



Universidad de Sonora  
Departamento de Física

7.695  
K2FA  
330  
F. GONZALEZ  
1994-47

***ESTUDIO DE DECAIMIENTOS RAROS DE KAONES  
EN EL EXPERIMENTO CKM MEDIANTE LA SIMULACIÓN***

**TESIS PROFESIONAL**

Para obtener el título de:  
**LICENCIADO EN FÍSICA**

**PRESENTA:**  
Raúl Hennings Yeomans

**ASESOR DE TESIS**

Dr. Jürgen Engelfried Jatzkowski  
Profesor Investigador del  
Instituto de Física UASLP

581

JUNIO 2003

# Universidad de Sonora

Repositorio Institucional UNISON



**"El saber de mis hijos  
hará mi grandeza"**



Excepto si se señala otra cosa, la licencia del ítem se describe como openAccess

## Agradecimientos

- A Jürgen por su compromiso generoso y desinteresado con el trabajo y por haber hecho posible mi estancia en la ciudad de San Luis Potosí gestionando los fondos necesarios.
- A mi Familia que siempre me ha apoyado.
- A todos los maestros de la Universidad de Sonora que han contribuido tanto académica como personalmente a mi superación.
- A las personas que, sin formar parte de mi familia, han estado cerca de mí.
- A los encargados del centro de cómputo del Instituto de Física de la UASLP por su ayuda siempre presente.
- Al Instituto de Física *Manuel Sandoval Vallarta* por haberme brindado un espacio donde trabajar así como la infraestructura necesaria para la realización satisfactoria del presente trabajo.
- A la *Academia Mexicana de Ciencias* de la Región Centro por haber aportado parcialmente los fondos necesarios que han hecho posible la realización del presente trabajo.

# Índice

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2. Descripción General del Experimento CKM</b>	<b>2</b>
2.1. Objetivos del Experimento. . . . .	2
2.2. Rechazo del Ruido al Decaimiento $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$ . . . . .	3
2.2.1. Rechazo de eventos considerando la cinemática del decaimiento de dos cuerpos y utilizando detectores de $\mu^\pm$ , $\pi^\pm$ , $e^\pm$ y $\gamma$ . . . . .	4
2.2.2. Ruido en la Región 1 . . . . .	6
2.3. Técnica Experimental . . . . .	9
<b>3. Sistemas de Detección para el Experimento CKM.</b>	<b>11</b>
3.1. Introducción. . . . .	11
3.2. El Haz de Kaones . . . . .	12
3.3. Los espectrómetros magnéticos . . . . .	13
3.3.1. El espectrómetro magnético UMS (Upstream Magnetic Spectrometer)	13
3.3.2. El Espectrómetro Magnético DMS. . . . .	17
3.4. Los espectrómetros de velocidad . . . . .	19
3.4.1. El detector RICH de Kaones . . . . .	22
3.4.2. El detector RICH de Piones . . . . .	23
3.5. Sistemas detectores de Fotones . . . . .	24
3.5.1. Lluvias Electromagnéticas . . . . .	26
3.5.2. La Técnica para detectar fotones . . . . .	27
3.6. El módulo BTS (Beam Time Stamp Module) . . . . .	27
3.7. El detector KEAT (Kaon Entrance Angle Tracker) . . . . .	27
3.8. El detector BIVS (Beam Interaction Veto System) . . . . .	28
3.9. El Sistema Veto de Muones . . . . .	30
<b>4. Estudio del ruido de fondo a la medición principal</b>	<b>31</b>
4.1. Simulación con GEANT . . . . .	31
4.2. El Programa de Simulación CKM_GEANT . . . . .	31
4.3. La utilería para análisis de datos: PAW . . . . .	32
4.4. Estudio del Ruido al decaimiento $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$ . . . . .	33
<b>5. Resultados</b>	<b>35</b>
5.1. El decaimiento $K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0$ . . . . .	36
5.2. El decaimiento $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu$ . . . . .	37
5.3. El decaimiento $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu \gamma$ . . . . .	38
5.4. Los decaimientos en conjunto . . . . .	41
<b>6. Más de una partícula cargada en el RICH de Piones</b>	<b>45</b>
6.1. El Número Leptónico y <i>la otra física</i> en el Experimento CKM. . . . .	45
6.2. Identificación de partículas cargadas en el RICH de Piones . . . . .	45
6.2.1. El Método de Máxima Similitud . . . . .	46

## 1. Introducción

El presente trabajo está basado en el estudio del experimento CKM, de altas energías, que se llevará a cabo en *Fermi National Accelerator Laboratory* ubicado en la ciudad de Batavia, Illinois. El objetivo principal de este experimento es buscar una muestra de 100 decaimientos del tipo  $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$  con un ruido de fondo menor a 10 eventos.

CKM se encuentra en la etapa de preparación por lo que la simulación del arreglo experimental y el estudio del ruido mediante la simulación juegan un papel imprescindible para alcanzar el objetivo que se propone.

El trabajo consta de tres partes básicamente. En la primer parte, después de plantear los objetivos del experimento, se realiza un estudio del arreglo experimental del experimento CKM, desde la técnica para obtener el haz necesario para el experimento hasta el último detector en el arreglo experimental, dando principal importancia a los principios físicos de las técnicas empleadas para realizar las distintas mediciones.

En la segunda parte se realiza un estudio del ruido a la medición principal de este experimento usando el programa de simulación CKM\_GEANT como herramienta. Primeramente se estudia cuales son los decaimientos que provocarán ruido al decaimiento  $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$  y después se simula el ruido para mostrar, al menos mediante la simulación, que el arreglo experimental CKM será capaz de realizar la medición que se propone. Esta parte del trabajo incluye también, implícitamente, la realización de los programas de análisis de datos (arrojados por la simulación) así como el proceso de aprendizaje necesario para realizar las simulaciones.

En la tercera y última parte del presente trabajo se mejora la versión de análisis datos del detector RICH de Piones, en el cual se incorporan los algoritmos necesarios para la identificación de más de una partícula cargada en el RICH. Para esto se estudió, primeramente, el método estadístico empleado por el algoritmo y, posteriormente, se realizó la adaptación de los programas usados en el experimento SELEX para la identificación de múltiples partículas cargadas en el RICH al programa de simulación del experimento CKM, CKM\_GEANT, mejorando la versión del programa de simulación. Además, se realizó un estudio de los resultados arrojados por la nueva versión de CKM\_GEANT (en la que se incluye nuevo código del RICH de Piones) para comprobar que la simulación estaba funcionando correctamente.

## 2. Descripción General del Experimento CKM

### 2.1. Objetivos del Experimento.

Debido a que los eigenestados de masa del quark de la interacción fuerte no son los mismos que los eigenestados de la interacción débil existe una matriz que relaciona estas bases, definida para seis quarks y se dio una parametrización explícita por Kobayashi y Maskawa en 1973. La matriz de Kobayashi y Maskawa generaliza el caso de cuatro quarks donde la matriz es descrita sólo por un parámetro, el ángulo de Cabbibo.

Por convención la mezcla es comunmente expresada en términos de una matriz unitaria  $V$  de  $3 \times 3$  operando en los eigenestados de masa del quark con carga  $-e/3$  ( $d$ ,  $s$  y  $b$ ):

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} \quad (1)$$

La matriz de CKM es una matriz con elementos, en principio, complejos y que cumplen las condiciones de unitaridad. Requiere cuatro parámetros independientes para su descripción, estos son, tres números reales y una fase compleja. La existencia de esta fase compleja es lo que da origen a la descripción de la Violación de CP.

El experimento tiene como objetivo principal medir la magnitud del elemento de la matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM),  $V_{td}$  a través de la observación de una muestra de 100 eventos del decaimiento  $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$  con una precisión estadística de 5%. Y con esto, saber si la violación de CP es descrita correctamente por el modelo estandar de las partículas elementales.

Anteriormente, evidencia de este decaimiento ha sido publicada en [1] por el experimento E787 realizado en Brookhaven National Laboratory (BNL). Ellos reportaron la observación de dos eventos con una probabilidad de ocurrencia de aproximadamente 1 en  $10^{10}$ . El siguiente paso es una medición cuantitativa de la probabilidad de ocurrencia de este decaimiento con la suficiente precisión para poder poner a prueba el Modelo Standard de las Partículas Elementales con respecto a la descripción que este modelo hace de la Violación CP. El experimento se llevará a cabo en el laboratorio Fermilab y tiene como nombre: "Charged Kaons at the Main Injector" o simplemente "CKM".

La colaboración del experimento CKM está compuesta por aproximadamente 50 investigadores provenientes de tres naciones: *Estados Unidos de América*, *Rusia* y *México* y de aproximadamente 9 instituciones diferentes. Cada institución se responsabiliza de uno o varios componentes del experimento, realizando primeramente la simulación del experimento, después se prueban prototipos y, finalmente, se construye el arreglo experimental en el laboratorio Fermilab.

El objetivo principal del experimento es el estudio del decaimiento  $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$ , pero la intensidad del haz kaones cargados y la calidad de medición del sistema de detectores abre la

posibilidad de realizar otras mediciones importantes en la física de kaones. Estas mediciones podrían realizarse en paralelo a la medición principal o en corridas especiales y una de las más atractivas es la búsqueda de la violación del número leptónico. La violación del número leptónico en una interacción nunca ha sido observada, por lo que se postula que existe una ley de conservación que dice que el número leptónico total en una interacción se conserva.

El experimento CKM tendrá la posibilidad de buscar ciertos decaimientos hipotéticos del Kaon en los cuales se viola el número leptónico. Los principales decaimientos *potenciales* del kaon, que violan número leptónico y que CKM tendrá la posibilidad de buscar son los siguientes:

Modo	Límite en su probabilidad	Límite de búsqueda esperado en CKM
$K^+ \rightarrow \pi^+ \mu^+ e^-$	$< 2,8 \times 10^{-11}$ [2]	$2,2 \times 10^{-12}$
$K^+ \rightarrow \pi^+ \mu^- e^+$	$< 5,2 \times 10^{-10}$ [3]	$2,2 \times 10^{-12}$
$K^+ \rightarrow \pi^- \mu^+ e^+$	$< 5,0 \times 10^{-10}$ [3]	$2,2 \times 10^{-12}$
$K^+ \rightarrow \pi^- \mu^+ \mu^+$	$< 3,0 \times 10^{-9}$ [3]	$7,2 \times 10^{-13}$
$K^+ \rightarrow \pi^- e^+ e^+$	$< 6,4 \times 10^{-10}$ [3]	$5,6 \times 10^{-12}$
$K_L^0 \rightarrow \mu^\pm e^\mp$	$< 4,7 \times 10^{-12}$ [4]	—
$K_L^0 \rightarrow \pi^0 \mu^\pm e^\mp$	$< 4,4 \times 10^{-10}$ [5]	—
$K_L^0 \rightarrow e^\pm e^\pm \mu^\mp \mu^\mp$	$< 1,36 \times 10^{-10}$ [6]	—

Tabla 1: Procesos potenciales de Kaones donde se viola el Número Leptónico [7].

## 2.2. Rechazo del Ruido al Decaimiento $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$

Para una muestra de 100 eventos, si la probabilidad del decaimiento a medir es del orden de  $10^{-10}$ , implicaría que el experimento debe ser capaz de rechazar el ruido hasta el nivel de  $10^{-12}$ . El decaimiento de  $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$  contiene tres cuerpos en sus productos de decaimiento, dos de los cuales son neutrinos por lo que sólo será posible detectar el  $\pi^+$ . Esto causa que la reconstrucción de la masa invariante mediante los vectores de momento de las partículas secundarias no sea posible. Este hecho hace que el experimento deba contar con métodos para medir el ruido al decaimiento y, con esto poder distinguir entre el ruido mismo y eventos considerados como buenos. La fuente de ruido más intensa al decaimiento  $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$  son los decaimientos  $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu$  con una probabilidad de ocurrir de 64 % y el  $K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0$  con una probabilidad de 21 %. Además, si el muon es mal identificado como un pion en el primer caso, o si los fotones producto del decaimiento del  $\pi^0$  no son identificados en el segundo caso, entonces estos modos pueden parecer decaimientos de  $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$ . El rechazo efectivo de estos decaimientos depende del uso de la cinemática del decaimiento de dos cuerpos y de detectores altamente efectivos de muones y fotones.

En principio, cualquier modo de decaimiento del  $K^+$  con una probabilidad mayor o igual a  $1 \times 10^{-10}$  es considerado como ruido potencial al decaimiento  $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$ . Los decaimientos

pueden ser distinguidos por el número de partículas secundarias como decaimientos de dos, tres, cuatro y hasta cinco cuerpos. Además, en su estado final pueden tener  $\mu^\pm$ ,  $\pi^\pm$ ,  $e^\pm$ ,  $\pi^0$ , neutrinos y/o fotones. En la Tabla 2 podemos ver cuales son los modos de decaimiento del  $K^+$ .

Modos Leptónicos y semileptónicos	Probabilidad
$K^+ \rightarrow e^+\nu_e$	$(1,55 \pm 0,07) \times 10^{-5}$
$K^+ \rightarrow \mu^+\nu_e$	$(63,43 \pm 0,17) \%$
$K^+ \rightarrow \pi^0 e^+\nu_e$	$(4,87 \pm 0,06) \%$
$K^+ \rightarrow \pi^0 \mu^+\nu_\mu$	$(3,27 \pm 0,06) \%$
$K^+ \rightarrow \pi^0 \pi^0 e^+\nu_e$	$(2,1 \pm 0,4) \times 10^{-5}$
$K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^- e^+\nu_e$	$(4,08 \pm 0,09) \times 10^{-5}$
$K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^- \mu^+\nu_\mu$	$(1,4 \pm 0,9) \times 10^{-5}$
$K^+ \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0 e^+\nu_e$	$< 3,5$
Modos Hadrónicos	Probabilidad
$K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0$	$(21,3 \pm 0,14) \%$
$K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0 \pi^0$	$(1,73 \pm 0,04) \%$
$K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^-$	$(5,576 \pm 0,031) \%$
Modos Leptónicos y Semileptónicos con Fotones	Probabilidad
$K^+ \rightarrow \mu^+\nu_\mu \gamma$	$(5,5 \pm 0,28) \times 10^{-3}$
$K^+ \rightarrow \pi^0 e^+\nu_e \gamma$	$(2,65 \pm 0,20) \times 10^{-4}$
$K^+ \rightarrow \pi^0 e^+\nu_e \gamma$	$< 5,3 \times 10^{-5}$
$K^+ \rightarrow \pi^0 \mu^+\nu_\mu \gamma$	$< 6,1 \times 10^{-5}$
$K^+ \rightarrow \pi^0 \pi^0 e^+\nu_e \gamma$	$< 5 \times 10^{-6}$
Modos Hadrónicos con Fotones	Probabilidad
$K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0 \gamma$	$(2,75 \pm 0,015) \times 10^{-4}$

Tabla 2: Algunos modos de decaimientos del  $K^+$  [8].

