - i\alpha\right)^2 \Phi(\varphi) + \grave{m}^2 \Phi(\varphi) = 0 \qquad (3,29)$$

La solución de (3.29) es

$$\Phi(\varphi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{i(\grave{m}+\alpha)\varphi}, \qquad (3.30)$$

de la condición de univaluamiento se tiene

$$m = \grave{m} + \alpha \qquad \text{con } m \in \mathbb{Z} \qquad (3.31)$$

Para la solución de (3.28), se hace el cambio de variable $x = \cos\theta$ y se obtiene la ecuación asociada de Leogendre

$$(1-x^2)\frac{d^2\Theta(x)}{dx^2} - 2x\frac{d\Theta(x)}{dx} + \left[\lambda(\lambda+1) - \frac{(m-\alpha)^2}{1-x^2}\right]\Theta(x) = 0 \qquad (3.32)$$

cuya solución general es (III)

$$\Theta(x) = A P_\lambda^{-|m|} + B Q_\lambda^{-|m|}(x) \qquad (3.34)$$

Las condiciones de frontera sobre (3.28) son

a) $\Theta(\pi)=0$, es decir $\Theta(-1)=0$ y

b) $\Theta(0)=0$, es decir $\Theta(1)=0$.

De (III.20) se concuye que $Q_{\lambda}^{-|m'|}(1)$ se anula, por lo tanto para que se cumpla la condición b), $\Theta(x)$ debe se proporcional a $P_{\lambda}^{-|m'|}(x)$.

Evaluado en(III .23) para $X = 1$ se obtiene

$$P_{\lambda}^{-|m'|}(-1)=\frac{\operatorname{sen}(\lambda-|m'|)}{\operatorname{sen}|m'|\pi}\,\frac{\Gamma(1+\lambda-|m'|)}{\Gamma(1+\lambda+|m'|)}P_{\lambda}^{|m'|}(1) \qquad (3.35)$$

pero de la cordinación a) debe tenerse $P_{\lambda}^{-|m'|}(-1)=0$, por lo tanto $\operatorname{sen}(\lambda-|m'|)\pi=0$ y se tiene $\lambda-|m'|$ entero. De que para enteros negativos la función Γ no esta definida se concluye que

$$\lambda-|m'|=n \qquad n=0,1,2,\dots$$

$$\lambda=n+|m-\alpha|, \qquad (3.36)$$

de donde es evidente que λ no es entero pero tiene valores discretos.

Se puede demostrar (13) que las funciones $P_{n+|m-\alpha|}^{-|m-\alpha|}(x)$ son cuadradaintegrables en [-1, 1] y

$$\int_{-1}^{1}\left[P_{n+|m-\alpha|}^{-|m-\alpha|}(x)\right]^2 dx=\frac{2}{2(n+|m-\alpha|)+1}\,\frac{\Gamma(n+1)}{\Gamma(n+2|m-\alpha|+1)}, \qquad (3.37)$$

de donde se tiene que la parte angular normalizada de la función de onda es,

$$Y(\theta,\varphi)=\sqrt{\frac{[2(n+|m-\alpha|)+1]\Gamma(n+2|m-\alpha|+1)}{2\Gamma(n+1)}}\,P_{n+|m-\alpha|}^{-|m-\alpha|}(x)\,e^{im\varphi} \qquad (3.38)$$

Nuestros cálculos son independientes del potencial centr al $V(r)$, por lo que pueden considerarse como una generalización del movimiento en un campo central. En la última sección compa ramos estos resultados con los del momento angular orbital L^2.

IV.- Función de Onda Radial para Potencial Coulombiano.

Sea

$$V(r) = -\frac{G}{r} \tag{3.39}$$

sustituyendo en (3.26) y con el cambio de variable $\rho = 2\sigma r$ se obtiene para la parte radial

$$\frac{d^2R(\rho)}{d\rho^2} + \frac{2}{\rho}\frac{dR(\rho)}{d\rho} - \frac{\lambda(\lambda+1)}{\rho^2}R(\rho) - \frac{1}{4}R(\rho) + \frac{\nu}{\rho}R(\rho) = 0 \tag{3.40}$$

donde

$$\nu = \frac{MG}{k^2} \qquad y \quad \sigma^2 = -\kappa^2 \tag{3.41}$$

Haciendo

$$R(\rho) = -\rho^{-1} g(\rho) , \tag{3.42}$$

de (3.40) se obtiene

$$\frac{d^2 g(\rho)}{d\rho^2} + \left(\frac{\nu}{\rho} - \frac{1}{4} + \frac{\frac{1}{4} - \gamma^2}{\rho^2}\right) g(\rho) = 0 \tag{3.43}$$

donde

$$\gamma = \lambda + \frac{1}{2} .$$

Comparando con (III.18), observamos que esta es la ecuación de Whittaker y su solución esta dada en (III. 17), introduciendo la condición $R(r) \to 0$ si $r \to 0$, encontramos que $R(r)$ debe ser proporcional a U_1 pues U_2 se indetermina y obtendremos

$$g(\rho) = \rho^{\gamma+\frac{1}{2}} e^{-\frac{\rho}{2}} {}_1F_1(\gamma-\nu+\tfrac{1}{2}, 2\gamma+1; \rho). \qquad (3.44)$$

Introduciendo ahora la condición $R(r) \to 0$ si $r \to \infty$, encontramos que la hipergeométrica confluente se indetermina (III), lo cual se evita si hacemos $\gamma-\nu+\frac{1}{2}$ igual a un entero no-negativo obteniéndose un polinomio.

De que

$$\nu = \lambda + p \qquad \text{con } p \in \mathbb{N} \qquad (3.45)$$

se concluye con (3.41), el valor de K y la relación $K^2 = -\sigma^2$, la expresión para el espectro de energía

$$E_{\lambda,p} = -\frac{M\, G^2}{2\hbar^2 (n+|m-\alpha|+p^2)} \qquad (3.46)$$

La solución de (3.40) se escribe,

$$R(2\sigma r) = (2\sigma r)^{n+|m-\alpha|} e^{-\sigma r} \frac{\Gamma[2(n+|m-\alpha|)+2]\,\Gamma(p)}{\Gamma[2(n+|m-\alpha|)+1+p]} L_{p-1}^{2(n+|m-\alpha|)+1}(2\sigma r); \qquad (3.47)$$

donde hemos usado la relación (III. 15), que relaciona la hipergeométrica confluente con los polinomios de Laguerre.

Relacionando (3.38) con (3.47) obtendremos la función de onda completa para un atomo de hidrógeno con efecto Bhom-Ahoranov,

$$\psi(r,\theta,\varphi)=(2\sigma r)^{n+|m-\alpha|}e^{-\sigma r}\frac{\Gamma[2(n+|m-\alpha|)+2]\Gamma(p)}{\Gamma[2(n+|m-\alpha|)+1+p]}L_{p-1}^{2(n+|m-\alpha|)+1}(2\sigma r)\sqrt{\frac{[2(n+|m-\alpha|)+1]\Gamma(n+2|m-\alpha|+1)}{2\Gamma(n+1)}}P_{n+|m-\alpha|}^{-|m-\alpha|}(x)e^{im\varphi} \quad (3.48)$$

V.- Operador de Momento Angular.

Un cálculo tedioso puede demostrar que el operador $\Lambda=\hat{r}\times(\hat{p}-\frac{e}{c}\hat{A})$ al cuadrado, corresponde a Λ_α^2 definido en (3.24). Si entendemos por momento angular orbital el operador cuyos eigen valores se conservan bajo una rotación en torno al origen, debe conmutar con el hamiltaniano, pero observando (3.23) es claro que L^2 no lo hace, en tanto que Λ_α^2 si conmuta. Por otra parte es fácil ver que $\Lambda_\alpha^2\rightarrow L^2$ si $\alpha\rightarrow 0$, lo cual nos permite hablar de Λ_α^2 como el operador de momento angular, generalizado al caso que estudiamo, con sureigenfunciones dadas como en (3.38) y las eigenvalores dadas como en (3.36).

De las ecuaciones (3.31) y (3.36) se concluye que los - eigenvalores de Λ_α^2, y suproyección Λ_z, no son enteros. Es claro que m' corre de $-\lambda$ hasta $+\lambda$.

Podemos dividir los eigenvalores λ en dos grupos, primero aquellos en que $m-\alpha>0$ y segundo aquellos en que $m-\alpha<0$; si hacemos $\bar{m}\in\mathbb{Z}\ni$

$$\bar{m}-1<\alpha<\bar{m} \quad (3.49)$$

en el primer grupo tenemos λ de la forma

$$\lambda_1=n_1+\bar{m}-\alpha \qquad n_1=0,1,2,\ldots \quad (3.50)$$

y en el segundo

$$\lambda_2=n_2-(\bar{m}-\alpha)+1 \qquad n_2=0,1,2\ldots \quad (3.51)$$

Esto nos divide el espacio de Hilbert $\mathcal{H}$ generado por (3.38) en dos subespacios :

$\mathcal{H}_1$ generado por eigenfunciones con eigemvalores λ_1 .

$\mathcal{H}_2$ generado por eigenfunciones con eigemvalores λ_2 .

donde $\mathcal{H} = \mathcal{H}_1 \oplus \mathcal{H}_2$.

Bajo una reflexión $\theta \rightarrow \theta' = \pi - \theta, \ \varphi \rightarrow \varphi' = \pi + \varphi$ de donde es claro que la paridad de (3.30) esta dad por $(-1)^m$.

De (III. 24) se concluye

$$P_\lambda^{-|m'|}(-x) = \cos(\lambda - m')\pi \, P_\lambda^{-|m'|}(x) = (-1)^{\lambda - |m'|} P_\lambda^{-|m'|}(x) \tag{3.52}$$

por lo cual la paridad de las eigenfunciones (3.38) esta dando por

$$(-1)^{\lambda - |m'| + m}.$$

Nótese que la paridad para $\mathcal{H}_1$ y $\mathcal{H}_2$ esta dada por

$$(-1)^{\lambda_1 + \alpha} \quad y \quad (-1)^{\lambda_2 - \alpha} \tag{3.53}$$

respectivamente.

Como es conocido, el carácter entero o semientero de los eigemvalores del momento angular, se concluye de las relaciones de conmutación y útilizando las operadores de ascenso y descenso.