El experimento CKM utilizará básicamente dos métodos para rechazar estos decaimientos:

1. Utilizando detectores de  $\mu^\pm$ ,  $\pi^\pm$ ,  $e^\pm$  y  $\gamma$  con la eficiencia necesaria y
2. Considerando la cinemática del decaimiento de dos cuerpos.

### 2.2.1. Rechazo de eventos considerando la cinemática del decaimiento de dos cuerpos y utilizando detectores de $\mu^\pm$ , $\pi^\pm$ , $e^\pm$ y $\gamma$ .

En los decaimientos de dos cuerpos,  $K^+ \rightarrow \mu^+\nu$  y  $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0$  la energía cinética de la partículas neutras está fija por lo que en experimentos en los que se usan kaones frenados, el análisis de la partícula secundaria cargada produce un pico en el momento observado, teniendo así una forma de rechazar estos decaimientos excluyendo aquellos eventos

que tengan picos similares en el momento observado.

El momento de la partícula cargada puede obtenerse de la siguiente manera:

- Para el decaimiento  $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu$  tenemos:

$$M_K - m_\mu = 493 \text{ MeV}/c^2 - 105 \text{ MeV}/c^2 = 388 \text{ MeV}/c^2$$

por lo que, la suma de las energías cinéticas de cada partícula es,

$$E_\mu + E_\nu = 388 \text{ MeV} \quad (2)$$

debido a que en el sistema de reposo de la partícula madre, el Kaon, la magnitud de los momentos es, para un decaimiento de dos cuerpos, igual, tenemos

$$p_\mu = p_\nu \quad (3)$$

y, usando la relación entre la masa, el momento y la energía del sistema tenemos

$$(m_\mu + E_\mu)^2 = m_\mu^2 + p_\mu^2 \quad (4)$$

$$E_\nu = p_\nu. \quad (5)$$

A partir de estas cuatro últimas ecuaciones encontramos que

$$p_\mu = \frac{(m_\mu + 388)^2 - m_\mu^2}{2(m_\mu + 388)} \quad (6)$$

encontramos que  $p_\mu = 236 \text{ MeV}$ .

- Para el decaimiento  $K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0$  tenemos las siguientes ecuaciones:

$$E_+ + E_0 = M_K - (m_+ + m_0) = 218 \text{ MeV} \quad (7)$$

$$p_+ = p_0 \quad (8)$$

$$(m_+ + E_+)^2 = m_+^2 + p_+^2 \quad (9)$$

$$(m_0 + E_0)^2 = m_0^2 + p_0^2 \quad (10)$$

donde las variables con subíndice 0 se refiere a las correspondientes al  $\pi^0$  y aquellas con subíndice + al  $\pi^+$ . De estas ecuaciones obtenemos que el momento de la partícula cargada,  $\pi^+$  es de 205 MeV.

En el sistema de laboratorio de un experimento de decaimiento en vuelo, un rechazo cinemático de eventos es similarmente posible, con el costo de realizar la medición del cuadvectores de la partícula madre. En el decaimiento  $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$ , para un valor específico en el momento del pion, estando en el sistema de referencia del kaon, la masa del sistema de neutrinos,  $M_{\nu\bar{\nu}}$ , también es fija por conservación de energía y momento entre la partícula primaria, el kaon, y las partículas secundarias, el par de neutrinos. De igual manera para los decaimientos  $K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0$  y  $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu$  tendríamos los valores  $m_{\pi^0}$  y 0 como "masas

faltante”,  $M_{fal}$  respectivamente. Experimentalmente,  $M_{fal}$  puede obtenerse midiendo el momento y direcciones del  $K^+$  y  $\pi^+$ .

En un experimento de decaimiento en vuelo, las cantidades medibles son el momento  $p_K$  de la partícula primaria, el momento  $p$  de la partícula secundaria cargada y el ángulo  $\theta$  entre la trayectoria de la partícula primaria y la secundaria. En términos de estas cantidades, usando una aproximación para ángulos pequeños, tenemos que

$$M_{fal}^2 = M_K^2 \left(1 - \frac{p}{p_K}\right) + m^2 \left(1 - \frac{p_K}{p}\right) - pp_K \theta^2 \quad (11)$$

donde  $M_K$  es la masa del kaon y  $m$  es la masa de la partícula secundaria cargada.

Considerando ahora a  $M_{fal}^2$  como función de momento  $p$  y ángulo de decaimiento  $\theta$  para un momento fijo  $p_K$ , observamos que para un decaimiento de dos cuerpos,  $M_{fal}^2$  tiene un valor fijo de tal manera que los valores correspondientes de  $p$  y  $\theta$  forman una curva. Para un decaimiento de tres cuerpos,  $p$  y  $\theta$  pueden tomar valores que sean menores que la curva definida por el valor máximo de  $M_{fal}^2$ .

En la Figura 1 se muestra la curva correspondiente al decaimiento  $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0$  en el que  $M_{fal}=m_{\pi^0}$  donde el momento de la partícula primaria es de 22 GeV/c, que corresponde al momento promedio de los kaones que llevará el haz. También se muestra una región sombreada la cual corresponde al decaimiento del  $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^+\pi^-$  que es el modo de decaimiento de tres cuerpos del  $K^+$  con mayor  $M_{fal}^2$  de tal manera que todos los decaimientos de tres cuerpos considerados como ruido estarán arriba de esta sombra. La curva negra y la región sombreada definen regiones en las cuales los métodos de rechazo del ruido son diferentes. Definimos la región arriba de la curva negra como Región 1, entre la curva negra y la sombra como Región 2 y a la zona sombreada como Región 3. Debido a que el decaimiento  $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^+\pi^-$  tiene una probabilidad grande de 0.056, además, no se le puede rechazar considerando la cinemática de dos cuerpos, y no contiene una partícula en sus productos de decaimiento cuya identificación pueda hacerse de una manera efectiva (como  $\mu^\pm$ ,  $e^\pm$  o  $\gamma$ ) por lo que, no es posible, para CKM, buscar decaimientos  $K^+ \rightarrow \pi^+\nu\bar{\nu}$  en la Región 3. El propósito de la colaboración de CKM es buscar, primero, el decaimiento en la parte de la Región 1 señalada en la Figura 1. Esta Región donde se buscará la señal de  $K^+ \rightarrow \pi^+\nu\bar{\nu}$  empieza a partir del momento del  $\pi^+$  que corresponde al umbral de momento con el cual el detector RICH es capaz de identificarlo y termina en los 22 GeV/c que es el momento que en promedio tendrán las partículas primarias  $K^+$  en el haz.

De tal manera que, analizando la cantidad  $M_{fal}^2$  para los decaimientos considerados como ruido y compararla con  $M_{\nu\bar{\nu}}$  correspondiente al decaimiento  $K^+ \rightarrow \pi^+\nu\bar{\nu}$  podemos saber en qué región de  $M_{fal}^2$  estarán solamente los decaimientos del  $K^+ \rightarrow \pi^+\nu\bar{\nu}$ .

### 2.2.2. Ruido en la Región 1

En la Región 1, según estudios de simulación [9], los principales decaimientos considerados como ruido contienen en sus productos de decaimiento una o más partículas  $\mu$ ,  $\pi$ ,  $e$  o  $\gamma$ . Entre

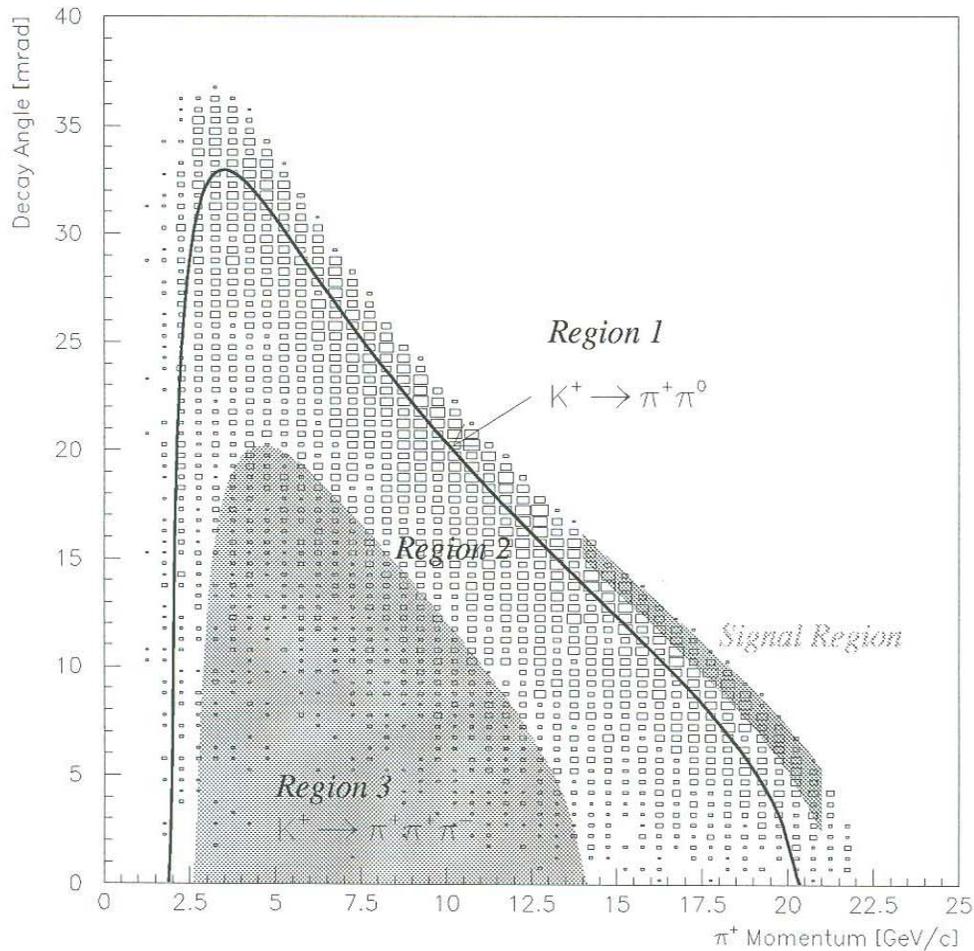


Figura 1: Gráfica del momento de la partícula secundaria cargada, en este caso el momento del  $\pi^+$  contra el ángulo de decaimiento  $\theta$  formado entre la trayectoria de la partícula primaria  $K^+$  y la partícula secundaria cargada  $\pi^+$ . El momento de la partícula madre, el  $K^+$  está fijo en 22 GeV/c. Tomada de [9].

estos procesos, sobresalen los decaimientos:

1.  $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu$ ,
2.  $K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0$  y
3.  $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu \gamma$

estos decaimientos se caracterizan dos de ellos por ser de dos cuerpos y poder rechazarlos con el método de la  $M_{fal}$  de la cinemática de dos cuerpos antes mencionado. Pero para poder lograr observar estos decaimientos y que no se escape ninguno hasta un nivel de  $10^{-12}$  se necesita redundancia en las mediciones, por lo que, además de los espectrómetros magnético y de velocidad para medir con precisión las variables contenidas en  $M_{fal}$ , se necesita de otros

Región	Principal Ruido al Decaimiento	Probabilidad	Mínima $M_{fal}$ (MeV)
1	$K^+ \rightarrow \mu^+\nu$	0.635	0
	$K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0$	0.212	135
	$K^+ \rightarrow \mu^+\nu\gamma$	$5,5 \times 10^{-3}$	0
	$K^+ \rightarrow \pi^+\gamma\gamma$	$6,0 \times 10^{-7}$	0
	$K^+ \rightarrow \pi^+e^+e^-$	$2,9 \times 10^{-7}$	1
2	$K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0$	0.212	135
	$K^+ \rightarrow \pi^0e^+\nu$	0.048	135
	$K^+ \rightarrow \pi^0\mu^+\nu$	0.032	135
	$K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0\pi^0$	0.017	270
	$K^+ \rightarrow \mu^+\nu\gamma$	$5,5 \times 10^{-3}$	0
	$K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0\gamma$	$2,8 \times 10^{-4}$	135
	$K^+ \rightarrow \pi^+\pi^-e^+\nu_e$	$3,9 \times 10^{-5}$	139
3	Igual que en la Región 2 más el $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^+\pi^-$	0.056	279

Tabla 3: Algunos modos de decaimiento del kaon (aquellos con mayor probabilidad de decaimiento) considerados como ruidos potenciales al proceso  $K^+ \rightarrow \pi^+\nu\bar{\nu}$  en cada una de las tres regiones. Tomada de [9].

detectores que también midan los decaimientos  $K^+ \rightarrow \mu^+\nu$  y  $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0$ . Por esto se incluye en el arreglo experimental a un detector de muones cargados llamado “Muon Veto” el cual deberá tener una ineficiencia menor  $1 \times 10^{-5}$ . De igual manera se necesita otro detector para tener redundancia en la medición del decaimiento  $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0$ . Una de las características de este proceso, además de ser de dos cuerpos y tener una  $M_{fal} = m_{\pi^0}$ , es el hecho de que la partícula secundaria neutral, el  $\pi^0$  puede dejar su huella a la detección al decaer en dos fotones, este hecho hace posible una medición redundante del decaimiento  $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0$  mediante la inclusión de detectores de fotones con una ineficiencia de menos de  $1.6 \times 10^{-7}$ .

Además de los decaimientos ya mencionados, en la Región 1 tenemos también los siguientes procesos que ciertamente tienen una probabilidad de 2 y 6 ordenes de magnitud menor que los otros decaimientos en esta Región, pero, el decaimiento a observar es del orden de aproximadamente  $10^{-10}$  lo que significa que por cada evento  $K^+ \rightarrow \pi^+\nu\bar{\nu}$  tendremos  $\sim 1000$  eventos de los decaimientos  $K^+ \rightarrow \pi^+\gamma\gamma$  y  $K^+ \rightarrow \pi^+e^+e^-$ . El primero de estos decaimientos puede rechazarse mediante el uso de detectores de fotones, mientras que el segundo mediante la detección de sus electrones en el RICH y/o detectando tres trayectorias cargadas en el espectrómetro magnético. En la Tabla 4 se presentan algunos modos de decaimiento que representarán el ruido al decaimiento a buscar, incluyendo los métodos de rechazo descritos anteriormente para cada uno de los decaimientos.