Definiendo $\Lambda_{x,y,z}$ (ii) se puede tener

$$[\Lambda_x, \Lambda_y] = i\Lambda_z \, , \; [\Lambda_y, \Lambda_z] = i\Lambda_x \, , \; [\Lambda_z, \Lambda_x] = i\Lambda_y$$

y definiendo operadores de asecenso y descenso $\Lambda_\pm = \Lambda_x \pm i\Lambda_y$ (3.54) podría pensarse en un razonamiento semejante al ya conocido para L^2 y concluir que los eigenvalores λ deben ser enteros o semienteros. Esto singnificaría una contradicción con los cálculos de este trabajo.

Para explicar porqué este último no es posible, debemos hacer para Λ_α las siguiente diferencia:

a) Λ_α define operadores diferenciales y (3.100) son simples identidades entre ellos

b) Λ_α define operadores sobre un espacio de Hilbert $\mathcal{H}$, que satisfacen las colaciones de conmutación (3.100).

En el caso b) $\Lambda_{x,y,z}$ operan sobre funciones cuadradointegrables con la condición de que las funciones que resultan también lo sean. En el caso a) no hace falta tal condición.

Se puede demostrar (ii) que los operadores $\Lambda_\pm$ corresponden al caso a), lo cual elimina la posibilidad del razonamiento mencionado.

El efecto Bhom-Ahoranov sobre el átomo de hidrógeno consiste en una alteración de los eigenvalores de momento angular y su componente Λ_z, cambios en el espectro de energía y la función de onda, que desapareden cuando el flujo magnético ϕ_B se cuantiza como en la ecuación (3.12)

Sin embargo, los flujos cuantizados aparecen solo en super conductores, por lo cual podemos asegurar que el Bhom-Ahoranov es observable.

C A P I T U L O IV

Introducción a la parte Filosófica.

El efecto a-b llama la atención sobre el carácter local o no-local de la teorías físicas, sin embargo, una revisión de - la literatura sobre este afecto, demustra que el problema plan teado no solo no ha sido resuelto, sino que en gran medida nisiquiera se aquilata la necesidad de resolverlo. Oscureciéndo se aún mas el tema, por el carácter supuestamente acausal de - la mecánica cuántica.

El problema oscila en tomo a: si las teorías deben o no-ser locales y a si debemos preguntarnos por la causa que provoca al efecto. Procuraremos demostrar que el fondo de estos problemas se encuentra en la corriente filosófica que se maneje y partiremos de una conclusión obtenida de la revisión sobre la literatura del efecto a-b:

Que no hay argumentos puramente físicos de fondo que respalden ya sea a la localidad, no-localidad o acausalidad en las teorías.

Trataremos de analizar el efecto a-b a la luz del neopositivismo, del Materialismo Dialéctico y posteriormente compararemos algunas perspectivas de desarrollo a futuro y algo de la riqueza conceptual que cada corriente inyecta al análisis del problema.

Partimos del entendido de que es imposible abandonar a la filosofía en el estudio de la Física y no se considera negativo el que así sea, sino estrictamente necesario.

No se pretende ser ecléctico, pues las conclusiones finales de este trabajo habrán de selecionar entre alguna de las_ dos posibilidades que se abren a raíz del problema fundamental de la filosofía, Idealismo o Materialismo.

Todos los puntos anteriores se contemplan en el capítulo cuarto de este trabajo. Para entender el análisis que allí se hace con base en el Materialismo Dialéctico es aconsejable leer antes el apéndice que habla de la Dialéctica Materialista. Mientras que para entender el análisis que se hace en el mismo capítulo, pero con base en el Neopositivismo, es recomendable leer el apéndice que se refiere a las raíces históricas del operacionalismo en el efecto a-b. Para quién considera manejar el material contenido en los apéndices, - puede leer directamente el capítulo cuarto.

Al hacer este trabajo, entendemos por filosofía la forma de la conciencia social que representa el sistema de los conceptos mas generales acerca del mundo y del lugar que el hombre ocupa en el.

Entenderemos por causa y efecto la categorías filosóficas que unidas nos indican un nexo necesariamente existente- entre los objetos actuales, como resultado de otros que lo - atencedieron, de forma que tambien los presentes dan lugar a otros objetos y fenómenos en el futuro. A esto se le llama- una relación causal. Si existe la causalidad en el sentido- anterior, aseguramos en forma universal, un nexo regular existente entre todos los fenómenos de manera que estos se condicionan entre si, a esto le llamamos determinismo.

Causalidad llamamos al vínculo objetivo entre un grupo- de fenómenos y otro; determinismo es un resultado universal- de la existencia de la causalidad.

Consideramos determinismo mecanista aquel que afirma que a un estado dado de cosas le sigue siempre solo otro estado - determinado (en forma exclusiva).

Por mecanicismo entendemos la corriente filosófica que pretende reducir cualquier forma de movimiento mas complejo a otra forma mas sencilla. Ejemplo, la forma de movimiento social, a la biológica, esta a la Química etc. ...

I.- ALGUNAS AFIRMACIONES IDEALISTAS DE INTERES.

Durante el siglo pasado se desarrolló una corriente filosófica que hoy llamamos positivismo y que considera que los problemas de la filosofía no son los que la ocuparon a través de tantos siglos, sino aquellos que no salen del marco del conocimiento de los datos experimentales de la ciencia.

Además, consideraban que el hombre no puede establecer en base a la experiencia, el carácter objetivo de los fenómenos y los objetos.

Vemos así, que su concepto de experiencia niega la existencia de una realidad objetiva.

Posteriormente se desarrolló otra corriente filosófica que llamamos neopositivismo, y que considera como tarea de la filosofía el estudio de la estructura lógica de las teorías científicas, dilucidar como se elaboran las tesis de la ciencia, cual es la relación lógica entre ellas, analizar el lenguaje de la ciencia (las palabras, símbolos etc....). En opinión de ésta corriente, se puede establecer la veracidad o falsedad de unas u otras tesis comparándolas con los hechos de la experiencia, y entienden por hechos, determinados estados de conciencia del hombre, como las sensaciones, representaciones etc. .

Podemos observar, que el positivismo y el neopositivismo no difieren mucho en su concepto de experiencia. Ese criterio nos permite relacionar a ambos con el idealismo, pues llevan a considerar como primordial a la conciencia.

Adémas de las dos corrientes ya citadas, existe otra que resulta ser una variedad del positivismo, la doctrina de Ernest Mach llamada empiriocritismo, que sostenía que el individuo con conciencia y el mundo exterior eran un todo indisoluble - que él llamaba complejo de sensaciones. El carácter también idealista y sus afirmaciones centrales quedan mas claras en - uno de los apéndices.

Las tres teorías que hemos descrito se esmeran en criticar el principio de causalidad, y por la importancia que esto reviste, nos detendremos ampliamente en este aspecto.

Aunque anterior a estas corrientes, pero padre de la acausalidad, como ahora la conocemos, citaremos la opinión de - Hume;

"Cuando contemplamos los objetos exteriores que están a nuestro alrededor ... nunca podemos, en ningún caso descubrir algún poder ... hallamos solamente que, en efecto, uno sigue realmente a otro". Más adelante dice: "No se observa, particularmente, ningún atributo perteneciente a la causa, al que se pueda llamar con justicia ' poder ' de producir el efecto". Como conclusión añade: "No vemos la producción de un hecho por el otro, no tenemos, pues, experiencia sensorial de un poder en virtud del cual la causa produce efecto". (1)

En resumen, para Hume no hay evidencia empírica de la - causa y del efecto, por consiguiente debemos deshecharla.

(1) Guía de la Filosofía, C.E.M. Joad, pag. 180-181, Editorial Losada S.A. Buenos Aires.

Pearson, perteneciente a la corriente empirocriticista: escribía:

"Las leyes de la naturaleza son más bien producto del - del espíritu humano que de los hechos del mundo exterior". (2)

"Los libros de texto nos dicen que A es causa de B, si A va necesariamente seguida de B. Esta noción de ' necesidad ' parece ser puramamente antropomórifica, y no se basa en nada- que no sea una característica verificable del mundo". (3)

A propósito de la difracción de los electrones en el experimento de la doble rendija, en que tapando una de ellas se obtiene un patrón y estando las dos abiertas se produce otro- patrón de difracción diferente; Reichenbach, que es neopositivista, comenta: " ... la trayectoria del otro la lado de la - hendidura escogida por la partícula recibirá la influencia de la otra hendidura; la partícula sabe, por así decir, si la otra hendidura está abierta o no, es aquí donde la interpretación corpuscular llega a una anomalía causal, esto es, a una- violación de las leyes ordinarias de la causalidad". Y más - adelante agrega, " este resulatado se encuentra formulado en- un principio de anomalía, que puede derivarse de los fundamentos de la mecánica". (4)

Cabe agregar que aquí Reichenbach utiliza la interpretación ortodoxa de la mecánica cuántica.

(2).- Física Contemporanéa y Materealismo Dialéctico, Bitsakis, pag. 151, Ediciones de Cultura popular.

(3).- Fundamentos de Filosofía, B. Rusell, pag. 247, Plaza & Janés.

(4).- La Filosofía Cientifíca, Hans Reichenbach, pag. 193, Fondo de Cultura Económica.

Al igual que Hume y Rusell, Reichenbach piensa que la causalidad es fruto de la conciencia humana: " ... la idea de una especie de resorte oculto, que el efecto tiene que suceder a la causa, es antropomórfica en su orígen y prescindible. (5)

En su libro, la Filosofía Científica, Reichenbach asegura que de las relaciones de Heisenberg se concluye la imposibilidad de una interpretación causal y solo acepta la presencia de la probabilidad en las leyes físicas, para las cuales reconoce que "Las leyes de la probabilidad son leyes que tienen excepciones que representan un porcentaje regular de cosas". (6)

Cabría preguntarse si es la física moderna la que demuestra la invalidez de la causalidad como resultado de su aparato matemático, o si los físicos han introducido subrepticiamente ese carácter acausal por medio de sus interpretaciones, influenciados por corrientes notoriamente ligadas al idealismo.

Es primordial para este trabajo, partir de que la filosofía idealista es la que introduce acausalidad en la teoría física y no esta última la que da tal arma a la primera. Para demostrar que en este supuesto nos asiste la razón, analizaremos los comentarios de Rusell sobre la percepción de una fuerte luz: "Todo lo que no es dable descubrir es : a) un grupo de sucesos que irradían de un centro (sea para mayor precisión los sucesos que constituyen una onda luminosa) y que se atribuyen hipotéticamente a una causa en dicho centro; b) grupos de sucesos más o menos similares, otras veces relacionados con los del primer grupo, según las leyes de la física y por consiguiente atribuídos a veces a la primera causa hipotética.