Región	Decaimiento del $K^+$ Ruido	Probabilidad del Decaimiento	Mínima $M_{fal}$ (MeV)	Métodos de Rechazo
1	$K^+ \rightarrow \mu^+\nu$	0.635	0	Cinemática, Veto de $\mu$
	$K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0$	0.212	135	Cinemática, Veto de $\gamma$
	$K^+ \rightarrow \mu^+\nu\gamma$	$5,5 \times 10^{-3}$	0	Veto de $\mu$ , Veto de $\gamma$
	$K^+ \rightarrow \pi^+\gamma\gamma$	$6,0 \times 10^{-7}$	0	Veto de $\gamma$
	$K^+ \rightarrow \pi^+e^+e^-$	$2,9 \times 10^{-7}$	1	Veto de $e$
2	$K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0$	0.212	135	Cinemática, Veto de $\gamma$
	$K^+ \rightarrow \pi^0e^+\nu$	0.048	135	Veto de $e$ , Veto de $\gamma$
	$K^+ \rightarrow \pi^0\mu^+\nu$	0.032	135	Veto de $\mu$ , Veto de $\gamma$
	$K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0\pi^0$	0.017	270	Veto de $\gamma$
	$K^+ \rightarrow \mu^+\nu\gamma$	$5,5 \times 10^{-3}$	0	Veto de $\mu$ , Veto de $\gamma$
	$K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0\gamma$	$2,8 \times 10^{-4}$	135	Veto de $\gamma$
	$K^+ \rightarrow \pi^+\pi^-e^+\nu_e$	$3,9 \times 10^{-5}$	139	Veto de $\pi^\pm$ , Veto de $e^\mp$
3	Igual que en la Región 2 más el $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^+\pi^-$	0.056	279	Veto de partículas cargadas

Tabla 4: Algunos modos de decaimiento del kaon (aquellos con mayor probabilidad de decaimiento) considerados como ruidos potenciales al proceso  $K^+ \rightarrow \pi^+\nu\bar{\nu}$  en cada una de las tres regiones. Tomada de [9].

### 2.3. Técnica Experimental

El experimento CKM se realizará utilizando una técnica de decaimiento en vuelo. La técnica de decaimiento en vuelo consiste en generar un flujo de kaones y después analizar sus productos de decaimiento, sin la necesidad de frenar a los kaones para después analizar sus productos de decaimiento (técnica de kaones frenados). Las principales fuentes de ruido serán los decaimientos de dos cuerpos:  $K^+ \rightarrow \pi^+\pi_0$  con una probabilidad de ocurrir de 21 % y  $K^+ \rightarrow \mu^+\nu$  con 64 % debido a la neutralidad de la partícula que acompaña al  $\pi^+$ , pueden ser observados erróneamente por el conjunto de detectores como decaimientos  $K^+ \rightarrow \pi^+\nu\bar{\nu}$ . Otra fuente de ruido pero en menor medida es el decaimiento  $K^+ \rightarrow \mu^+\nu_\mu\gamma$  con una probabilidad de aproximadamente  $5.5 \times 10^{-3}$  pero que también pudiera simular un decaimiento  $K^+ \rightarrow \pi^+\nu\bar{\nu}$  en caso de que el fotón no sea detectado. Además, la interacción del haz de kaones con el material de los detectores debe ser minimizado para evitar reacciones del tipo  $K^+ + A \rightarrow \pi^+ + X$ , donde A es el material del detector y X es cualquier partícula además del  $\pi^+$  que pudiera producirse.

La técnica experimental se basa en la necesidad de rechazar el ruido a menos de 10 eventos para la observación de 100 eventos del decaimiento  $K^+ \rightarrow \pi^+\nu\bar{\nu}$ . El experimento CKM tendrá un haz de kaones con una energía de 22 GeV y un flujo de 33 MHz con una pureza de 70 %. Usará una técnica de decaimiento en vuelo, contará con mediciones redundantes del cuadrimomento de la partícula primaria  $K^+$  y la partícula secundaria  $\pi^+$  usando dos espec-

trómetros magnéticos de alta frecuencia y dos detectores RICH (Ring Imaging Cherenkov) como espectrómetros de velocidad [10]. El arreglo experimental requiere de un sistema de detección de fotones capaz de tener una ineficiencia menor que  $1.6 \times 10^{-7}$  y un sistema de detección de muones con una ineficiencia menor que  $1 \times 10^{-5}$ . La aceptación esperada del arreglo experimental de CKM para el decaimiento  $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$  es de aproximadamente 2%. Para observar aproximadamente 100 eventos  $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$  con un error de menos de 10 eventos, se necesita tomar datos durante un período de 2 años (sin olvidar que se ha asumido que el decaimiento  $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$  tiene una probabilidad de aproximadamente  $1 \times 10^{-10}$ ).

### 3. Sistemas de Detección para el Experimento CKM.

#### 3.1. Introducción.

Un esquema del sistema de detectores que se construirá para el experimento CKM está en la Figura 2

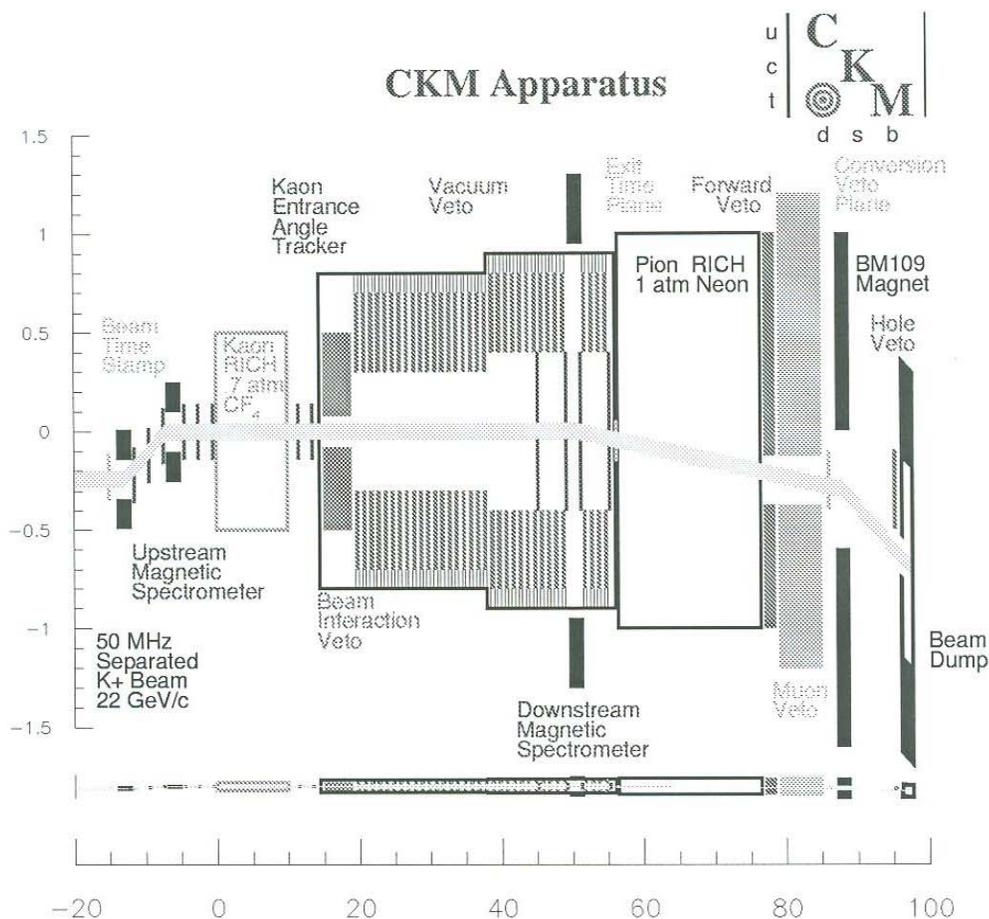


Figura 2: El Sistema de Detectores del Experimento CKM. Tomada de [9].

El diseño del arreglo experimental de CKM se hizo principalmente pensando en realizar mediciones redundantes en momento tanto de la partícula madre como de los productos secundarios del decaimiento debido a la rareza de la medición ( $1$  en  $10^{10}$ ). Estas mediciones debían ser efectuadas por aparatos completamente independientes como lo son los espectrómetros magnéticos DMS y UMS y, los espectrómetros de velocidad: el RICH de Kaones y el RICH de Piones. Además, ninguno de los detectores a utilizar debía necesitar gran innovación tecnológica sino que, por el contrario, su diseño se basa en detectores cuya eficiencia ha sido probada en otros experimentos.

En términos generales, se genera un haz con kaones que se hacen pasar por un canal para dejar pasar solamente los que tengan un momento de aproximadamente  $22$  GeV/c. Posteriormente, las partículas del haz atraviesan el RICH de kaones, en donde se medirá la

velocidad de las partículas que, haciendo una hipótesis en la masa de la partícula puede obtenerse el momento de la misma, para tener una medición independiente al espectrómetro magnético UMS. El haz continua su curso introduciéndose en el volumen de decaimiento al vacío con  $\sim 1 \mu\text{Torr}$  y  $\sim 45 \text{ m}$  de largo. Es en este espacio donde se analizaran los productos de decaimiento de las partículas del haz. Al término del volumen de decaimiento se encuentra otro espectrómetro magnético, el DMS, con el cual se medirá el momento de las partículas secundarias. Inmediatamente después se encuentra el detector RICH de Piones el cual tiene la función de medir la velocidad de los productos de decaimiento que, junto con una hipótesis en la masa, puede obtenerse el momento de las partículas secundarias de manera independiente al espectrómetro magnético DMS. Una vez que los productos secundarios de los decaimientos atraviesan el RICH de Piones, se encuentra un detector de muones con el cual se ayudará a rechazar el ruido debido a los decaimientos del tipo  $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu$  y  $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu \gamma$ . A continuación se realiza una descripción con cierto detalle, de los detectores que forman el arreglo experimental de CKM, acentuando los principios físicos en los que se basa cada técnica de detección.

### 3.2. El Haz de Kaones

Considerando la sensibilidad que requiere el experimento, se necesita un haz de 30 MHz obtenido del producto del choque de protones ( $5 \times 10^{12}$  protones) con una energía de 120 GeV con un objetivo. Considerando el umbral de operación del detector RICH de kaones se obtiene de los productos del choque y después de una separación de partículas, un haz de 22 GeV/c con una contaminación de  $\sim 30\%$  con una divergencia de  $\sim \pm 500 \mu\text{rad}$ .

Para lograr una pureza de  $\sim 70\%$  el experimento utiliza una técnica llamada Separación de RF (Radio Frecuencia). El principio físico de la técnica se basa en el hecho de que diferentes especies de partículas, teniendo el mismo momento, tendrán diferentes velocidades. Para mostrar el principio de operación consideramos un separador de dos cavidades R1 y R2 como se muestra en la Figura 3.

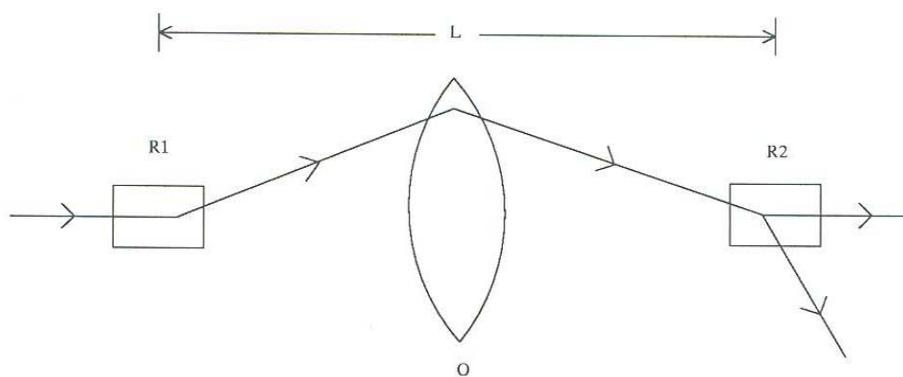


Figura 3: Separación de partículas usando cavidades de Radio Frecuencia.

El separador de RF, R1, consiste en un conductor cilíndrico al cual se le aplica un potencial cuya forma es una señal de RF. Cuando un conjunto de partículas con momento bien

definido pasa a través del primer separador de RF, R1, se defleca transversalmente con una magnitud de acuerdo a la parte del ciclo de RF que le tocó al momento de pasar por el separador. Con el uso de un sistema de cuadrupolos, en la Figura 3 distinguidos como O, el haz deflectado se enfoca en la segunda cavidad, R2. De tal manera que ajustando la distancia  $L$  y la fase relativa de las partículas, aquellas partículas consideradas como contaminantes reciben una deflexión en R2 que cancela exactamente la cantidad recibida en R1 mientras que las partículas consideradas como buenas reciben el doble de deflexión al pasar por R2.

Suponiendo que las cavidades RF operan a cierta frecuencia  $f$ , y sea  $L$  la distancia entre las dos cavidades, si la velocidad de las partículas es  $v$  entonces el tiempo de vuelo será  $f \frac{L}{v}$ . Para dos partículas viajando a diferentes velocidades, la diferencia en ciclos RF es

$$\frac{Lf}{v_2} - \frac{Lf}{v_1} = Lf \frac{v_1 - v_2}{v_2 v_1} \quad (12)$$

y la diferencia en fase es

$$\Delta\phi = 2\pi Lf \frac{\Delta v}{v_2 v_1} \quad (13)$$

En el caso de CKM los contaminantes son protones y piones. Las estaciones RF operarán a 3.9 GHz y son separadas por 86 m. La diferencia en tiempo de vuelo entre un pion y un proton de 22 GeV/c, viajando una distancia de 86 m, es de 257 pseg, o un período de RF. Si R2 es corrida a 180 grados fuera de fase con respecto a R1, la deflexión recibida en R2 cancelará la deflexión recibida en R1 para los protones y piones, pero los kaones recibirán otra deflexión como la recibida en R1, doblando la deflexión total con respecto a la trayectoria inicial. Ver Figura 4.

### 3.3. Los espectrómetros magnéticos

#### 3.3.1. El espectrómetro magnético UMS (Upstream Magnetic Spectrometer)

El propósito del espectrómetro magnético UMS es medir la magnitud del momento de las partículas provenientes del separador de RF y medir su dirección. Para realizar esta tarea, el espectrómetro UMS contiene detectores que miden posición, con esto el ángulo de deflexión y con este, puede obtenerse el momento. El momento se mide utilizando 2 imanes separados una distancia de 7 m y que son usados con campos magnéticos de igual magnitud pero de sentido contrario dando a las partículas, con momento 22 GeV/c, una desviación de  $2^\circ$  con el primer imanes (llamado Dogleg), para después compensar la desviación con el otro imanes (llamado Spectrometer Magnet). Los parámetros de estos imanes se encuentran en la Tabla 5 y un dibujo del detector en la Figura 5.