(5).- Ibid pag. 166.

(6).- Ibid pag. 167.

Pero todo ello debiéramos suponerlo constituido por series de grupos de acontecimientos relacionados por leyes verificables. Estas series podríamos definirlas con la palabra materia. Si es que existe materia en cualquier otro sentido, nadie puede decirlo" (7)

Nótese el carácter idealista de la afirmación de Rusell, - pues para él, la materia es fruto de las percepciones del espíritu.

En general, la epistemología idealista no acepta la existencia de una realidad objetiva. Solo acepta un conocimiento - basado en sensaciones, sin sustancia que lo respalda.

De allí se concluye que, al no haber sustancia objetiva ni relaciones entre objetos independientes de la conciencia, no - puede haber causalidad como nexo objetivo.

Si en cambio lo único existente es la experiencia subjetiva, puede afirmarse que la causalidad tiene un carácter subjetivo y es una condición impuesta arbitrariamente por el sujeto, - como tal, es prescindible si llega a ser innecesaria.

De aquí queda claro porqué, ante los problemas de la causalidad mecanista frente a la física moderna, estos filósofos - abrazaron de inmediato la acausalidad.

Pasamos a sintetizar las afirmaciones idealistas ya descritas.

(7) Fundamentos de Filosofía, B. Rusell,
Pag. 252, 253. Plaza & Janés.

I.- La filosofía estudia la estructura lógica y el lenguaje de las ciencias, no crea conocimiento concreto nuevo, solo analiza el que ya crearon las ciencias.

II.- La experiencia son hechos o estados de la conciencia, que no nos permiten hablar de la materia como objetos fuera de nosotros.

III.- Dada una proposición, su verdad es verificable en base a hechos observables y medibles, pero como estos son estados de la ciencia, es necesario agregar criterios de validez del razonamiento empleado, coherencia lógica tec ... , para poder diferenciar de estados de conciencia carentes de sentido.

IV.- La causalidad es una relación que impone el espíritu sobre los fenómenos para ordenarlos, por lo que es una relación subjetiva.

II.- ANALISIS DEL EFECTO A-B EN BASE A AFIRMACIONES IDEALISTAS

En el capítulo II presentamos el efecto A-B en la doble rendija; este fenómeno ya fue observado en el laboratorio y concuerada com lo predicho por los cálculos. Trataremos de analizarlo a la luz del idealismo.

I.- Dada la primera de las afirmaciones idealistas anteriores, la filosofía soló estudia la estructura lógica y la validez del proceso seguido en dicho capítulo, sin aventurar nada más por no ser otra la función de la filosofía.

II.- Dada la segunda afirmación, diremos que el proceso lógico seguido en tal capítulo es una serie de estados de la conciencia, que predicen un resultado acorde con un hecho observadc en el laboratorio, es decir, acorde con otro estado de la conciencia que podemos llamar vivencia.

III.- En base a la tercera afirmación podemos abundar sobre la primera y decir que en base a :

a).- El carácter lógico correcto de las matemáticas empleadas en el capítulo II.

b).- El carácter probadamente correcto de la ecuación de Schrodinger en la predicción del comportamiento de los electrones.

c).- La afirmación expuesta en II .

Podemos dar el visto bueno al estudio allí desarrollado y aceptarlo como verdadero.

IV.- Podemos concluir de la cuarta afirmación que el efecto A-B es una muestra más del carácter acausal de la mecánica cuántica y que preguntar si la causa son los campos o los potenciales, carecen de sentido.

V.- Volviendo a la segunda afirmación y a III, podemos considerar a las teorías locales y a las no-locales como distintos lenguajes lógicos correctos que llegan a la misma conclusión, por lo cual, ambos tipos de teorías son aceptables.

En base al análisis anterior, podemos concluir que el problema del efecto A-B está concluído y terminado. En cuanto a lo relacionado con las pretensiones de Bhom y Aharonov, si se desea abundar en la localidad y no-localidad, deberá ser en base a nuevas experiencias que permitan encontrar error en alguna de las dos tendencias.

III.- ALGUNAS AFIRMACIONES MATERIALISTAS DIALECTICAS DE INTERES.

Mientras la mecánica cuántica se desarrollaba exitosamente, los aspectos conceptuales de ella eran relegados al olvido por la mayor parte de los físicos. Así, el carácter positivista que envolvía a esta teoría queda incólume durante muchos años. Pasada la segunda guerra mundial, los hombres de ciencia tuvieron tiempo de volver a las bases de la física moderna, y las concepciones filosóficas positivistas empezaron a ser gradualmente combatidas por un número creciente de físicos. Poco a poco se fue haciendo evidente que las diferencias conceptuales que aparecían en las discusiones, son respaldadas por dos corrientes filosóficas opuestas; el neopositivismo, empiriocriticismo e idealismo por una parte y algunas formas de materialismo por otro. El efecto A-B no escapa a dicha diferencia conceptual y ya ha sido analisado a la luz del idealismo. Sentaremos ahora las bases para después analizarlo con base en el m aterialismo dialéctico.

Empezaremos por analizar a Mario Bunge que, sin ser un exponente del materialismo dialéctico, ha desarrollado algunas afirmaciones de interés en torno al determinismo y la caudalidad: " ... conexión constante y unívoca entre cosas o acontecimientos, o entre estados o cualidades de las cosas, así como entre los objetos ideales" (8) , tal es su opinión en torno al determinismo.

Lenin presenta mediante la siguiente cita de Engels el carácter dialéctico del mundo causal:

(8).- Causalidad, Bunge, Pag. 19 Ed. Universitaria de Buenos Aires.

La causa y el efecto son representaciones que solo rigen como tales en su aplicación al caso aislado, pero que, examinado - el caso aislado en su concatenación general con la imagén total del universo, convergen y se difluyen en la idea de la con catenación universal en que las causas y los efectos cambian - constantemente de sitio y en lo que ahora y aquí es efecto. - adquiere luego allí carácter de causa, y viceversa". (9)

Engels al referirse a la imagen total del universo acepta una realidad objetiva, tal es la tesis fundamental en que se - basa el materialismo; he aquí el porqué es una filosofía contrá ria al neopositivismo.

En base a lo anterior, Bitsakis nos presenta un panorama causal de la física; "Las interacciones aparecen cada vez más como propiedades inherentes a la materia y unidas orgánicamen te a su movimiento segúnla concepción del materialismo dialéctico. Una carga eléctrica sufre la influencia del campo electromagnético, pero a su vez reacciona sobre el campo y la modi fica. Por otra parte el campo gravitacional crea su propio - campo gravitacional , aunque sumamente débil, y reacciona sobre la fuerza que lo creó. Causa y efecto, efecto que se convierte en causa, líneas causales que se entrecruzan y se determinan - mutuamente, conexión universal de las formas de la materia, - tal es la imagen que la física descubre cada vez más concretamente a medida que va penetrando en las profundidades de la - materia". (10)

(9).- Mat. y Emp., Lenin, Pag. 159
Ed. Progreso Moscú.

(10).- Física Contemporanea y Materialismo Dialéctico, Bitsakis, pag. 170, Ediciones de Cultura Popular.

Bitsakis utiliza el lenguaje de los campos para expresar el carácter causal y dialéctico del mundo. ¿ Pero que sucede-si hay efectos donde los campos son cero ? El efecto A-B es-de este tipo.

Reichenbach argumenta la desaparición del determinismo - en base a la aparición de leyes estadísticas en la física. Analizaremos ahora el concepto según el materialismo dialéc - tico.

Para Bistsakis "El azar en un concepto científico. Las - leyes del azar son leyes precisas, con su formalismo propio - (teoría de las probabilidades, estadística). El azar expresa la determinación múltiple de cada estado que se realiza en la naturaleza ... Sus leyes son objetivas en el sentido de que-describen situaciones que se realizan en la naturaleza (difra cción de partículas, radioactividad, emisión de radiación, - etc. ...)", respecto al orígen del azar nos dice, "La mecáni ca cuántica no existía en los tiempos de Lenin. Pero muchos-físicos procuran hoy expresar las leyes del azar a nivel - cuántico, como un fruto de interacciones ocultas, sometidas-a las leyes dinámicas;aunque no se haya realizado su objetivo es un hecho que lo que se presenta como azar es el producto - de interacciones múltiples que operan con el mismo nivel o en niveles diferentes. Lo necesario se expresa tambien aquí bajo la forma de azar". (11) Primero acepta la existencia de una-realidad objetiva, enseguida le reconoce determinación múlti-ple (una gran cantidad de causas) y por último considera el-azar como fruto de esa multideterminación. La probabilidad - y la estadística resultan entonces un formalismo matemático que estudia las determinaciones múltiples.

(11).- Ibid pag. 171.

En términos materialistas puede considerarse caduco al determinismo mecanicista y al concepto de causalidad en el sentido Laplaciano, lo cual no quiere decir que deba abrazarse la acausalidad y el indeterminismo neopositivistas.

Hay quienes, como Bunge, pretenden que la causalidad puede no tener importancia pero sosteiene la necesidad de no abandonar el determinismo, un nuevo tipo de determinismo que incluya las leyes estadísticas.

Por otra parte hay quienes aceptan la pérdidade determinismo pero sostienen la de la causalidad. Aquí consideramos a ambos estrictamente ligados, en el sentido descrito en la introducción. Sobre esta base terminaremos de fundamentar la presencia de la causalidad y del nexo entre grupos de fenómenos, con lo cual se asegura automáticamente la concexión universal, es decir, el determinismo.

Volviendo sobre las leyes del azar, tomaremos la opinión de Bitsakis en cuanto a la diferencia entre leyes dinámicas y estadísticas; "Las leyes dinámicas reflejan fenómenos más puros que las leyes estadísticas. Expresan un aspecto, un lado solamente de la realidad, mientras que las leyes estadísticas abarcan los fenómenos en los que intervienen una multitud de factores y cuyo resultado final es el fenómeno aleatorio." (12)

El materialismo dialéctico considera que las leyes probabilistas son objetivas en el sentido de que describen fenómenos objetivos, independientes de nuestro conocimiento y de nuestros formalismos matemáticos.

(12).- Ibid Pag. 174.