Cuantitativamente tenemos que, al pasar una partícula cargada con carga  $e$  por un campo magnético homogéneo con componentes  $(0, B_y, 0)$  y longitud  $L$ , su órbita en el plano x-z es la de un círculo de radio

$$R = \frac{P}{eB_y} \quad (14)$$

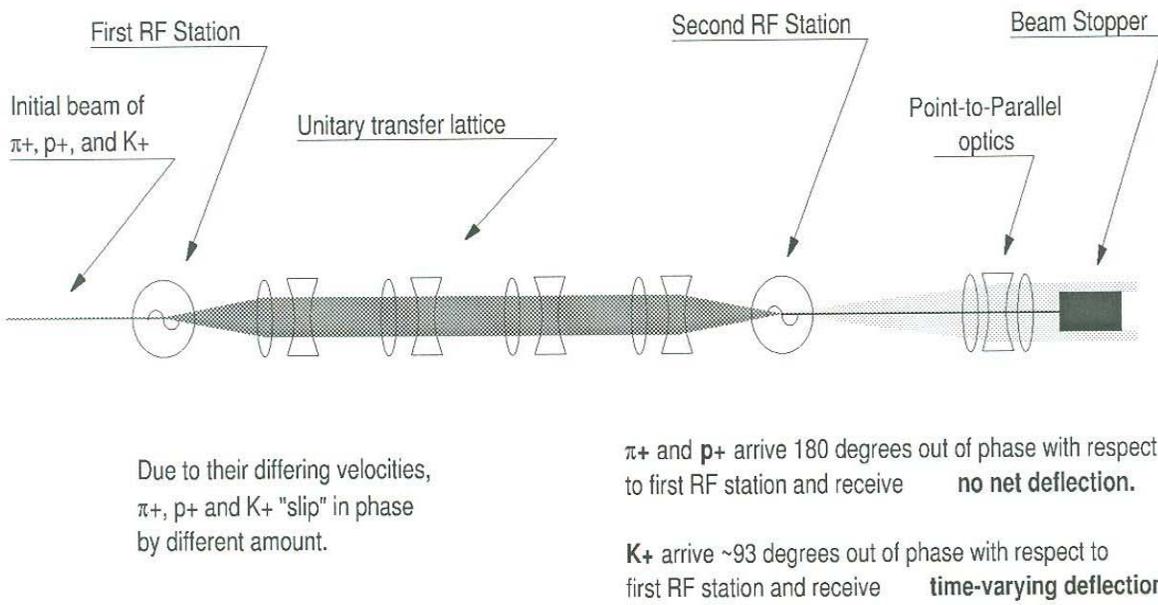


Figura 4: Esquema de la separación de RF en CKM. Tomada de [9].

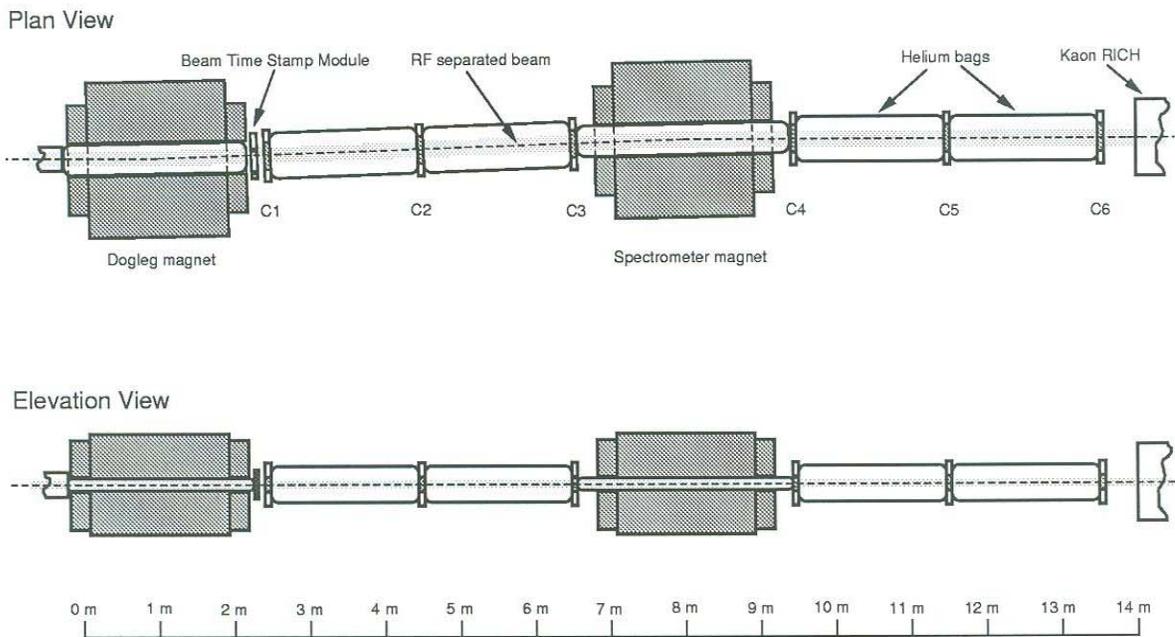


Figura 5: Vistas por arriba y de perfil del espectrómetro magnético UMS. Tomada de [9].

Tipo:	BM105
Gap Horizontal:	45.72 cm
Gap Vertical:	15.24 cm
Longitud:	182.88 cm
Integral del Campo:	2.5610 T·m

Tabla 5: Parámetros de los Imanes Dogleg y Spectrometer. Tomados de [9].

además, observando la Figura 6 tenemos que

$$2 \sin \left( \frac{\theta}{2} \right) = \frac{L}{R} = \frac{eB_y L}{P} \quad (15)$$

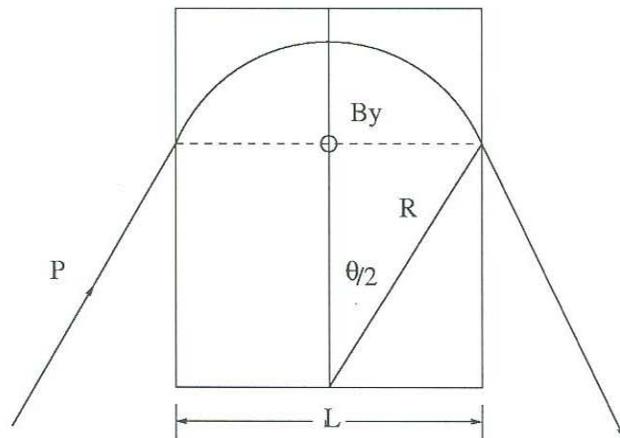


Figura 6: Dibujo de una partícula atravesando una región con campo magnético uniforme.

Para medir posición se utilizan seis cámaras de alambre, tres enfrente y tres atrás del imán UMS. Básicamente las cámaras de alambre (Multi Wire Proportional Chambers) consisten en un plano de alambres igualmente espaciados que se encuentran entre dos planos conductores. Los alambres funcionan como ánodo y los planos como cátodo. Separaciones típicas entre alambres son de  $\sim 2$  mm (en CKM será de 0.8 mm) y entre ánodo y cátodo  $\sim 7$  mm.

Cuando se aplica un voltaje negativo a los planos (cátodos) se origina un campo eléctrico entre los alambres y los planos. La forma del potencial, asumiendo un plano infinito de alambres sin diámetro está dado por [11]:

$$V(x, y) = -\frac{CV}{4\pi\epsilon} \ln \left[ 4 \left( \sin^2 \frac{\pi x}{s} + \sinh^2 \frac{\pi y}{s} \right) \right] \quad (16)$$

donde  $V$  es el voltaje aplicado,  $s$  es la distancia entre alambres y  $C$  la capacitancia entre los alambre y los planos. Si  $L \gg S \gg d$  la capacitancia está dada por

$$C = \frac{2\pi\epsilon}{\frac{\pi L}{s} - \ln \left( \frac{\pi d}{s} \right)} \quad (17)$$

donde  $L$  es la distancia entre el alambre y el plano, y  $d$  es el diámetro de los alambres.

Cuando una partícula cargada atraviesa la cámara de alambre, libera electrones los cuales se arrastrarán a lo largo de las líneas de campo hacia el alambre más cercano. Cuando los electrones llegan a la región donde el campo es más intenso, se aceleran rápidamente creando una avalancha de electrones. Estos electrones inducen una señal negativa en el alambre que, aunque los alambres vecinos también son afectados, sus señales son positivas y de menor amplitud.

Las cámaras de alambre del espectrómetro UMS trabajarán a un mínimo de  $0.9 \text{ MHz/cm}^2$  por un período de 2 años. Un dibujo de la vista frontal de estas cámaras se muestra en la Figura 7 y una vista en perspectiva en la Figura 8.

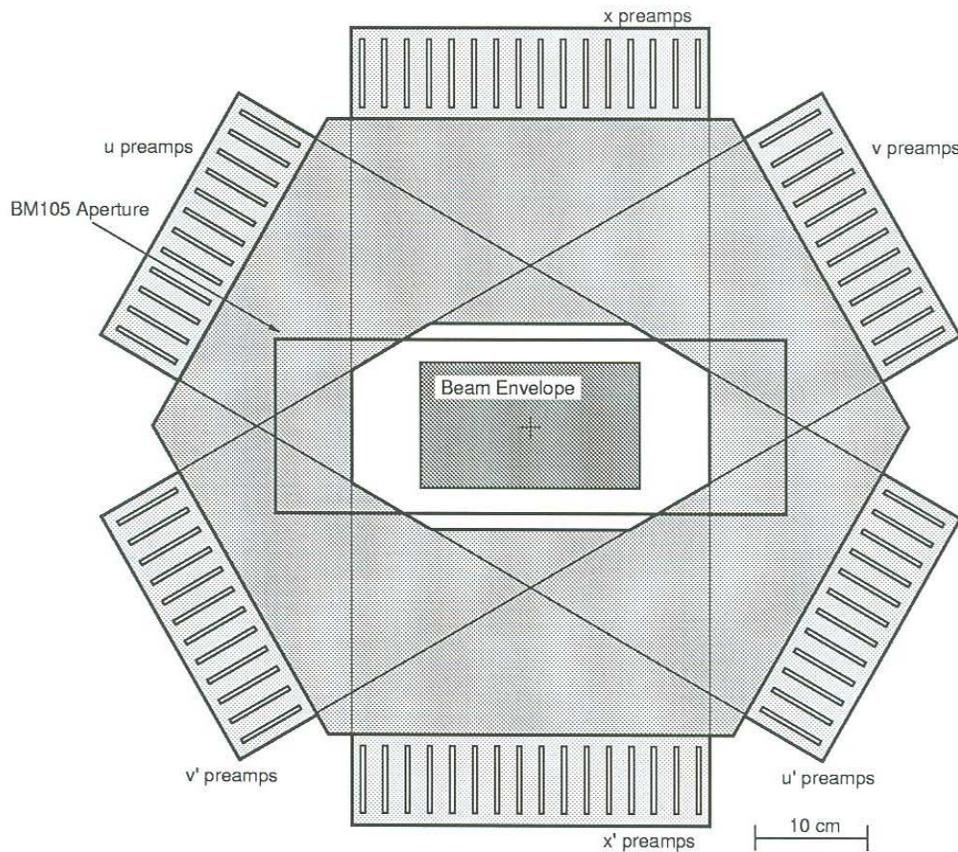


Figura 7: Vista frontal de una cámara de alambre del espectrómetro magnético UMS. Tomada de [9].

Cada cámara es igual y consiste en 6 planos con una separación entre alambres de 0.8 mm, el arreglo consta de 2 planos en el eje  $x$ , dos en el  $u$  y dos en el  $v$ . Los planos  $u$  y  $v$  están rotados  $\pm 60^\circ$ .

Se espera que la máxima frecuencia por alambre sea de  $\sim 0,61 \text{ MHz}$ . La distancia entre el ánodo y cátodo será de 2.5 mm, la separación entre alambres de 0.8 mm y la ganancia será de  $\sim 2 \times 10^4$ . El gas que se usará en las cámaras será una mezcla de 50%  $CF_4$  y 50%

Isobutano. Esta mezcla se ha escogido debido a su rapidez (a la rapidez con que trabaja el sistema completo, con ese gas) y a la resistencia a la degradación del mismo frente a un período de funcionamiento de dos años. En la Figura 8 se muestra una perspectiva de las cámaras de alambre del espectrómetro magnético UMS.

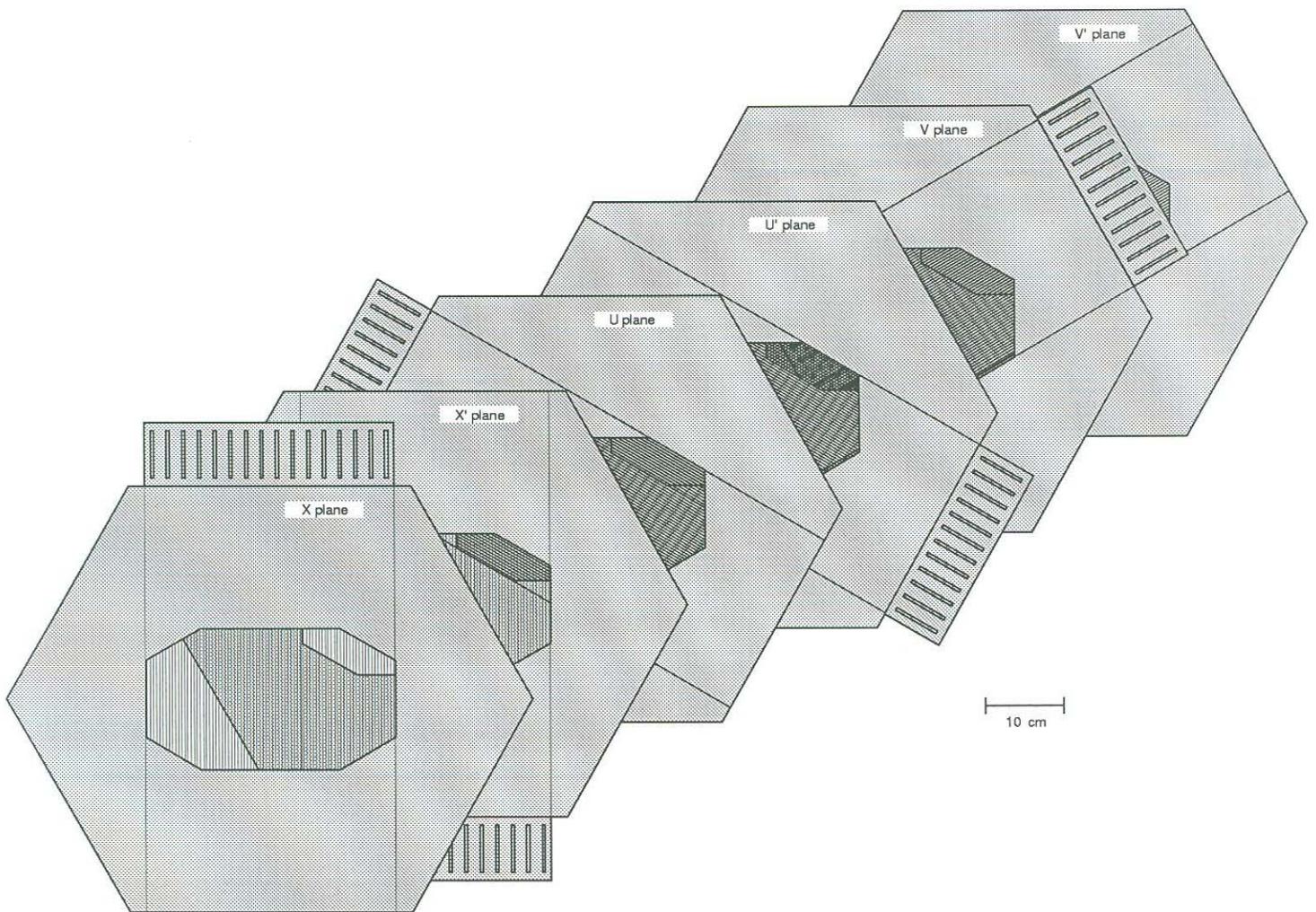


Figura 8: Vista en perspectiva de una cámara de alambres del espectrómetro magnético UMS. Tomada de [9].