Expondremos ahora cual es la secuencia lógica entre la causalidad simplista que da orígen al determinismo mecanista y la causalidad múltiple que da orígen a las multideterminaciones de la leyes estadísticas.

De acuerdo a la lógica formal y su principiode tercero excluido, la causalidad de la física clásica es correcta o es falsa. Pero esta última posibilidad es la escogida por el idelismo y si el materialismo critica la primera, es claro que su respuesta deberá salirse del marco formal anterior. Si un materialismo no es dialéctico, no podrá salirse del cerco que le pone la física clásica, así pues, las afirmaciones de Lenin, Engels, Bitsakis y otros, pueden encuadrarse solo como una negación dialéctica de la causalidad clásica, que como fruto de dicha negación, da lugar a un nuevo concepto de causalidad resultante de una lucha de contrarios entre dos categorías dialécticas, la necesidad y la casualidad.

"La necesidad es un anexo estable y esencial de los fenómenos, procesos, objetos y realidades, condicionando por todo el curso precedente de su desarrollo". (13)

"Lo casual es lo que, en unas condiciones concretas, puede tener lugar y puede no tenerlugar ..." (14)

En mecánica estádistica por ejemplo, dado un sistema en equilibrio estádistico, si aumenta el número de partículas aumenta el número de hechos causales, a su vez, esto provoca la disminución dispersiva en los valores de las magnitudes físicas, aumenta la necesidad.

(13).- Fundamentos de Filosofía Marxista-Leninistas, Academia de ciencias de la URSS, Editorial Progreso Moscú, Pag. 181

(14) Ibid pag. 181.

Antes de resumir las afirmaciones ya vertidas, explicaremos ligeramente el carácter de lo ontológico en el materialismo dialéctico. Para este lo primario es la matería, y cuando esta altamente organizada produce la conciencia, el hombre puede conocer la naturaleza desarrollando una actividad que involucra dos contrarios dialécticos, la actividad sensorial y la racional. Ahora sintetizaremos las afirmaciones del materialismo dialéctico para pasar a analizar el efecto A-B en base a ellas.

I.- La materia forma la realidad objetiva, independiente de nosotros, que, altamente organizada, da lugar a la conciencia.

II.- La naturaleza es dialéctica y eso produce que el conocimiento también lo sea.

III.- La causalidad mecanicista es un caso particular de la contradicción dialéctica existente entre casualidad y necesidad.

IV.- El determinismo mecanicista es un inicio histórico del conocimiento físico, pero una negación dialéctica nos lleva a concebir la concatenación universal de las multideterminaciones.

V.- En las leyes dinámicas predomina la necesidad y en las leyes estadísticas la casualidad.

IV.- INTERPRETACION DEL EFECTO A-B EN BASE A LAS AFIRMACIONES MATERIALISTAS DIALECTICAS.

I).- De la primera y segunda afirmación se concluye que la teoría cuántica y su tratamiento del efecto A-B, deben tener una contraparte teórica para cada elemento de la realidad.

II).- Si la naturaleza es causal y determinista en el sentido vertido por la tercera y cuarta afirmación, la teoría cuántica y su explicación del efecto A-B, deben serlo tambíen, para ir acorde con (I).

III).- La explicación causal que se dé, no necesariamente de ben ser leyes dinámicas (como la segúnda ley de Newtón y la fuerza de Lorentz). Pueden ser un sin número de causas que obl iga a trabajar estadísticamente.

De todo esto se concluye que el efecto A-B debe ser una - causa que obliga a decidir entre campos electromagnéticos o po tenciales, lo cual lleva necesariamente a decidir entre teorías locales o no locales.

Se concluye tambíén, que si se escoge por las teorías loca les, eso implicará necesariamente la interpretación de los potenciales, como entre reales objetivos.

Toda teoría no-local incluye una propagación infinita dela información; en base a la primera y segunda afirmación se - concluye que no puede haber propagación de la información por mediosno materiales, esto significa que una causa se relaciona con su efecto vía una perturbación material que se propaga en el espacio don una velocidad determinada que, si se considera infinita, viola el principio de constancia de la velocidad de la luz, sostenido por la relatividad especial, teoría que afir ma que la velocidad mayor, es la de la luz.

Cualquier solución a la disyuntiva anterior, que pretenda diferenciar entre perturbación material y propagación de - la información, a la que no es aplicable la afirmación del pá rrafo anterior, es una solución idealista que no es acorde con el materialismo, y por lo tanto resulta inaceptable para este.

En resúmen, desde el punto de vista del materialismo dialécti co, el efecto A-B no ha sido resuelto, debe buscarse un mecanismo causal entre campos y efecto, o bien entre potencialesy efecto, que no tiene por que ser una ley dinámica. Y a la luz del materialismo dialéctico, y del desarrollo actual de -

la física, la localidad es mejor camino por no contradecir a - la teoría de la relatividad, por lo tanto, se hace necesario - reconocer un carácter real de los potenciales en los términos vertidos arriba.

V.- COMPARACION DE LAS INTERPRETACIONES IDEALISTAS Y MATERIALISTA DIALECTICA DEL EFECTO A - B.

Procedemos a comparar las afirmaciones de ambas corrientes con respecto al análisis ya hecho del efecto A-B.

Las conclusiones idealistas consideran inútil buscar causa para el efecto; materialistamente se considera que sí debe haberla.

Según las conclusiones idealistas, tan aceptables son las teorías locales como las no-locales; el materialismo dialéctico obliga a seleccionar entre alguna de ellas.

Para el idealismo no hay nexo necesario en el efecto A-B; para el materialismo si lo hay, solo que hay que investigarlo.

En síntesis, para el idealismo, en el efecto A-B todo detalle conceptual está finiquitado; el estudio ya hecho es correcto y conceptualmente coherente y completo de acuerdo a los hechos observables actuales. Para el materialismo dialéctico no es así, el problema esta apenas planteado y hace falta investigación al respecto, a su vez marca pautas a seguir;

De acuerdo al estado de cosas actual, la causa son los - campos o bien los potenciales. Si se opta por los primeros, deberá resolverse la contradicción con la relatividad especial, si se opta por los potenciales, deberá dársele interpretación - física como parte de la realidad. En cualquier sentido que se abunde, las leyes podrían ser estádisticas, sin que eso sig - nifique menoscabo en la calidad de la respuesta.

Podemos concluir que, al igual que en el caso de la inter pretación de la función de onda; en el efecto A-B el idealismo cierra todos los caminos y acepta que todo esta bien. El mate rialismo en cambio opina lo contrario y señala la necesidad de investigación.

Las modalidades del idealismo (positivismo, empiriocriticismo y neopositivismo) que cuando nacieron llevaron a dudar - de la física clásica y prepararon (en cierta medida) el cami no para la física moderna, ha perdido su carácter revolucionario convirtiéndose en simples defensores de las estructuras - científicas actuales. El materialismo dialéctico es una filo sofía mas apropiada para la mente investigadora que desea respuestas más profundas.

C O N C L U S I O N E S .

En este trabajo ha sido presentado el efecto Bhom-Aharonov en difracción y estados ligados, de donde puede concluirse que es un efecto general en mecánica cuántica.

Ha quedado continuamente claro que es un efecto estricta mente mecánico cuántico sin contraparte clásica.

Dependiendo del sistema físico de que se trate, el efecto puede consistir de un cambio en el patrón de difracción o depr esión; una alteración en los eigenvalores del momento angular, del espectro de energía, de la función de onda etc.

En todos los casos el efecto deja de ser observable cuando - el flujo está cuantizado; pero podemos asegurar la existencia- del efecto, ya que flujos cuantizado solo aparecen en supercon ductores.

En todas las casos la partícula está restringida a una - región múltiplemente conexa, por lo cual son inoperantes los argumentos comunes que respaldan el univaluamiento de la fun - ción de onda.

La importancia del efecto reside en la pregunta ¿Que cau-sa provoca el efecto A-B?. Ante lo cual se abren tres opcio-nes:

I).- La causa son los potenciales.

II).- La causa son los campos.

III).- No hay causa, pues la mecánica cuántica es acausal.

Hemos concluído que actualmente no hay argumentos puramente físicos que respalden alguna de estas posiciones y hubo necesidad de recurrir a un análisis filosófico, del cual resultó:

a).- Que desde el punto de vista materialista la dialéctica las teorías deben ser causales, por lo que hace falta contestar a la pregunta en base a teorías locales.

b).- Que desde el punto de vista idealista no hace falta buscar causalidad alguna y el desarrollo actual del efecto es correcto y suficiente.

c).- Que el idealismo cierra los caminos de investigación, mientras que el Materialismo Dialéctico los abre y da pautas a seguir.

Podemos concluir que este problema filosófico no es propio de este solo efecto, sino común a toda la física moderna.

A P E N D I C E I

TRANSFORMACION DE NORMA EN MECANICA CUANTICA.

En electrodinámica clásica se demuestra que los campos - electromagnéticos son invariantes ante una transformación de- los potenciales como la siguiente;

$$\bar{A}' = \bar{A} + \nabla f$$

$$\phi' = \phi - \frac{1}{c}\frac{\partial f}{\partial t} \tag{I.1}$$

es decir, para los potenciales $(\bar{A},\phi)$ y $(\bar{A}',\phi')$ se tienen los mismos efectos físicos, que son provocados por $\bar{E}$ y $\bar{B}$. Esta - propiedad clásica es llamada invarionza de norma.

Veremos como se extiende esto al contexto de la mecánica cuántica. Sea Ω el operador unitario definido en la representación de Schrodinger, tal que

$$\Omega\psi(\bar{x},t) = e^{i\frac{e}{\hbar c}f(\bar{x},t)}\psi(\bar{x},t) = \psi_\Omega(\bar{x},t), \tag{I.2}$$

donde $f(\bar{x},t)$ es una función real, arbitraria y diferenciable.

Ante esta transformación, cualquier operador $\hat{O}$ se transforma como $\Omega\hat{O}\Omega^{-1}$. En particular la ecuación de Schrodinger $\hat{H}\psi = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi$ se transforma en

$$\Omega\hat{H}\Omega^{-1}\psi_\Omega = \Omega i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Omega^{-1}\psi_\Omega \tag{I.3}$$

donde, en presencia de un campo electromagnético

$$\hat{H} = \frac{1}{2m}\left(-i\hbar\nabla - \frac{e}{c}\bar{A}\right)^2 + e\phi \tag{I.4}$$

Desarrollando en (I.3) las operaciones que los operadores indican, se obtiene

$$\frac{1}{2m}\left(-i\hbar\nabla-\frac{e}{c}A-\frac{e}{c}\nabla f\right)^2\psi_a+e\left(\phi-\frac{1}{c}\frac{\partial f}{\partial t}\right)\psi_a=i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi_a$$

(1.5)

Podemos concluir que la transformación (I.2) en mecánica cuántica es equivalente a la transformación (I.1) de la electrodinámica clásica. Siendo unitaria (I.2), no afecta la descripción física que la teoría de Schrodinger de da de un sistema cuántico, por lo tanto, la teoría es invariante de norma.

Un aspecto importante para este trabajo, es precisar que la función $f(\bar{x},t)$ que aparece en (I.1), debe ser univaluada.

Para ello considérese la primera de las ecuaciones (I.1) e intégrese sobre un contorno cerrado

$$\oint \bar{A}'\cdot d\bar{r} = \oint \bar{A}\cdot d\bar{r} + f(P+2\pi) - f(P),$$

(1.6)

usando el teorema de Stokes se obtiene

$$\int_S \nabla\times\bar{A}'\cdot\hat{n}\,ds = \int \nabla\times\bar{A}\cdot\hat{n}\,ds + f(P+2\pi) - f(P)$$

y como el flujo magnético debe ser invariante ante (I.1), se - debe tener

$$f(P) = f(P+2\pi),$$

(1.7)

es decir, que f es univaluada.

APENDICE II

POTENCIAL VECTORIAL PARA UN SOLENOIDE INFINITO CON CORRIENTE CONSTANTE.

1.- Planeamiento del problema

Sea $\nabla\times\bar{A}$ en coordenadas cilíndricas,

$$\nabla\times\bar{A}=\frac{\hat{r}}{r}\left(\frac{\partial A_z}{\partial\varphi}-\frac{\partial rA_\varphi}{\partial z}\right)+\hat{\varphi}\left(\frac{\partial A_r}{\partial z}-\frac{\partial A_z}{\partial r}\right)+\hat{z}\left(\frac{\partial rA_\varphi}{\partial r}-\frac{\partial A_r}{\partial\varphi}\right) \qquad (\mathrm{II}.1)$$

Supondremos un solenoide infinito cuyo eje coincide con el eje y que conduce corriente constante,

II

Sea I la región interior al cilindro y II la región exterior, entonces

$$\nabla\times\bar{A}=\begin{cases}(0,0,B) & \text{en I}\\ (0,0,0) & \text{en II},\end{cases} \qquad (\mathrm{II}.2)$$

es decir que

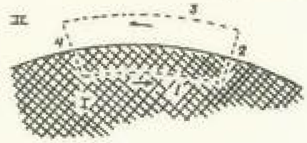
$$\frac{\partial A_z}{\partial\varphi}=\frac{\partial rA_\varphi}{\partial z}\,;\;\frac{\partial A_r}{\partial z}=\frac{\partial A_z}{\partial r}\,;\;\frac{\partial rA_\varphi}{\partial r}-\frac{\partial A_r}{\partial\varphi}=\begin{cases}+B & \text{en I}\\ 0 & \text{en II}.\end{cases} \qquad (\mathrm{II}.3)$$

por simetría en φ y Z supondremos

$$A_r=A_z=0 \qquad (\mathrm{II}.4)$$

por lo cual, solo la tercera ecuación da información.

Denotando como $\overset{<}{A}_{\varphi}$ y $\overset{>}{A}_{\varphi}$ el potencial en I y II respe ctivamente podemos establecer las condiciones de frontera. para ello considérese la trayectoria de la figura,



sabemos que,

$$\oint \bar{A}\cdot d\bar{r} = \int_{S} \bar{B}\cdot \hat{n}\, da = \Phi_{B} \qquad (\text{II}.5)$$

es decir,

$$\int_{1} \overset{<}{A}_{\varphi}\cdot d\bar{r}_{1} + \int_{3} \overset{>}{A}_{\varphi}\cdot d\bar{r}_{3} + \int_{2,4} \bar{A}\cdot d\bar{r}_{2,4} = \Phi_{B} \qquad (\text{II}.6)$$

Haciendo tender a cero las trayectorias 2 y 4 tenemos $d\bar{r}_{3}=-d\bar{r}_{1}$ para obtener

$$\int_{1,3} (\overset{<}{A}_{\varphi}-\overset{>}{A}_{\varphi})\,d\bar{r}_{1} = 0 \quad \Rightarrow \overset{<}{A}_{\varphi} = \overset{>}{A}_{\varphi}, \qquad (\text{II}.7)$$

es decir, la condición de continuidad en $r=R$. Si agregamos la condición de que A sea finito oara $r<R$ podemos resolver la última de las ecuaciónes (II.3)

2.- Solución en la región II

$$\overset{>}{A}_{\varphi} + r\frac{d\overset{>}{A}_{\varphi}}{dr} = 0, \qquad (\text{II}.8)$$

multiplicado por $\frac{1}{r} e^{\int \frac{1}{r} dr}$ podemos obtener

$$\frac{d}{dr}\left[e^{\int \frac{1}{r} dr} A_{\varphi}^{>} \right] = 0 \qquad \text{(II.9)}$$

de donde finalmente se obtiene,

$$A_{\varphi}^{>} = \frac{\mathbb{C}}{r} \qquad \text{(II.10)}$$

3.- Solución en la región I.

$$\frac{dA_{\varphi}^{<}}{dr} + \frac{1}{r} A_{\varphi}^{<} = B$$

multiplicado por $e^{\int \frac{1}{r} dr}$ se obtiene

$$\frac{d}{dr}\left[e^{\int \frac{1}{r} dr} A_{\varphi}^{<} \right] = e^{\int \frac{1}{r} dr} B$$

$$\Rightarrow r A_{\varphi}^{<} = \int r B \, dr + \mathbb{C}' \qquad \text{(II.11)}$$

llevando a cabo la integración se puede obtener

$$A_{\varphi}^{<} = \frac{1}{2} B r + \frac{\mathbb{C}'}{r}$$

la condición de que $A_{\varphi}^{<}$ sea finito $\Rightarrow \mathbb{C}' = 0$ y tenemos,

$$A_{\varphi}^{<} = \frac{1}{2} B r \qquad \text{(II. 12)}$$

4.- Solución general para I y II

De la condición de continuidad se concluye

$$\mathbb{C} = \frac{1}{2} B R^2 = \frac{\Phi_B}{2\pi} \tag{II.13}$$

donde $\Phi_B = B\pi R^2$ finalmente tenemos,

$$A_\varphi = \begin{cases} \frac{1}{2} B r & \text{si } 0 \le r \le R \\ \frac{\Phi_B}{2\pi r} & \text{si } R < r. \end{cases} \tag{II.14}$$

A P E N D I C E III

LA FUNCION HIPERGEOMETRICA, E HIPERGEOMETRICA CONFLUENTE Y ALGUNAS DE SUS PROPIEDADES.

La ecuación hipergeométrica,

$$z(1-z)\frac{d^2F(z)}{dz^2}+\left[c-(a+b+1)z\right]\frac{dF(z)}{dz}-abF(z)=0 \qquad (\text{III.1})$$

puede ser resuelta por medio de series de potencias,

$$F(a,b,c;z)=\sum_{n=0}^{\infty} C_n z^n \qquad (\text{III.2})$$

cumpliéndose la relación de recurrencia,

$$C_n=\frac{(a+n-1)(b+n-1)}{n(c+n+1)}C_{n-1}\,. \qquad (\text{III.3})$$

Si C es un entero negativo, se obtiene la solución,

$${}_2F_1(a,b,c;z)=\frac{\Gamma(c)}{\Gamma(a)\Gamma(b)}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\Gamma(a+n)\Gamma(b+n)}{\Gamma(c+n)\Gamma(n+1)}z^n, \qquad (\text{III.4})$$

la notación ${}_2F_1$ significa que hay dos parámetros numerados "a" y "b", y un parámetro denominador "c". No se trata de una solución general, sino de una solución particular que permanece constante para $x = 0$. Por otra parte, la serie (III.4) converge solo para $|z|<1$.

Otra solución para (III.1), pero que se conduce como x^{1-c} para $x = 0$ es:

$$y=x^{1-c}\,{}_2F_1(1+a-c,1+b-c,2-c;x) \qquad (\text{III.5})$$

Una solución más, pero que se conduce como x^{-a} si $x \to \infty$ es:

$$y = x^{-a} {}_2F_1\left(a, 1+a-c, 1+a-b; \frac{1}{x}\right). \tag{III.6}$$

Puesto que la ecuación hipergeométrica es de segundo orden, puede tener solo dos soluciones linealmente independientes, es decir, las soluciones, (III.4), (III.5) y (III.6) no pueden ser independientes.

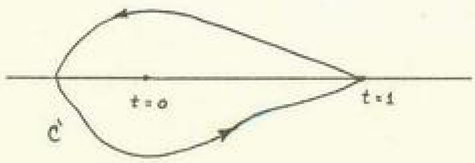
Si "a" o "b" son enteros negativos o nulos, la función (III.4) se reduce a un polinomio de grado "n" que puede representarse de la forma,

$$F(-n,b,c;z) = \frac{z^{1-c}(1-z)^{c+n-b}}{c(c+1)\cdots(c+n-1)} \frac{d^n\left[z^{c+n-1}(1-z)^{b-c}\right]}{dz^n} \tag{III.7}$$

La función hipergeométrica (III.4) puede ser definida también por medio de la representación integral,

$${}_2F_1(a,b,c;z) = -\frac{1}{2\pi i} \frac{\Gamma(1-a)\Gamma(c)}{\Gamma(c-a)} \oint_{C'} (-t)^{a-1}(1-t)^{c-a-1}(1-tz)^{-b}\, dt, \tag{III.8}$$

extendida sobre el contorno representado en la siguiente figura,



La importancia de las funciones hipergeométricas radica en que muchas de las funciones que aparecen en los problemas físicos son casos especiales de ellas, por ejemplo, las funciones de Legendre y los polinomios de Jacobi, además,

$$\lim_{b \to \infty} {}_2F_1(a,b,c;z) = {}_1F_1(a,c;z), \qquad (\text{III.9})$$

define la función hipergeométrica confluente que satisface la ecuación diferencial,

$$z^2\frac{d^2F}{dz^2} + (c-z)\frac{dF}{dz} - aF = 0 \qquad (\text{III.10})$$

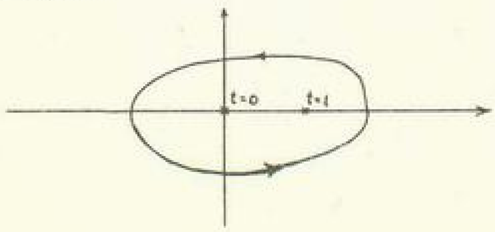
que tiene una singularidad en $Z = 0$ y otra en $Z = \infty$.