### 3.3.2. El Espectrómetro Magnético DMS.

El propósito de este espectrómetro es medir el momento de las partículas provenientes de los productos de decaimiento de la partícula madre,  $K^+$ . Además, con el vector de la partícula primaria, que será medido en conjunto por el espectrómetro magnético UMS (medirá la magnitud) y el detector KEAT (medirá la dirección) se podrá determinar el vértice de decaimiento así como las cantidades necesarias para calcular la  $M_{fal}^2$ . El espectrómetro consiste en 4 cámaras cilíndricas de arrastre (Straw Drift Chambers), 2 a cada lado de un imán con un momento transversal  $p_T = 100 \text{ MeV}/c$ .

La Cámara de Arrastre es un detector que utiliza el tiempo de arrastre de los electrones producidos al ionizarse los átomos de un gas para medir la posición de la partícula ionizante.

Si tenemos un gatillo que emite la señal cuando pasa la partícula ionizante por el gas y suponiendo que la velocidad de arrastre de los electrones en el gas es conocida, entonces, la distancia entre el alambre que funciona como ánodo (ver Figura 9) al lugar de origen de los electrones arrastrados es

$$x = \int_{t_0}^{t_1} u dt \quad (18)$$

donde  $u$  es la velocidad de arrastre de los electrones,  $t_0$  es el tiempo de llegada de la partícula ionizante y  $t_1$  es el tiempo en que el pulso aparece en el ánodo.

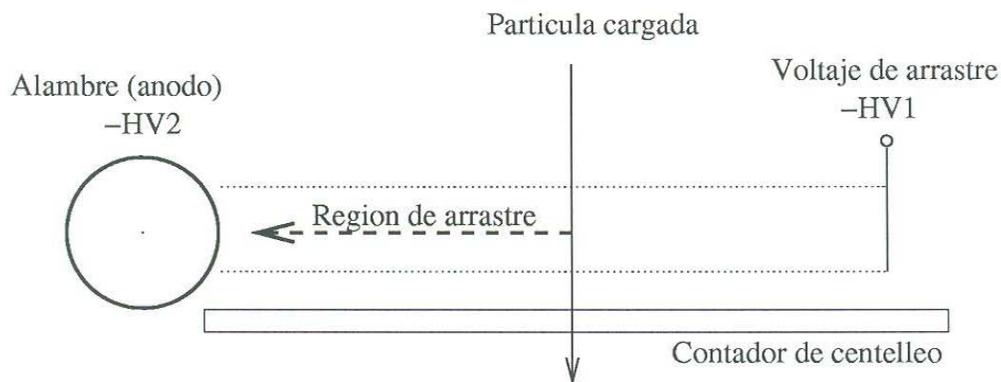


Figura 9: Esquema de la celda de una Cámara de Arrastre.

Una cámara de arrastre esta formada por varias celdas. Una celda se define por tener, en un extremo, un electrodo de alto voltaje y, en el otro extremo, por el ánodo de un contador proporcional. Para crear un campo eléctrico constante, se agregan voltajes en la zona de arrastre con alambres a determinado voltaje. Para inicializar la señal de la partícula ionizante se posiciona un contador de centelleo que cubra el área sensitiva. Una partícula que atraviesa la cámara y el centelleador, liberará electrones en el gas los cuales se arrastran hacia el ánodo. Al mismo tiempo, la señal del centelleador empieza a correr un reloj. La señal creada en el ánodo al llegar los electrones de arrastre al ánodo, detiene el reloj para tener finalmente, un tiempo de arrastre  $t_1 - t_0$ .

Las regiones de arrastre generalmente varían entre 5 y 10 cm. Entre más pequeñas sean estas regiones, en mayor medida se evita la difusión de electrones y el uso de voltajes muy altos.

La resolución espacial de una Cámara de Arrastre depende de 2 factores:

- la relación entre el tiempo de arrastre y la coordenada espacial
- la cantidad de difusión de los electrones a medida que son arrastrados.

Las Cámaras de Arrastre que se utilizan en el espectrómetro DMS contienen celdas cuya diferencia con las descritas en la sección anterior radica en la geometría de las celdas usadas en cada cámara. En CKM el cátodo es un cilindro que rodea al alambre que funciona como ánodo, similar a la Figura 10.

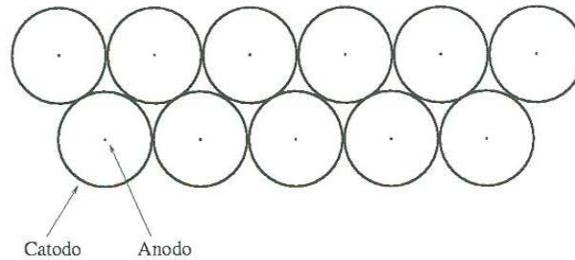


Figura 10: Dibujo Cámara de Arrastre similar a las usadas en el experimento CKM.

El espectrómetro DMS cuenta con 4 cámaras de arrastre. La cámara 1 tiene 5 planos para medir las coordenadas  $x, x', y, y', u$  (cfr. Tabla 6). Por otro lado, cada una de las cámaras 2-4 tiene 8 capas para medir en las direcciones de  $x, x', y, y', u, u', v, v'$ . Donde los planos con prima y sin prima (por ejemplo  $x, x'$ ) están desplazados uno de otro por el tamaño de  $1/2$  celda para resolver la ambigüedad de izquierda-derecha, es decir, no se sabe si la partícula atravesó la celda de la cámara de arrastre por la izquierda o por la derecha del alambre (ánodo). Los cilindros de las celdas tienen un diámetro de 5 mm. Algunos parámetros del DMS se encuentran en la Tabla 6.

Número de cámaras	4 (en la región de decaimiento, al vacío)
Momento transversal del imán	100 MeV/c
Espaciamiento aproximado entre las cámaras	2.5 metros
Número de planos de arrastre en la primer cámara	5 (X,X',Y,Y',U)
Número de planos de arrastre de la 2da-4ta cámaras	8 (X,X',Y,Y',U,U',V,V')
Orientación de los cátodos X,X' de las cámaras	0°
Orientación de los cátodos Y,Y' de las cámaras	90°
Orientación de los cátodos U,U' de las cámaras	45°
Orientación de los cátodos V,V' de las cámaras	-45°
Región activa de arrastre	80 cm
Diámetro de los cátodos cilíndricos	0.5 cm
Alambres (ánodos)	20 $\mu\text{m}$ Au-W
Gas	CF4-isobutano or CF4-ethano
Tiempo de arrastre	$\sim 25$ nseg
Máxima frecuencia por cilindro	120 kHz

Tabla 6: Parámetros del espectrómetro magnético DMS. Tabla traducida de [9].

### 3.4. Los espectrómetros de velocidad

El principio físico de estos detectores se basa en la radiación Cherenkov. La radiación Cherenkov surge cuando una partícula cargada viaja por un medio a una velocidad más rápida que la velocidad de la luz en el mismo medio. Esta velocidad umbral está dada por

$$\beta c = v = \frac{c}{n} \quad (19)$$

donde  $n$  es el índice de refracción del medio por donde viaja la partícula y  $c$  la velocidad de la luz en el vacío. Una partícula que emita radiación Cherenkov debe tener una velocidad de

$$v_{particula} > \frac{c}{n}. \quad (20)$$

En estos casos una onda electromagnética de choque es creada (ver Figura 11). Durante el intervalo de tiempo  $t$  la onda viaja una distancia  $tc/n$  y la partícula se mueve una distancia de  $t\beta c$ . A partir de estas distancias la dirección de propagación de la onda de Cherenkov es obtenida:

$$\cos \theta_c = \frac{ct/n}{\beta ct} = \frac{1}{\beta n} \quad (21)$$

donde  $\theta_c$  es el ángulo de la radiación emitida, relativa a la trayectoria de la partícula.

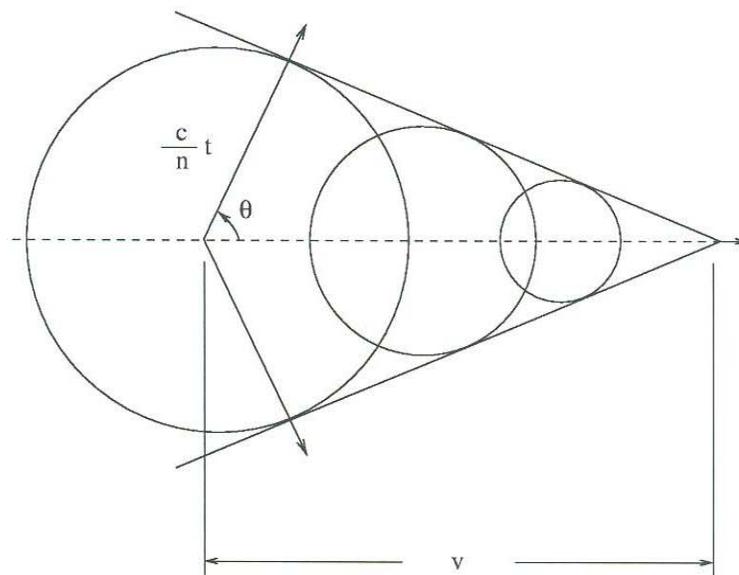


Figura 11: Radiación Cherenkov: una onda de choque electromagnética es creada cuando la partícula viaja más rápido que la velocidad de la luz en ese medio.

El número de fotones emitido por diferencial de longitud de onda y por diferencial de ángulo es

$$\frac{d^2 N}{d\lambda d \cos \theta} = \frac{2\pi\alpha}{L} \cdot m \left[ \frac{\sin(mz)}{z} \right]^2 \sin^2 \theta \quad (22)$$

donde

$$z(\theta) = \pi m \left( \frac{1}{n\beta} - \cos \theta \right) \quad (23)$$

y

$$m = \frac{L}{\lambda} \quad (24)$$

en el límite de radiadores muy grandes ( $L \gg \lambda$  ó  $m \rightarrow \infty$ ) podemos realizar la integración respecto al ángulo usando la siguiente representación de la delta de Dirac:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{n} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 nz}{z^2} g(z) dz \right\} = g(0)$$

de tal manera que, integrando con respecto al ángulo la ecuación 22 tenemos

$$\begin{aligned} \frac{dN}{d\lambda} &= \frac{2\pi\alpha L}{\lambda^2} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \int_0^1 \left[ \frac{\sin(nz)}{z} \right]^2 \sin^2 \theta d(\cos \theta) \\ \frac{dN}{d\lambda} &= \frac{2\pi\alpha L}{\lambda^2} \left( 1 - \frac{1}{n^2\beta^2} \right) \end{aligned} \quad (25)$$

y usando la ecuación 21 se obtiene

$$\frac{dN}{d\lambda} = \frac{2\pi\alpha L}{\lambda^2} \sin^2 \theta_c \quad (26)$$

El mecanismo de radiación Cherenkov está relacionado con la polarización de las moléculas a lo largo de la trayectoria de la partícula cargada. Las moléculas regresan a su estado base con la emisión de luz, llamada luz Cherenkov [12].

El patrón cónico emitido alrededor del eje de trayectoria de la partícula radiante puede ser enfocado mediante un espejo parabólico que, para ángulos pequeños, se aproxima a un espejo esférico y formar en una pantalla, la imagen que tendrá forma de anillo. La relación entre el radio del anillo formado  $r$ , el radio del espejo esférico  $R$  y el ángulo de Cherenkov está dado por

$$r = \frac{R}{2} \tan \theta_c$$

Utilizando cinemática relativista se obtiene el radio del anillo como función del momento  $p$  de la partícula cargada con masa  $m$ :

$$r = \frac{R}{2} \sqrt{2 - \frac{2}{n} \sqrt{1 + \frac{m^2 c^2}{p^2}}} \quad (27)$$

la cual se obtiene sabiendo que

$$\begin{aligned} p &= \frac{m\beta c}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{mc}{\sqrt{\frac{1}{\beta^2} - 1}} \\ \cos \theta &= \frac{1}{\beta n} \approx 1 - \frac{\theta^2}{2} \end{aligned}$$

y

$$r = \frac{R}{2} \tan \theta \approx \frac{R}{2} \theta.$$

De tal manera que, conociendo el radio de Cherenkov de una partícula uno puede conocer el ángulo  $\theta$  y con el ángulo, su velocidad. Además, conociendo el centro del anillo, se encuentra la dirección de la trayectoria de la partícula.

En la Figura 12 podemos ver una gráfica del momento contra el radio de Cherenkov para el pion y el kaon.