Para "c" entero la función hipergeométrica confluente puede representarse de las dos formas siguientes,

$$ {}_1F_1(a,c;z) = (c-1)!\frac{\Gamma(1+a-c)}{\Gamma(a)}\frac{1}{2\pi i}\oint dt\, t^{a-1}(t-1)^{c-a-1}e^{tz}, \qquad (\text{III.11})$$

$$ {}_1F_1(a,c;z) = (c-1)!\,z^{1-c}\frac{1}{2\pi i}\oint dt\,(t-1)^{-a}t^{a-c}e^{tz}, \qquad (\text{III.12})$$

de manera que ambas integrales se calculan sobre un contorno que contenga en su interior los puntos $t=0$, $t=1$ como lo indica la siguiente figura.



La función Bessel de órden "n" resulta ser un caso particular de la hipergeométrica confluente,

$$J_n(z) = \frac{1}{\Gamma(n+1)}\left(\frac{z}{2}\right)^n e^{iz}\, {}_1F_1(n+\tfrac{1}{2}, 2n+1; -2iz) \tag{III.13}$$

Los polinomios de Hermite de grado "n" se pueden escribir como sigue,

$$H_n(z) = 2^n\left[\frac{\Gamma(-\frac{1}{2})}{\Gamma(-\frac{n}{2})} z\, {}_1F_1(\tfrac{1-n}{2}, \tfrac{3}{2}; z^2) + \frac{\Gamma(\frac{1}{2})}{\Gamma(\frac{1-n}{2})}\, {}_1F_1(-\tfrac{n}{2}, \tfrac{1}{2}; z^2)\right] \tag{III.14}$$

Si "a" es un entero negativo, se obtienen los polinomios de Laguerre,

$$L_n^{\alpha}(z) = \frac{\Gamma(\alpha+n+1)}{n!\,\Gamma(\alpha+1)}\, {}_1F_1(-n, \alpha+1; z) \tag{III.15}$$

Otro caso particular es la función de Whittaker,

$$W_{k,m} = \frac{\Gamma(-2m)}{\Gamma(\frac{1}{2}-m-k)} U_1 + \frac{\Gamma(2m)}{\Gamma(\frac{1}{2}+m-k)} U_2, \tag{III.16}$$

donde,

$$U_1 = z^{m+\frac{1}{2}} e^{-\frac{z}{2}}\, {}_1F_1(m+\tfrac{1}{2}-k, 2m+1; z)$$

$$U_2 = z^{-m+\frac{1}{2}} e^{-\frac{z}{2}}\, {}_1F_1(-m+\tfrac{1}{2}-k, -2m+1; z) \tag{III.17}$$

son soluciones de la ecuación de Whittaker,

$$\frac{d^2U}{dz^2} + \left(-\frac{1}{4} + \frac{k}{z} + \frac{\frac{1}{4}-m^2}{z^2}\right) U = 0 \tag{III.18}$$

La ecuación asociada de Legendre,

$$(1-x^2)\frac{d^2f}{dx^2}-2x\frac{df}{dx}+\left[\lambda(\lambda+1)-\frac{\mu^2}{1-x^2}\right]f=0 \qquad \text{(III.19)}$$

cuyas soluciones son las funciones de Legendre, resulta ser un caso particular de la ecuación hipergeométrica.

Las funciones de Legendre se clasifican utilizando los parámetros λ y μ y se escriben,

$$P_\lambda^{\pm|\mu|}(x)=\frac{1}{\Gamma(1\mp\mu)}\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^{\pm\frac{|\mu|}{2}}{}_2F_1\left(-\lambda,\lambda+1,1\mp\mu;\frac{1-x}{2}\right) \qquad \text{(III.20)}$$

$$Q_\lambda^{\pm|\mu|}(x)=\pm\frac{\pi}{2\,\mathrm{sen}\,\mu\pi}\left[\cos\mu\pi\,P_\lambda^{\pm|\mu|}(x)-\frac{\Gamma(\lambda\pm\mu+1)}{\Gamma(\lambda\mp\mu+1)}P_\lambda^{\mp|\mu|}(x)\right]$$

La solución general de (III.19) es una combinación linéal de $P_\lambda^{+|\mu|}(x)$ y $Q_\lambda^{+|\mu|}(x)$ o bien de $P_\lambda^{-|\mu|}(x)$ y $Q_\lambda^{-|\mu|}(x)$.

La función $P_\lambda^{\mu}(x)$ es tal que

$$P_\lambda^{\mu}(1)=\begin{cases}0 & \text{si } \mu<0\\ \text{constante} & \text{si } \mu=0\\ \infty & \text{si } \mu>0\end{cases}\;;\quad P_\lambda^{\mu}(-1)=\begin{cases}\infty & \text{si } \mu<0\\ \text{constante} & \text{si } \mu=0\\ 0 & \text{si } \mu>0.\end{cases} \qquad \text{(III.21)}$$

esta función puede escribirse como sigue,

$$P_\lambda^{-\mu}(x)=\frac{\Gamma(\lambda-\mu+1)}{\Gamma(\lambda+\mu+1)}\left[\cos\mu\pi\,P_\lambda^{\mu}(x)-\frac{2}{\pi}\,\mathrm{sen}\,\mu\pi\,Q_\lambda^{\mu}(x)\right] \qquad \text{(III.22)}$$

Otras propiedades útiles de esta funcióna son :

$$P_\lambda^{-\mu}(-x)=\cos\pi(\lambda-\mu)\,P_\lambda^{-\mu}(x)-\frac{2}{\pi}\,\mathrm{sen}\,\pi(\lambda-\mu)\,Q_\lambda^{-\mu}(x) \qquad \text{(III.24)}$$

$$P_\lambda^{-\mu}(-x)=\cos\pi(\lambda-\mu)\,P_\lambda^{-\mu}(x)-\frac{\mathrm{sen}\,(\lambda-\mu)\pi}{\mathrm{sen}\,\mu\pi}\,\frac{\Gamma(1+\lambda-\mu)}{\Gamma(1+\lambda+\mu)}\,P_\lambda^{\mu}(x) \qquad \text{(III.25)}$$

Hemos supuesto que los parámetros λ y μ son números, reales, si hacemos las siguiente restricción, $\lambda, \mu \in \mathbb{Z}$,

la serie hipergeométrica se corta en un polinomio y se obtiene los polinomios asociados de Legendre; para $\mu = \phi$ tenemos los polinomios de Legendre.

Tomado de las referencias (4), (9), (11), (12), (13).

A P E N D I C E IV

RAICES FILOSOFICAS DEL OPERACIONALISMO EN EL EFECTO BHOM-AHARONOV

La teoría empiriocriticista de Mach es resumida por Lenin como sigue:

1).- Todo lo existente es declarado sensación,
2).- Las sensaciones son llamadas elementos,
3).- Los elementos son repartidos entre lo físico y lo síquico; lo síquico depende de los nervios del hombre y, en general, del organismo humano; lo físico no depende de dicho organismo;
4).- La concatenación de los elementos físicos y la de los elementos síquicos son declaradas inexistentes por separado la una de la otra; únicamente existen juntas;
5).- Sólo temporalmente puede haber abstracción de una u otra concatenación; ... (15)

El mismo Lenin establece la conexión que hay entre el razonamiento de Mach y el de Berkeley:
" ... Si los cuerpos son complejos de sensaciones, como dice Mach, o combinaciones de sensaciones, como afirmaba Berkeley de esto se deduce necesariamente que todo el mundo no es sino mi representación. Partiendo de tal premisa, no se puede deducir la existencia de más hombres que uno mismo: esto es solipsismo puro". (16)

(15).- V.I. Lenin, Materialismo y Empiriocriticismo, Progreso, Moscú pag. 50.
(16).- Ibid, pag. 337.

Las raíces de la filosófía que Mach proclamaba como propia y novedosa revela tener sus raíces en el antiguio idealismo de Berkeley, solo que de acuerdo a la presentación de Mach hay una contradicción y falta de consistencia evidente entre los puntos 1) y 3), pues si los elementos son sensaciones entonces todo lo que existe, necesariamente ligado a mis nervios pero luego separa los elementos en físicos y síquicos; - ¿Los elementos como sensaciones que son? ¿pueden existir fuera de mi organismo? ¿Hay sensaciones que mis nervios no registran?.

El problema aquí es que Mach da saltos de un idealismo puro en el punto 1) a una posición claramente materialista en el punto 3). Lenin resume la situación anterior como sigue:

"La primera premisa de la teoría del conocimiento es, indudablemente, que las sensaciones son el único origen de nuestros conocimientos. Reconociendo esta premisa, Mach embrolla la segunda premisa importante: la de la realidad objetiva que es dada al hombre en sus sensaciones o que es el origen de las sensaciones humanas." (17)

En cuanto a lo demás, se ve claro como la filosofía Machista no admite la necesidad de estudio antológico alguno y reconoce sólo la parte gnoseológica del problema ya que, como resume Lenin en su punto 4), la concatenación de los elementos físicos y síquicos no existen por sí solas, únicamente existen juntas, son lo mismo. Esta situación de la filosofía Machista, es idéntica a la del idealismo que pretende negar la parte antológica de la teoría del conocimiento.

(17).- Ibid Pag. 127.

Si negamos la parte ontológica de la Teoría del Conocimiento todo lo referente a la categoría de lo reflejo pierde sentido y pierde sentido el criterio de realidad e Einstein con el cual toda teoría debe cumplir, teniendo para cada elemento de realidad una contraparte en la teoría: sobre este tema se analizan las implicaciones que estó ha tenido en la física moderna y con ello el efecto Bhom-Aharenov, en otra en el capítulo cuarto del trabajo.

Lenin compara la forma en que los partidarios de Mach y el idealista Berkeley critican al materialismo:

"Los materialistas se nos dice, reconocen algo que es inconcebible e incognoscible: las 'cosas en si ' la materia ' fuera de la experiencia ',fuera de nuestro conocimiento. Caen en un verdadero misticismo, al admitir que hay algo de más allá, algo que se sale de los límites de la experiencia y del conocimiento. Cuando dicen que la materia, al obrar sobre losórganos de nuestros sentidos, suscita las sensaciones, los materialistas toman como base ' lo desconocido', la nada, pues ellos mismos declaran que nuestros sentidos son la única fuente del conocimiento". (18)

Compárese ahora con lo escrito por Berkeley en su obra " Tratamdo de los principios del conocimiento humano" editada en 1710, y citada por Lenin:

"Para todo el que examine los objetos del conocimiento humano es evidente que presentan, bien ideas realmente impresas en los sentidos, bien percibidas al atender a las emociones y el ejercicio de la mente, o bien, por último, ideas formadas con ayuda de la memoria y la imaginación ... " (19)

(18).- Ibid, Pag. 18.

(19).- Ibid, Pag. 18.

Nótese como ambas objeciones descansan sobre lo mismo, ¿Cúal objeción es la hecha por la filosofía de Mach y cual es la escrita por Berkeley? La primera objeción ciertamente originaria de la filosofía de Mach es igual a la de Barkeley, - con una separación en el tiempo ligeramente menor a los 300 - años.

La situación de la época de Lenin hasta nuestros días no ha variado. Sobre este tema escribe Bétsakis:

"Los positivistas de la actualidad utilizan por lo general una terminología mas sofisticada que los positivistas de la época de Lenin. Se dice que prefieren términos tomados del vocabulario de la ciencia contémporanea, como los términos, - datos, eventos, etc., en lugar de términos vulgares: ' sensaciones', Percepciones ','imágenes que ofrecen los órganos - sensoriales' , etc. Los nuevos términos aseguran la ' objetividad', a la cual, como a la 'lógica', invocan mucho más que- sus predeceseres. 'No aceptan los términos ' objeto ' en sus significación metafísica, es decir, materialiesta. Prefieren expresiones neutras, como " intermediarios cómodos ', acontecimientos físicos ', ' sensaciones ', ' posibilidades', 'relaciones ', ' potencialidad ' , etc. .

Los positivistas de nuestra época también quieren ' de - purar ' la filosofía de la ' metafísica ', es decir, de la acepstación de una realidad independiente del hombre: ...

De esta manera los positivistas se elevan por encima del materialismo y del idealismo, considerando el problema fundamental de la filosofía como un pseudo- problema". (20)

(20).- E. Bétsakis, Física Contemporánea, y Materialismo D. Pag. 50.

Para apoyar su afirmación Betsakis cita las opinones de Bertrand Rusell y Wittgenstein:

" ... Rusell se pregunta si puede concluir la existencia de otra cosa que no sea hard- data, a partir de la exiscia de los datos. El mismo no tiene duda acerca de la-existencia de estos datos ' inmediatos ' . Pero considera como inferencia falaz suponer que los objetos sensibles continuan existiendo cuando ya no son sensibles".

Para Wittgenstein, "el mundo es la totalidad de los acontecimientos (facts) no de las cosas' y ' los acontecimientos en el espacio lógico, esto es el mundo". Para él, - el mundo es también ' la totalidad de las situaciones' y no la totalidad de las cosas". (21)

El carácter empirista al estilo de Mach y Berkeley es - evidente en las observaciones anteriores. La concepción del mundo desde Berkeley hasta los neo-positivistas modernos no - ha cambiado, solamente han sustituido unos vocablos por otros, embrollado la cuestión como dijera Lenin. Inclusive el producto central que en este trabajo nos compete ha sido dejado intacto, hoy como ayer, lo único válido en la ciencia es el aspecto gnoseológico. La teoría del conocimiento se concreta-al estudio de la lógica y no busca verdades objetivas en el - sentido materialista, sino proposiciones falsas o correctas, de acuerdo con criterios formales. De aquí ha surguido la - postura operacionalista en el efecto Bhom- Ahareronov, de suponer que lo único que importa es el aspecto lógico, formal, la claridad de los desarrollos matemáticos.

(21).- Ibid, pag. 50

Podría argüirse que los métodos en la filosofía de Mach y en la moderna son distintos, por lo tanto son dos filosófi as diferentes, al respecto Bitsakis reconoce una diferencia - secundaria:

> "En lo que concierne al positivismo de la época de Lenin y al neopositivismo, se puede observar por lo menos una-diferencia significativa: el positivismo de la época de Lenin era en un comienza empirista. El positivismo con-temporáneo pretende ser ante todo lógico. Desde luego,- la diferencia no es muy clara, porque en el último análi sis el positivismo lógico es también un empirismo (algu nas de sus corrientes se proclama empiristas). Además - Hay un contenido común, a pesar de que en el primer caso - predomina el empirismo y en el segundo el logicismo. Este contenido común es el subjetivismo y finalmente el ideali smo. La verdad formal del positivismo lógico no es menos subjetiva que la verdad de Mach". (22)

A pesar del nuevo vocabulario y a pesar de la lógica, el idealismo de Berkeley está presente en la filosofía de Mach y esta a su vez está presente en el Neo-positivismo. La tesis - fundamental sigue siendo la misma.

La influencia del Neo-positivismo sobre la interpretación ortodoxa de la mecánica cuántica es la influencia del idealis mo de 1710 en la Física Moderna. La postura operacionalista - tiene sus bases en la misma tesis filosofíca de hace mas de- tres siglos. La supuesta evolución de los conceptos no es - que darle vueltas una y otra vez a la tesis idealista de si- empre.

(22).- Ibid, pag. 55

A P E N D I C E   V

SOBRE LA DIALECTICA MATERIALISTA.

La presentación popular que se hace de las ciencias es el fruto de una parcelación en el conocimiento que es conocida de todos nosotros, y que tiene sus raíces en el mismo carác ter parcelante del sistema económico capitalista. El pro - pósito ahora no es encontrar las bases de dicha parcelación sino únicamente señalarla y plantear la solución en cuanto- a método de estudio se refiere, relacionándola en lo posible con ejemplos tomados de lafísica, alos cuales nos concreta - mos por razones de espacio en la exposición.

La única visión realmente unitaria con que cuenta la te- oría del conocimiento es la dialéctica, cuya base está en - que en el mundo no puede haber fenómenos absolutamente ais- lados. La dialéctica se funda en una crítica constructiva- al intento de arrancar a los fenómenos de su conexión natu- ral. Es evidente que en el proceso del conocimiento los ob jetos son separados unos de otros, pero el proceso del cono cimiento no debe reducirse a eso, ya que de ser así, es im- posible tener una imágen verdadera del conjunto.

El propósito de la dialéctica es lograr una represen- tación unida a en la teoría del conocimiento como reflejo de la concatenación universal existente en la realidad social y natural. La dialéctica materialista no tiene como propósito inventar, ni crear artificialmente anexos y leyes, sino que orienta a la ciencia, en la tarea de descubrirlas en el mun do objetivo.

Son tres lo tipos fundamentales de leyes objetivas: (23)

(23).- Fundamentos de Filosofía Marxistaleninista, Academia de ciencias de la URSS, Editorial Progreso,Pag. 130.

I).- Parciales ; en ciertas condiciones concretas y con un campo de accíon muy limitado. Ejemplo, la ecuación para el período del péndulo.

2).- Generales; entre grandes conjuntos de objetos.Ejemplo la ley de Coulomb.

3).- Universales; su validez abarca a todas las ciencias.

Aquí quedan ubicadas las leyes dialéctica, que con las siguientes:

a).- Ley de la transformación de los cambios cualitativos en cuantitativos y viceversa.

b).- Ley de la unidad y la luch de contrarios.

c).- Ley de la negación de la negación.

"La peculiaridad distintiva de la concepción dialéctica del desarrollo consiste en que no entiende este como un simple crecimiento cuantitativo (aumento o disminución) de lo existente, sino un proceso de desaparición, de destrucción de lo viejo y surgimiento de lo nuevo. Este proceso se ve argumentado en la Ley de la transformación de los cambios cuantitativos en cualitativos y viceversa". (24)

Un ejemplo de lo anterior lo constituye la teoría especial de la relatividad que ~~no~~ se reduce a predecir y calcular energías, momentos etc. ... de las partículas, de manera más exacta (númericamente) a como lo hace la mecánica de Newton, sino que tambien cambia las carcterísticas del espacio y el tiempo euclideano por nuevas cualidades del espacio tiempo de cuatro dimensiones.

(24).- Ibid, pag. 132.

Se puede hablar de igualdad entre objetos en cuanto al aspecto cualitativo, por ejemplo, entre las partículas cargadas eléctricamente, aún cuando halla diferencias cuantitativas en lo que se refiere a la cantidad de carga que contiene cada una. De esta forma la homogeneidad de los objetos encuanto a sus cualidades, da oportunidad de incluir otro aspecto de ellos, la cantidad . Pero así como la cantidad esta condicionada por otra anterior que es la caulidad, así mismo el asepecto cuantitativo provoca cambios en el aspecto cualitativo, ejemplo de ello es la cantidad de protones en un átomo, pues si le agreagamos o le quitamos uno de ellos se tratará de otro átomo y tendrá otras cualidades.

La separación entre cualidad y cantidad sólo se hace con fines cognoscitivos, pero en realidad ambos se encuentran intrísecamente unidos en los objetos.

No tiene sentido hablar de ellos por separado.

Podemos cambiar la cantidad de un objeto sin que alguna de sus cualidades cambie, por ejmplo la temperatura de un anillo de oro cambia aún cuando la cualidad de ser sólido se mantiene invariable. Pero en determinado momento el cambio cuantitativo de la temperatura provoca un cambio caulitativo del anillo que deja su caualidad de sólido por la de líquido.

A su vez, el cambio cualitativo de sólido a líquido y después a gas provocará cambios cuantitativos, como son la presión que el oro ejercerá sobre las paredes del recipiente que lo contenga. Esta ley se puede enunciar diciendo que:

"La transformación de los cambios cuantitativos en cualitativos va acompañada de un proceso inverso: La nueva cualidad engendra nuevos cambios cuantitativos" (25) y cabe aclarar que "La fase del desarrollo cuantitativo continuo no modifica la cualidad pero crea las premisas para ello"(26) - por ejmeplo el caso del anillo no es el aumento de temperatura la que provocó el paso sólido a líquido sino que es tan solo una medida que nos indica el aumento de la energía de las moléculas hasta que en determinado momento predomina sobre la energía da amarre que las une.