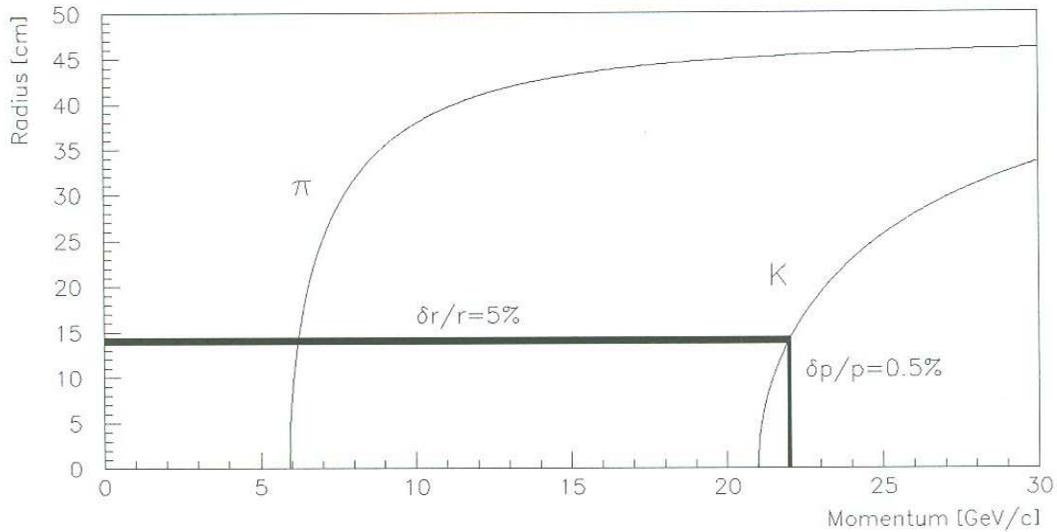


Figura 12: Radio del anillo de un  $K^+$  y  $\pi^+$  contra su momento, para el RICH de Kaones. Se usa  $R = 40$  m y  $n = 1,0002765$ . Tomada de [9].

Teniendo el vector velocidad y conociendo la masa de la partícula se tiene el momento de la misma. De esta manera, los detectores RICH son usados para medir el momento conociendo la velocidad de la partícula.

En la Figura 12 podemos ver que la resolución en momento decrece al aumentar el radio de la partícula. Además existen otras contribuciones al decremento en la resolución como son la dispersión múltiple con el medio radiador y la dispersión cromática.

### 3.4.1. El detector RICH de Kaones

Con respecto a la composición física de este detector, podemos decir que consistirá en un cilindro de 11 m de largo con un sistema óptico interno que proyecta las ondas Cherenkov a un arreglo de 600 Tubos Fotomultiplicadores (PMTs) de  $\frac{1}{2}$ " que se encargará de medir la imagen del anillo. La distancia focal del espejo es de 20 m y se usarán tres espejos. En la Figura 13 se muestra el recorrido de los fotones Cherenkov.

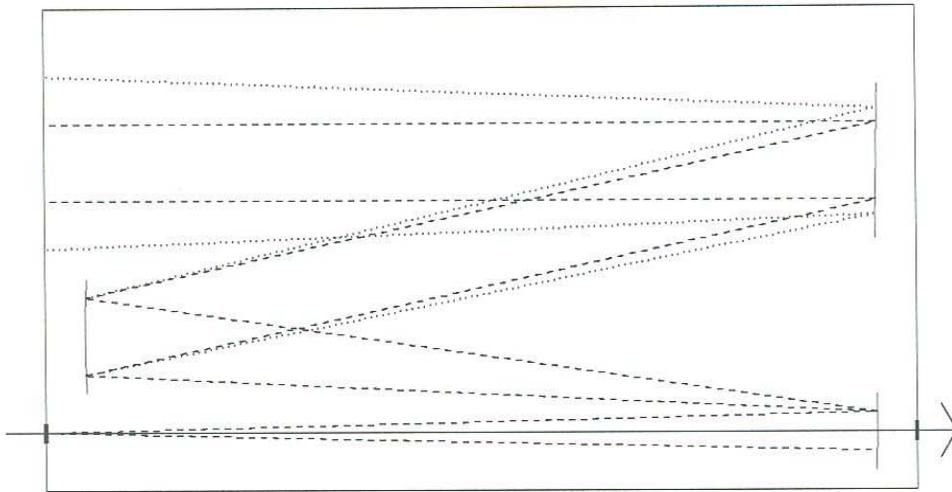


Figura 13: Dibujo esquemático del camino óptico de la luz Cherenkov emitida por el kaon. El cilindro tendrá una longitud de 11 m. La flecha larga representa el haz; los puntos más gruesos representan las ventanas. Las líneas segmentadas representan los fotones Cherenkov de un  $K^+$ , las líneas punteadas representan los fotones Cherenkov de un  $\pi^+$ . El espejo plano reflejará solamente parte de los fotones Cherenkov de los piones. Tomada de [9].

El gas del RICH de kaones utilizado como radiador será de  $CF_4$  a una presión  $\sim 0.7$  atm ó  $N_2$  a una presión  $\sim 1.2$  atm. La selección se basa en el hecho experimental de que la dispersión de la luz en estos gases es relativamente baja.

La velocidad del kaon debe ser medido por este detector con un error menor a  $\pm 0.5\%$  y los ángulos del  $K^+$  con uno menor a  $\pm 0.3$  mrad. La resolución temporal es de  $\sim 1$  nsec, la cual esta determinada principalmente por la resolución temporal de los PMTs para detectar la luz reflejada por los espejos.

### 3.4.2. El detector RICH de Piones

El RICH de Piones trabaja bajo el mismo principio físico que el RICH de Kaones. El propósito singular de este detector es medir el vector velocidad de los piones cargados secundarios provenientes de la partícula primaria  $K^+$ . Este detector tiene la capacidad de distinguir entre piones y muones con una separación de aproximadamente 10 desviaciones estandar con respecto al radio del anillo [13].

El diseño del RICH de Piones consiste en un cilindro de 20 m de largo con un diámetro

de 2 m. El gas con el cual trabajará es Neon ya que es un gas poco dispersivo y además ya se ha utilizado en experimentos anteriores, demostrando su eficiencia.

La presión a la cual trabajará el RICH de Piones es de 1 atm debido a la necesidad de sellar las aperturas del RICH con ventanas delgadas (para reducir al máximo el material del detector). Los 20 m de gas presentan una longitud de radiación (radiation length) de  $\sim 6\%$  y una longitud de interacción (interaction length) de  $\sim 2\%$  a las partículas que lo atraviesan.

El anillo de Cherenkov producido por las partículas es enfocado por una matriz de espejos esféricos hacia el plano de tubos fotomultiplicadores. Serán, en total, aproximadamente 3000 tubos fotomultiplicadores de  $\frac{1}{2}$  pulgada los que recibirán los fotones de Cherenkov emitidos por las partículas cargadas que, arriba del umbral de velocidad, atraviesan el RICH.

### 3.5. Sistemas detectores de Fotones

Debido a la presencia de fotones provenientes de uno de los principales decaimientos considerados como ruido,  $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0$  donde  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ , así como fotones provenientes del Bremsstrahlung ocasionado por la interacción del haz con el material del detector, existe la necesidad de incluir instrumentos cuya función sea la detección de fotones.

Las energías de los fotones que se necesitan detectar son mayores a 1 GeV para fotones provenientes del  $\pi^0$  y tan bajas como de 10 a 20 MeV para fotones provenientes de la interacción con el material del detector. Los detectores deben ser capaces de medir las energías de los fotones así como sus posiciones. Los fotones provenientes del  $\pi^0$  deben ser vetados con una ineficiencia menor que  $1,6 \times 10^{-7}$  [9].

Existen varios detectores de fotones en el experimento CKM, dependiendo del lugar en que se encuentran se dividen en:

- el VVS (Vacuum Veto System) que se encuentra en la región de decaimiento,
- el FVS (Forward Veto System) que rodea la región que atraviesan los piones y
- el HVS que instrumenta el agujero para el haz, después del FVS.

Una distribución de las energías de los fotones que llegan a los diferentes detectores se obtuvo en [9] simulando el decaimiento  $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0$  (ver figura 14 y 15). Se observa en estas distribuciones que la energía más bajas que el FVS y HVS deben detectar son de  $\sim 900$  MeV/c y, por otro lado, el VVS debe ser capaz de detectar energías en el rango de 10-20 MeV.

Cabe mencionar que el diseño de los detectores de fotones se basa en las características del decaimiento  $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0$ , donde  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ , son las siguientes:

- Cuando un fotón tiene baja energía, el otro fotón necesariamente tendrá alta energía (producto del principio de conservación de energía).

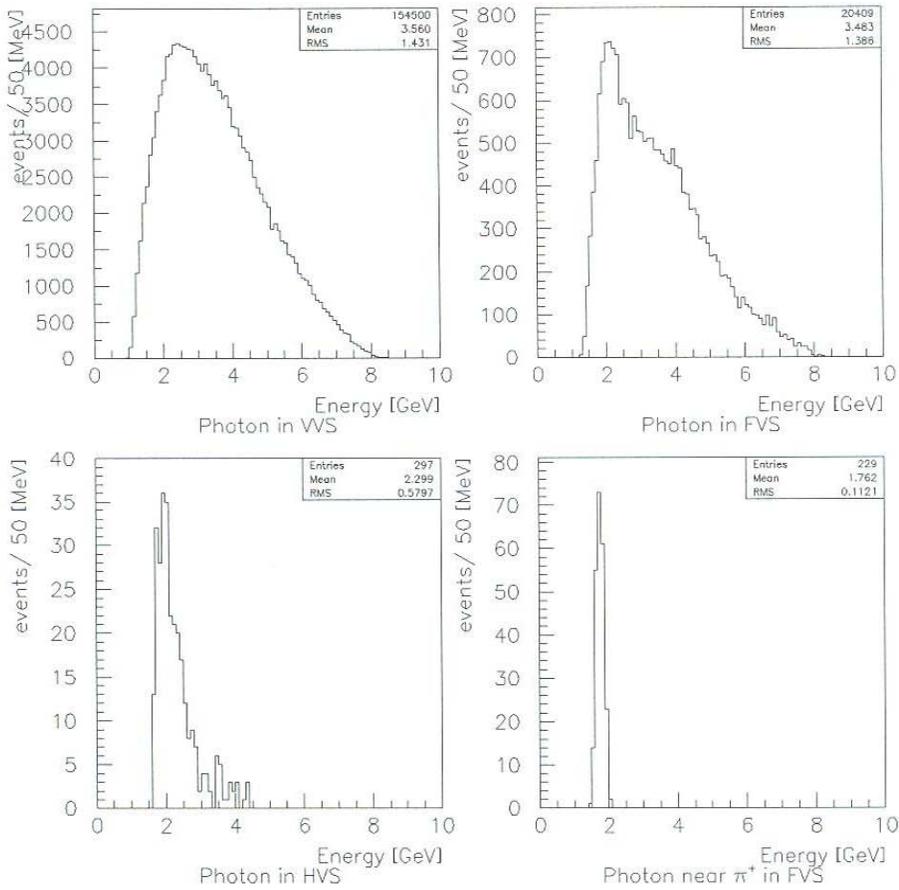


Figura 14: Distribución de energía del fotón altamente energético proveniente del decaimiento  $K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0$  para diferentes detectores de fotones. Tomada de [9].

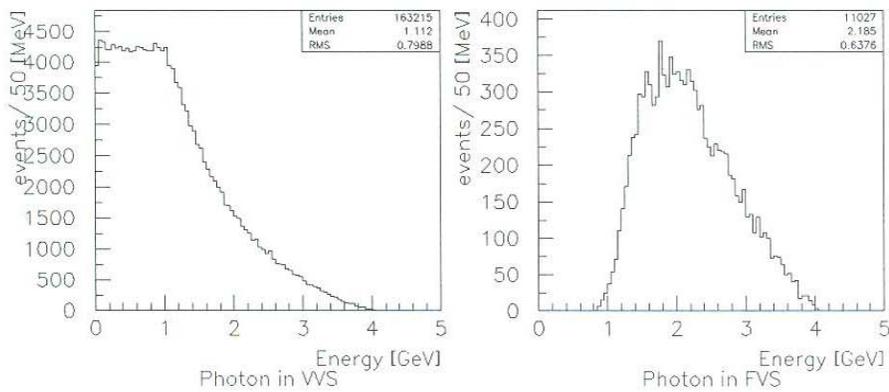


Figura 15: Distribución de energía del fotón poco energético proveniente del decaimiento  $K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0$  para los diferentes detectores de fotones. Tomada de [9].

- Existe una anticorrelación entre energía del fotón y ángulo de decaimiento  $\theta$  entre el rayo del fotón y la trayectoria del  $\pi^0$ : a medida que el ángulo  $\theta$  (en el sistema de laboratorio) se incrementa (de 0 a  $\frac{\pi}{2}$ ) la energía del fotón disminuye.

La primera de estas características beneficia al experimento con respecto a la eficiencia de los detectores de fotones ya que técnicamente es más fácil detectar fotones de energía alta (mayor a 1 GeV) que detectar fotones con energía relativamente baja ( $\sim 10$  MeV), en un experimento de alta frecuencia ( $\sim 1$  ns).

La segunda característica beneficia al experimento con respecto al diseño del detector VVS ya que es posible instrumentar solamente la mitad de la superficie del volumen de decaimiento, perdiendo fotones con ángulo grande ( $\sim \frac{\pi}{4}$ ) y de poca energía (ver figura 16). Se ha demostrado en [9] que la pérdida de estos fotones con poca energía tiene un efecto despreciable con respecto al ruido de fondo total a la medición principal del experimento.

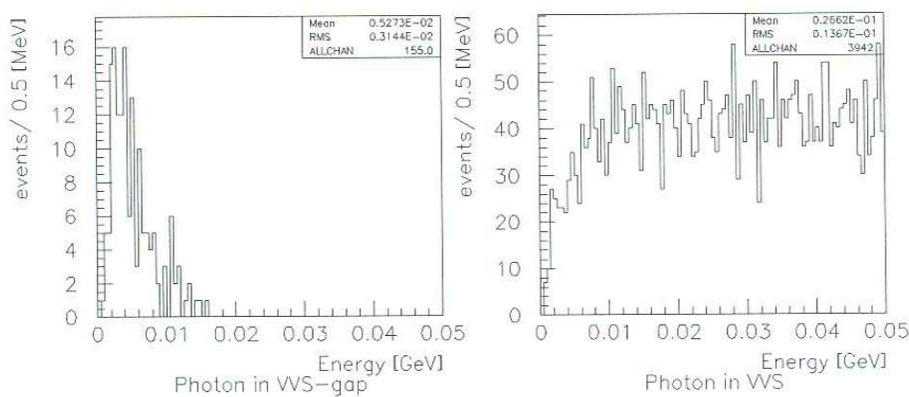


Figura 16: Distribución de energía del fotón poco energético proveniente del decaimiento  $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0$  para la parte del detector de fotones VVS que se encuentra en el espacio donde no está instrumentado y para las regiones donde sí se encuentra instrumentado (regiones activas). Tomada de [9].

### 3.5.1. Lluvias Electromagnéticas

Para explicar el fenómeno de *lluvia electromagnética*, consideramos a un electrón o a un positrón con varios GeV de energía, el cual atraviesa un bloque de algún material. Los electrones pierden energía a través de la radiación de frenado (*Bremsstrahlung*), emitiendo fotones de  $\sim 100$  MeV. Posteriormente, para fotones con más de 1 MeV la interacción más probable es producción de pares, de tal manera que se tiene ahora otro electrón y otro positrón que a su vez, si tienen suficiente energía, pueden emitir fotones mediante *Bremsstrahlung*. De esta manera, un electrón o fotón inicial produce una lluvia electromagnética, la cual consiste en varios electrones y fotones. La lluvia continua hasta que la energía de las partículas baja hasta 100 MeV en el que la probabilidad de que ocurran procesos de ionización y excitación se hace mayor a la de la emisión de fotones.

### 3.5.2. La Técnica para detectar fotones

El diseño de los sistemas detectores de fotones se basa en el principio de los detectores llamados Calorímetros Electromagnéticos. Un dispositivo que mide la energía total depositada por una partícula o grupo de partículas es conocido como calorímetro, en analogía con el instrumento de laboratorio que mide la cantidad de calor depositado.

Los calorímetros que periódicamente muestrean el desarrollo de una lluvia electromagnética iniciada por una partícula incidente, se llaman *Calorímetros Electromagnéticos de muestreo* (Sampling Electromagnetic Calorimeters).

Estos detectores consisten de un absorbedor homogéneo o de una estructura en forma de sandwich que muestrea la energía de la lluvia electromagnética periódicamente y, por lo tanto, la energía de la partícula incidente.

En el experimento CKM se utilizan detectores de fotones que son básicamente Calorímetros Electromagnéticos de Muestreo, que consisten en placas alternadas de 1mm-Pb/5mm-Centelleador. Al incidir la partícula en el material, el plomo produce la lluvia electromagnética y, al pasar los electrones y positrones producidos a través del material centelleador (plástico centelleador) una fracción de la energía perdida puede excitar a los átomos en el medio centelleador de tal manera que un porcentaje ( $\sim 7\%$ ) de la energía liberada en el proceso de desexcitación de estos átomos produce luz visible la cual es detectada por tubos fotomultiplicadores.

Es así como funcionan los detectores de fotones y electrones del experimento CKM: el VVS, FVS, HVS y el BIVS, cuyas diferencias radican en el lugar donde se encuentran y en la geometría de los mismos.

## 3.6. El módulo BTS (Beam Time Stamp Module)

Además de medir el momento y dirección de las partículas provenientes del separador de RF (en su mayoría  $K^+$ ), también se necesita asignar el tiempo a cada trayectoria del haz con una precisión de 1 ns debido a la alta densidad de partículas en el haz. El módulo BTS se encargará de esta tarea.

La ubicación del detector es antes del imán Dogleg y enfrente de la primer cámara de alambre (ver Figura 2). El módulo BTS consiste en 2 capas de 256 fibras centelleadoras y tienen 1 mm de diámetro. Las señales de las fibras serán observadas por tubos fotomultiplicadores, en la Figura 17 se muestra un dibujo de este detector visto por arriba.

## 3.7. El detector KEAT (Kaon Entrance Angle Tracker)

Para reducir el ruido proveniente de interacciones como la dispersión múltiple en el RICH de kaones ( $\approx 0.1$  longitudes de radiación) y con esto poder tener una reconstrucción precisa

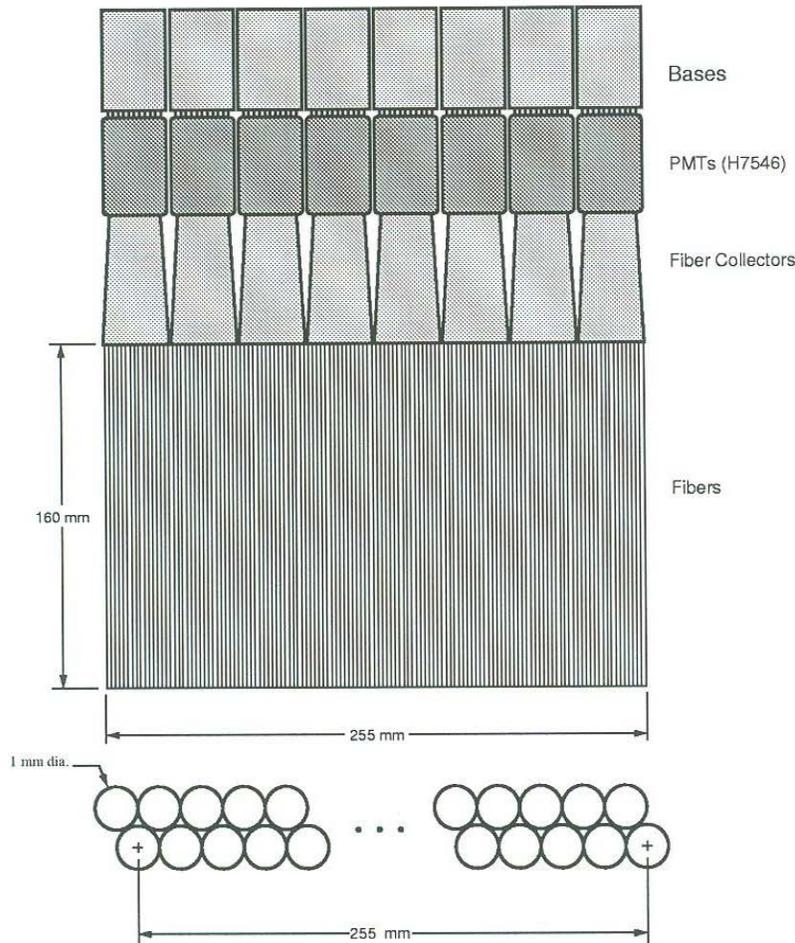


Figura 17: El módulo BTS. Tomada de [9].

del vértice del decaimiento buscado, se usa el detector KEAT para medir la dirección con que entran las partículas del haz a la región de decaimiento.

El KEAT consistirá en dos estaciones de cámaras de alambre, 6 en cada estación con las mismas características de las utilizadas en el espectrómetro magnético UMS. Las estaciones estarán enseguida de la ventana de la región de decaimiento (en esta región hay vacío y es separada por una ventana) y tendrán una separación, una de la otra, de 2.6 m.

### 3.8. El detector BIVS (Beam Interaction Veto System)

Debido a que el haz de kaones puede interactuar mediante colisiones inelásticas principalmente con el material del KEAT produciendo un  $\pi^+$  que se dirija a la región de decaimiento y sea después identificado, puede aparentar ser un decaimiento  $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$  introduciendo ruido a la medición. Para prevenir esto, se ha diseñado el sistema BIVS cuya función será vetar eventos de partículas asociadas con dispersión inelástica con el material antes de entrar a la región de decaimiento.

El principio físico de este detector se basa en el hecho de que si una partícula con una energía mayor a 5 GeV incide en materia, digamos en un bloque de materia, se llevarán a

cabo interacciones inelásticas así como dispersión elástica entre la partícula y los nucleones en el material. En tales colisiones, varios hadrones secundarios son producidos como piones, kaones, protones y neutrones. La energía de la partícula primaria es parcialmente transferida a estos hadrones secundarios, y estos a su vez pueden llevar a cabo otras colisiones inelásticas. Se forman hadrones terciarios y este proceso en cascada puede seguir y parar sólo cuando las energías de los hadrones son tan pequeñas que son frenados o absorbidos en algún proceso nuclear. Esta cascada es llamada "lluvia hadrónica".

Basandose en la lluvia hadrónica producida por el  $\pi^+$  producto de alguna interacción inelástica entre un kaon del haz y el material de KEAT, se contruye un sistema para vetar hadrones a base de un sandwich cilíndrico (rodeando al haz) de plomo-centelleador de tal manera que la lluvia hadrónica producida por el pion incidente, sea detectada y con esto el evento sea vetado (rechazado). En la Figura 18 se muestra la descripción geométrica del BIVS.

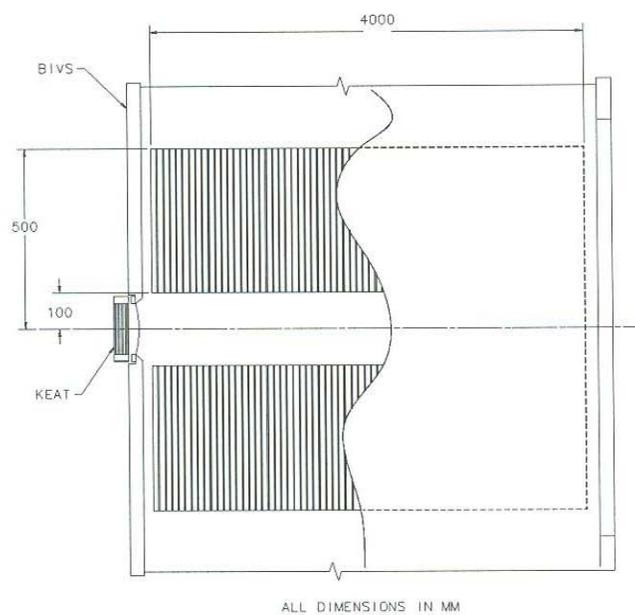


Figura 18: Vista de arriba de la última parte del KEAT y enseguida el BIVS junto a la siguiente parte del arreglo experimental, el VVS (Vacum Veto System). Tomada de [9].

La forma cilíndrica del BIVS tiene un diámetro de 20 cm, además, este detector está segmentado de manera longitudinal y azimutal y está equipado con Tubos Foto Multiplicadores (PMTs) para observar los piones. Cabe mencionar que se demuestra en [9] que la energía de los fotones a detectar por el BIVS no es menor de 10 MeV. Donde termina el BIVS empieza la región de decaimiento.

### 3.9. El Sistema Veto de Muones

Estudios del ruido, particularmente de los decaimientos  $K^+ \rightarrow \mu^+\nu$  y  $K^+ \rightarrow \mu^+\nu\gamma$ , muestran que el rechazo de muones debe ser igual o mejor a  $1 \times 10^{-5}$  para muones con momento mayor a 14 GeV.

El Sistema Veto de Muones tiene como objetivo identificar muones con momento entre 14 y 22 GeV con una imprecisión menor a  $1 \times 10^{-5}$  manteniendo, al mismo tiempo, alta aceptación al decaimiento buscado ( $K^+ \rightarrow \pi^+\nu\bar{\nu}$ ).

El problema principal es confundir un muon como pion. Si un pion decae en un muon, por ejemplo en el decaimiento  $\pi^+ \rightarrow \mu^+\nu$ , esto no introduce ruido pero sí incrementa la ineficiencia.

La técnica de este sistema de detección se basa en la naturaleza penetrante de los muones comparada con la de los piones. El diseño consistirá en placas alternadas con plástico centelleador con lo cual se observará el desarrollo de las *lluvias*. Actualmente, el diseño final está en desarrollo, y se están realizando prototipos al respecto.

## 4. Estudio de los principales decaimientos considerados como ruido de fondo a la medición principal mediante la simulación

### 4.1. Simulación con GEANT

El programa GEANT simula el paso de las partículas elementales a través de la materia. Aunque fue originalmente diseñado para experimentos en la Física de Altas Energías, actualmente también es utilizado en áreas como ciencias médicas y biológicas, astronáutica entre otras.

Las principales aplicaciones de GEANT en Física de Altas Energías son:

- el *transporte* de partículas a través de un arreglo experimental para la simulación de la respuesta de un detector;
- la representación gráfica del arreglo y de las trayectorias de las partículas.

Las dos funciones son combinadas en la versión interactiva de GEANT. De tal manera que el GEANT permite:

- describir un arreglo experimental mediante una estructura de volúmenes con determinada geometría,
- aceptar eventos simulados por generadores Monte Carlo,
- transporte de partículas a través de las regiones del arreglo, tomando en cuenta los límites del volumen y los efectos físicos de acuerdo a la naturaleza de las partículas, sus interacciones con la materia y los campos magnéticos,
- registrar la trayectoria de las partículas y la respuesta de los detectores y
- visualizar a los detectores y a las trayectorias de las partículas.

### 4.2. El Programa de Simulación CKM\_GEANT

La herramienta de simulación CKM\_GEANT (programa en GEANT para CKM) permite investigar el comportamiento individual de cada detector, así como el comportamiento de la combinación de todos los detectores que componen el arreglo experimental. A continuación una descripción de los detectores como se encuentran implementados en CKM\_GEANT:

- El espectrómetro magnético UMS: La simulación de este detector incluye los planos de cátodos, volúmenes de gases y los alambres. Los volúmenes de Helio llenan la región entre las cámaras ya que el Helio es un gas ligero con lo que se reduce la dispersión múltiple con el haz.

- Los detectores RICH: Incluye las ventanas, gases y espejos. La eficiencia de la detección de los fotones en los tubos fotomultiplicadores también es tomada en cuenta para considerar si el fotón que llegó al fotomultiplicador se tomará como una señal o no [14].
- El detector KEAT: El programa de simulación incluye dos copias de las cámaras del espectrómetro UMS a la entrada del volumen de decaimiento. Estas cámaras miden el ángulo de entrada del Kaon proveniente del RICH de Kaones, en donde las partículas sufren de dispersión múltiple. Las cámaras del Keat tienen 2.6 m de separación; el volumen entre esta separación es llenado con helio.
- Los imanes: Existen dos imanes para el espectrómetro magnético UMS. En CKM\_GEANT se simulan un campo vertical de 14 kG en una longitud de 184 cm de cada imán. Los dos campos son orientados de manera opuesta para proveer una medición del ángulo de deflexión y después recobrar la divergencia original del haz. El imán del espectrómetro DMS está colocado entre la 2da y 3ra estaciones (cámaras de arrastre) y el imán es simulado produciendo una caja de 1 metro de largo con un campo magnético de 3.3 kG.
- El espectrómetro magnético DMS: Las cámaras de arrastre se simularon de material mylar con la forma cilíndrica, incluyendo el gas y alambres. La separación entre las estaciones en cada lado del imán es de 4 m, mientras que la separación entre las estaciones 2 y 3 es de 2 m centradas con respecto al imán.
- El detector de fotones FVS: Este detector se ha implementado en CKM\_GEANT como un arreglo rectangular con 1797 bloques de 5 x 5 cm formando un rectángulo de 210 x 215 cm.
- El detector de muones MVS: En la versión actual del MVS no se ha realizado una simulación explícita del detector, sólo se asume un rechazo de muones de  $1 \times 10^{-5}$  y una aceptación de piones de 95 %.