Todo lo anterior se puede resumir de una manera general como sigue: "Esta ley es una concatenación y una acción recíproca de los aspectos cuantitativos y cualitativos del objeto en virtud de las cuales los cambios cuantitativos pequeños e imperceptibles al principio, que van acumulándose gradualmente, alteran tarde o temparano la medida del objeto y originan cambios cualitativos radicales, que transcurren como saltos y se realizan en forma diversa, en dependencia, de la naturaleza de los objetos y de las condiciones de su desarrollo." (27)

LEY DE LA UNIDAD Y LA LUCHA DE LOS CONTRARIOS.

" A consecuencia de los cambios que se operan en un objeto, este nunca es igual a si mismo y, por consiguiente, tiene un carácter contradictorio interno". (28)

(25) Ibid. Pag. 137
(26) Ibid. Pag. 138
(27) Ibid. Pag. 142
(28) Ibid. Pag. 142

Esta afirmación, aparentemente incoherente y sin sentido puede explicarse por el hecho de que un objeto contiene en si mismo la características que lo hacen estable, y a la vez, contiene también las carecterízticas que pueden llevar a la mutabilidad de este objeto en otro. Es en ese sentido que se dice que un objeto es y no es él mismo en determinado momento,- por ejemplo; un sólido cuya cohesión lo mantiene unido, contiene en las vibraciones de sus molécualas la futura mutabilidad que lo convertirá en líquido o en gas si aumenta esa energía de vibración.

Es preeisamente éste carácter contradictorio de los objetos, la fuerza motriz que da lugar al desarrollo en la naturaleza y en la sociedad. Los cambios de que se habla en la ley anterior se deben precisamente a la lucha de contrarios, pero éstos contrarios se hallan vinculados entre si de modo - que el uno no puede existir sin el otro.

El ejemplo antes citado debe tomarse como tal y no caer en el error de que la dialéctica pretende dar un catálogo de todas las contradicciones posibles. Su tarea no consiste en eso, consiste en señalar cuál es el enfoque para el estudio de los fenómenos. Toca a los científicos el trabajo de señalar en sus respectivas ramas, del saber, cuáles son las contradicciones concretas de los objetos concretos y como se resuelven.

De una manera general, la ley de la unidad y luchade contrarios puede expresarse como sigue: " Es una ley en la virtud de la cual a todos los objetos, fenómenos y procesos les son inherentes contradicciones internas, aspectos y tendencias contrarios, que se encuentran en estado de concatenacion y negación mutua; La lucha de los contrarios da un impulso interno al desarrollo y conduce al crecimiento de las contradicciones, que se resuelven en una etapa determinada mediante la - desaparición de lo viejo y el surgimiento de lo nuevo". (29)

(29).- Ibid, Pag. 154.

LEY DE LA NEGACION DE LA NEGACION.

La negación dialéctica tiene dos caracterízticas esenciales:

Por una parte es condición y factor del desarrollo; esto quiere decir que una negación se toma como positiva solamente si sirve como premisa para que surjan formas,nuevas, mas elevadas y perfectas del conocimiento.

Por otra parte es un factor de anexo de lo nuevo con lo viejo;esto quiere decir que lo nuevo no se reduce a terminar con lo viejo, pues a la vez que hay una negación, existe tambíen una conservación de lo viejo, esto se debe a que sin el primer peldaño, que es lo viejo, lo nuevo no hubiera sido posible, y porque el nuevo peldaño contiene todo lo que sigue siendo correcto del viejo. Ejemplo de ello son la mecánica de Newton que dió lugar a la mecánica cuántica. Esta última no hubiera sido posible sin la primera y, a la vez; la tiene como caso particular. En este sentido hay algo de la mecánica clásica que se conserva, pero también hay algo que se niega, pues las predicciones de ambas no son iguales. Se trata adémas de un avance del conocimiento humano hacia una forma nueva y mas perfecta.

La dialéctica no se reduce a negar una sola vez, sino que se trata de un proceso infinito en el cual la primera negación es nuevamente negada; "Este carácter dialéctico del desarrollo se manifiesta tambien con claridad en el progreso del conocimiento. Por ejemplo al estudiar la naturaleza de la luz se adelantó primeramente la idea de que esta era un flujo de corpúsculos luminosos, de partículas.

Más tarde apareció la teoria ondulatoria, opuesta a la primera. La física del siglo XX chocó con el hecho de que ninguna de estas opiniones explicaba por si sola la realidad". (30)

"El proceso de negación de la negación es presentado a menudo en los siguientes términos 'Tésis' (punto de partida del desarrollo), 'Antítesis', (primera negación) y 'Síntesis' (segunada nagación), viendo en esta triade la esencia del desarrollo. Como resultado de ello, la ley de la negación de la negación se reduce con frecuencia a un procedimiento puramente formal y superficial, por medio del caual sub-ordina a este esquema rígido, toda la riqueza y complejidad del desarrollo objetivo ... en lo que respecta a la dialectica materialista, es profundamente ajena a ese formalismo y esquematismo. La ley de la negación de la negación, como taoda ley de la dialéctica, no impone ningún esquema: Lo único que hace es orientar en el estudio acertado de la realidad". (31)

La ley de la negación de la negación puede resumirse en forma general de la manera siguiente:"... Es una ley cuya acción esta condicionada por el nexo y la continuidad entre lo negado y lo que niega; a consecuencia de ello, la negación diálectica no es una negación huera, inane, que rechaza todo el desarollo procedente, sino una condición del desarrollo que afirma y conserva en si todo el contenido positivo de las fases anteriores, repite a un nivel superior algunos razgos de los grados iniciales y tiene, en su conjunto, un carácter de avance ascencional" .(32)

(30).- Ibid. pag. 158.
(31).- Ibid. pag. 159.
(32).- Ibid. pag. 160.

B I B L I O G R A F I A .

(1) Berkeley Physics Course, Vol. 3 (Waves), F.S. Crawford, - Mc Graw Hill.

(2) Physical Optics, Robert Wood, Dover.

(3) Principles of Optics, Born and Wolf.

(4) Mathematics for Physicists, Phillippe Dennery and Andre, - Harper International Edition.

(5) Mathematical Methods of Physics, Mathews and Walker, Addison Wesley.

(6) Optics, Bruno Rossi, Addison Wesley.

(7) Timothy H. Boyer, American Jaurnal of Physics 40, 56, 1972.

(8) The Feynman Lectures on Physics, Vol III; Feynman, Leighton, Sands; Fondo Educativo Interamericano.

(9) Mecánica Cuántida (Teoría no relativista) Vol. III, Landau y Lifahite, Editorial Reverté S.A.

(10) Electromagnetics Fields and Waves, Larrain y Carson, W.H. Freeman and Company.

(11) Martín Kretzschmar, Zeitschrift für Physik, 185, 97,1965.

(12) Functions of Mathematical Physics; Magnus & oberhettinger, Editorial Chelsea.

(13) The Theory of Spherical and Ellipsoidal Harmonics, E.W - Hobson, Cambridge University Press 1931.

(14) Martín Kretzschmar, Zeitschrift für Physik, 185 , 83,1965.

(15) H.A. Buchdal, American Journal of Physics, 30, 829 (1962).

(16) Quantum Mechanics, A.S. Dauydov, Neo Press 1966.

(17) M. Peshkin, I. Talmi, L.J. Tassie, Annals of Physics, - 12, 426, (1961).

(18) L.J. Tassie, M. Peshkin, Annals of Physics, 16, 177 (1961).

(19) D. Pandres, Jaurnal of Mathematical Physics, 3, 2, 305, - 1962.

(20) E. Merzbacher, American Journal of Physics, 30,4, (1962).

(21) H.A. Buchdal, American Journal of Physics (N.Y.) 16, 177- (1961).

(22) W.H. Furry, N.F. Ramsey, The Phsical Review, 118, 3, 623- (1960)

(23) Y. Aharonov, D. Bohm, The Physical Review, 115, 3, 485, (1959).

(24) Y. Aharonov, D. Bohm, The Physical Review, 116, 4, 1511, (1961).

(25) P.D. Noerdlinger, Nuovo Cimento, 23 158,(1962).

(26) Y. Aharonov, D. Bohm, Physical Review, 130, 4, 1625, (1963).

(27) H. Erlichson, American Jpurnal of Physics, 38, 2, 162, (1970).

(28) B.S. De Witt, Physical Review, 125, 6, 2189, (1962)

(29) F.J. Belinfante, Physical Review, 128, 2382, (1962).

(30) La Teoría Marxista del Conocimiento, Martha Harneker, Escuela de Filosofía y Letras Universidad Autónoma de Puebla.

(31) Física Contemporánea y Materialismo Dialéctico, Bitsakis, Ediciones de Cultura Popular.

(32) Correspondencia (1916-1955), Albert Einstein, Max y - Hedwig Born, Siglo XXI Editores, S.A. .

(33) La Filosofía Científica, Hans Reichenbach, Fondo de - Cultura Económica.

(34) Algunos Problemas Filosóficos de la Mecánica Cuántica, - Ignacio Campos Flores, (Tésis, 1975, UNAM).

(35) Folleto del Instituto de Física de la UNAM; Brody, Cid,- Jiménez y otros, "La Mecánica Cuántica y sus Interpretaciones".

(36) Diccionario Marxista de Filosofía, varios autores, Edi - ciones de Cultura Popular S.A..

(37) Fundamentos de Filosofía, Bertrand Russell, Plaza & Janés.

(38) Guía de la Filosofía, C.E.M. Juad, Editorial Losada,S.A., Buenos Aires.

(39) The Philosophy of Quantum Mechanics, M. Jammer, Willey - Interscience.

(40) L. de la Peña y A.M. Cetto. Revista Mexicana de Física 23 (1974).

(41) Causalidad, Mario Bunge, Editorial Universitario de - Buenos Aires.

(42) Materialismo y Empiriocriticismo, Lenin, Editorial - Progreso Moscú.

(43) Cuadernos Filosóficos, Lenin, Ediciones Estudio, - Buenos Aires.

(44) Ludwing Feuerbach y el Fin de la Filosofía Clásica Alemana, F. Engels, Ricardo Aguilera Editor Madrid.

(45) Fundamentos de la Filosofía Marxista - Leninista, Academia de Ciencias de la URSS, Editorial Progreso Moscú.

(46) Causalidad y Azar en la Física Moderna, D. Bohm, UNAM.