Específicamente, el uso que hice del programa de simulación CKM\_GEANT en la primera parte de mi trabajo fue para simular un haz de kaones en donde se exigía que todos los kaones decayeran a algún modo de decaimiento específico para observar la respuesta general del arreglo experimental a estos decaimientos, algo que es muy lejano a la realidad pero que sirve para estudiar cómo son observados estos decaimientos por el conjunto de detectores en CKM y con esto poder reproducir estudios que se hicieron sobre el ruido al decaimiento  $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$ .

### 4.3. La utilería para análisis de datos: PAW

PAW es una utilería interactiva que permite visualizar datos experimentales en forma de gráficas en la computadora. Es posible llamar, con PAW, a las librerías del CERN que pueden usarse en programas que procesan o grafican datos. El propósito de PAW es proveer muchos de los procedimientos comunes de análisis y graficación de datos que serían innecesariamente repetidos por programadores individuales, dar una forma flexible de invocar estos

procedimientos comunes y, a la vez, permitir la adecuación del usuario donde sea necesario.

Todos los programas de graficación, para el presente trabajo, fueron realizados usando PAW.

#### 4.4. Estudio del Ruido al decaimiento $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$

Debido a que el decaimiento a buscar,  $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$ , es de tres cuerpos, donde sólo uno de ellos es identificable, el  $\pi^+$ , no es posible hacer la reconstrucción, via cuadrimentos de las partículas secundarias, de la masa invariante. Además la masa *faltante*,  $M_{fal}$ , tampoco se caracteriza por un pico ya que son dos partículas que no se detectan, dos neutrinos. Debido a esta característica del decaimiento, la estrategia del experimento CKM es buscar los decaimientos  $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$  en la región de  $M_{fal}$  donde el ruido a este decaimiento sea suficientemente negligible para realizar la medición de la señal.

A continuación se presenta un estudio que se hizo, acerca de las principales fuentes de ruido al decaimiento. Las principales fuentes de ruido al decaimiento son, debido a su probabilidad de decaimiento tan alta, las siguientes:

- $K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0$ , con 0.64,
- $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu$ , con 0.21 y
- $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu \gamma$ , con  $5.5 \times 10^{-3}$ .

El estudio se hizo usando el programa de simulación CKM\_GEANT, versión v4.2 realizado con la versión 3.21 de GEANT. Se generó un haz de 10,000 kaones con un sólo modo de decaimiento, el modo de decaimiento corresponde al decaimiento a estudiar. La rutina que guardaba la información acerca de las características del haz de kaones generado y su modo de decaimiento se llama *ckminit*, por lo que hubo que modificarla. La simulación se repitió 10 veces para tener un total de 100,000 eventos. Para esto se usó un programa escrito en el lenguaje SCRIPT para administrar la granja de computadoras, de las instalaciones del Instituto de Física *Manuel Sandoval Vallarta*, y con esto facilitar el proceso de activar la simulación correctamente. Posteriormente se analizaron los datos arrojados por la simulación, en un archivo llamado *ckmgeant.out*, con el programa llamado *ckm\_read* el cual tiene la función de transformar los datos en *crudo* arrojados por CKM\_GEANT en cantidades físicas con las cuales se puede realizar un análisis del decaimiento. En total se tenían 10 archivos del tipo *.out* cuyos datos fueron graficados utilizando PAW. Con la ayuda de esta herramienta se realizaron *macros*<sup>1</sup> para que analizaran rápidamente los 10 archivos arrojados por *ckm\_read* y sumaran los histogramas generando un sólo histograma con los 100,000 eventos. De esta manera, se han reproducido los resultados obtenidos en [9] con respecto a las principales fuentes de ruido a la medición de 100 decaimientos del tipo  $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$  con un error de 10 eventos.

---

<sup>1</sup>Conjunto de comandos dentro de un archivo ejecutable.

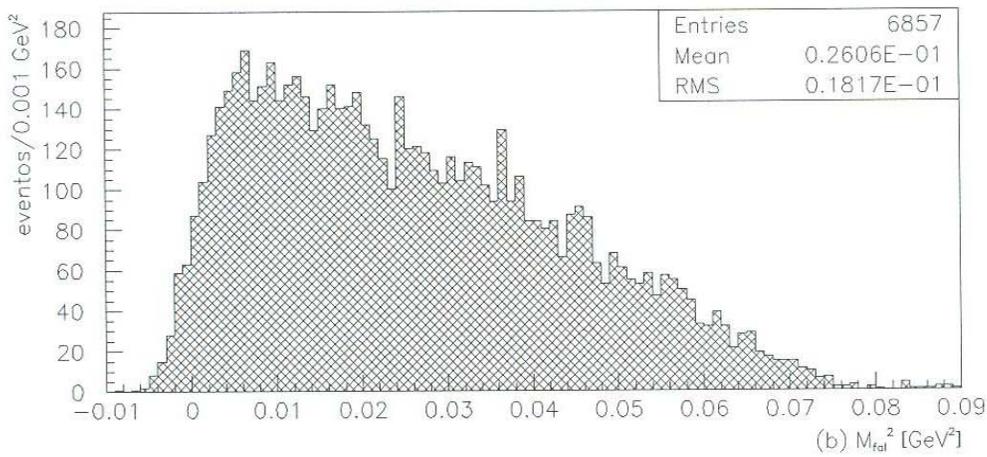
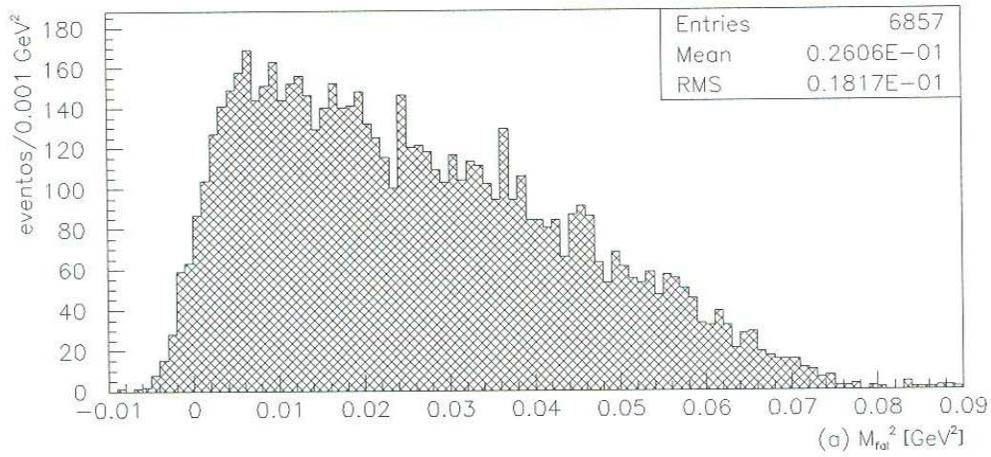


Figura 19: La  $M_{fal}^2$  producida por la simulación con CKM\_GEANT de una muestra de 100,000 decaimientos  $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$  aplicando los *cortes* para obtener una buena señal en  $M_{fal}^2$  (ver siguiente sección). Se observa que su forma no es la de un *pico* ya que es un decaimiento de tres cuerpos donde 2 de ellos son neutrinos por lo que la  $M_{fal}^2$  corresponde al sistema de los 2 neutrinos. (a)  $M_{fal}^2$  medida por el espectrómetro magnético. (b)  $M_{fal}^2$  medida por el espectrómetro de velocidad.

## 5. Resultados del estudio de los principales decaimientos considerados como ruido de fondo a la medición principal

El *macro* realizado en *PAW* para el análisis de datos, utiliza *cortes* adecuados para obtener una buena señal de la  $M_{fal}^2$  de cada decaimiento simulado. Los *cortes* son los siguientes:

1. *Cortes* con respecto al vértice de decaimiento: Estos *cortes* principalmente rechazan el ruido al decaimiento proveniente de las interacciones del haz con el material del detector. Estos *cortes* son:
  - $\theta > 1,5$  mrad, exige que el ángulo entre la partícula madre, el  $K^+$  y el  $\pi^+$  sea lo suficientemente grande para permitir una buena medición del vértice de decaimiento.
  - $20 \text{ m} < z_{\text{vértice}} < 40 \text{ m}$  exige que la posición del vértice reconstruido se encuentre mínimo a 5 metros de cualquier material del detector.
  - $DOCA < 0,6$  cm, exige que la distancia de máximo acercamiento entre la trayectoria de la partícula madre y el pion, reconstituidas, sea menor a 0.6 cm.
  - $\sqrt{x_{\text{vértice}}^2 + y_{\text{vértice}}^2} < 10$  cm, exige que la posición del vértice debe estar cerca del haz.
2. *Cortes* con respecto a los espectrómetros (magnético y de velocidad): Estos *cortes* exigen principalmente que los dos espectrómetros, el magnético y el de velocidad coincidan hasta cierto margen. Además, estos *cortes* tienen la cualidad de rechazar muones debido que se toma la hipótesis de que toda partícula que pasa por el RICH de piones es un pion, por lo tanto, al pasar un muon por el RICH, su  $M_{fal}^2$  queda fuera de la región aceptación (en la cantidad  $M_{fal}^2$ ) de eventos considerados como  $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$ . Estos *cortes* consisten en:
  - En el momento de la partícula madre:  $|p_{\text{magnético}} - p_{\text{RICH}}| < 0,025$  GeV/c
  - Ángulo de la la partícula primaria con respecto a la secundaria con respecto al plano paralelo al campo del espectrómetro DMS:  $\theta_y < 1,5$  mrad.
  - Momento de la partícula secundaria:  $|p_{\text{magnético}} - p_{\text{RICH}}| < 0,05$  GeV/c.
  - En masa *faltante*:  $|M_{\text{magnético}}^2 - M_{\text{RICH}}^2| < 0,01$  GeV<sup>2</sup>.
  - En el momento del pion:  $14 \text{ GeV}/c < p_{\text{RICH}} < 20 \text{ GeV}/c$ .

A continuación, se presentan los resultados obtenidos en la simulación para cada decaimiento estudiado. El objetivo de este estudio es encontrar cómo son las distribuciones en  $M_{fal}^2$  para los principales decaimientos considerados como ruido al decaimiento  $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$ . Posteriormente comparar las distribuciones de cada uno de los decaimientos con la distribución en  $M_{fal}^2$  del decaimiento  $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$  (ver figura 19) para saber en qué región buscar los decaimientos y cuántos se pueden encontrar (en la simulación).

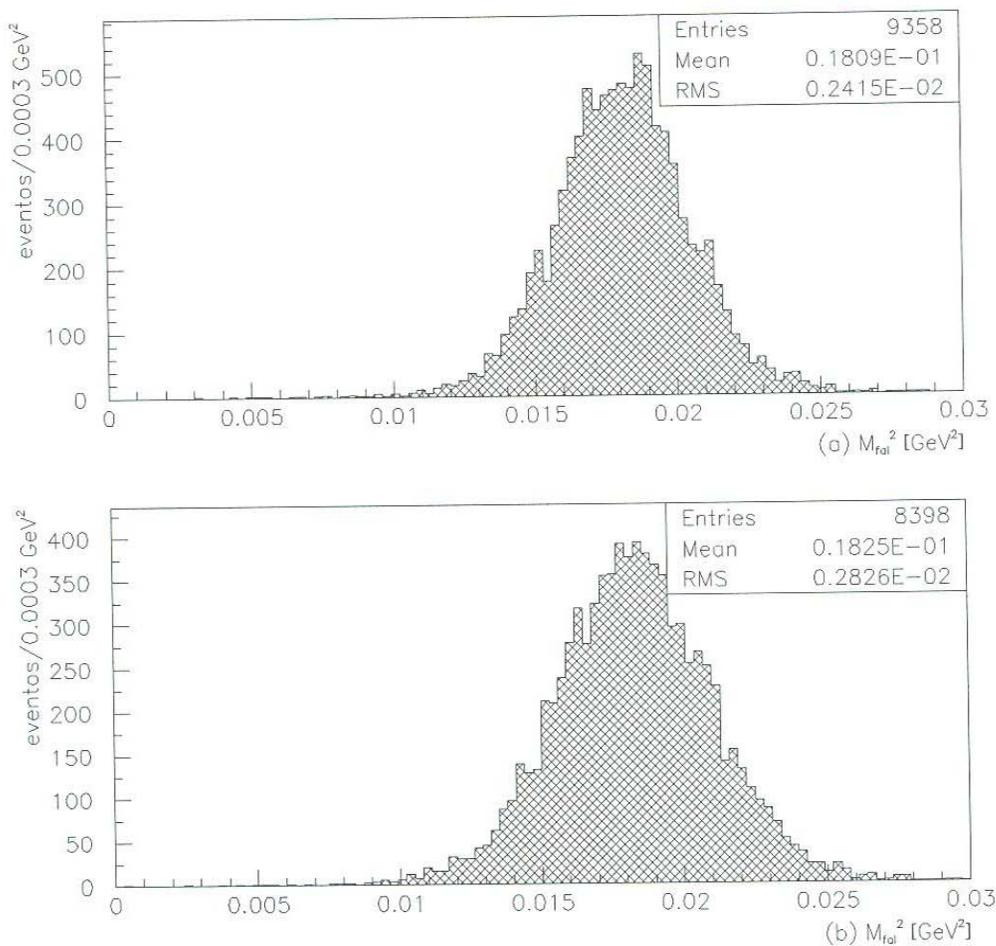
5.1. El decaimiento  $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0$ 

Figura 20: La  $M_{fal}^2$  producida por la simulación con CKM\_GEANT de una muestra de 100,000 decaimientos de una de las principales fuentes de ruido al decaimiento  $K^+ \rightarrow \pi^+\nu\bar{\nu}$ : el decaimiento  $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0$ . (a) es la gráfica de la distribución de la  $M_{fal}^2$  medida por el espectrómetro magnético (el DMS) y, (b) por el espectrómetro de velocidad (el RICH de Piones).

En la distribución del figura 20 podemos observar que es centrada en  $\sim 0.019$  GeV<sup>2</sup> lo cual corresponde al cuadrado de la masa de la partícula secundaria, que no es detectada directamente, el  $\pi^0$  ( $m_{\pi^0}^2 = 0,139^2$  GeV<sup>2</sup>/c<sup>4</sup> = 0,019 GeV<sup>2</sup>/c<sup>4</sup>). También observamos que la media de las distribuciones del espectrómetro magnético DMS y el espectrómetro de velocidad, para una estadística de 100,000 decaimientos del tipo  $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0$  aplicando los *cortes* descritos anteriormente, coinciden hasta en 0.016 GeV<sup>2</sup>.

Además, comparando la distribución en  $M_{fal}^2$ , en la figura 19 correspondiente a los decaimientos  $K^+ \rightarrow \pi^+\nu\bar{\nu}$  y  $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0$ , se observa que la distribución de  $M_{fal}^2$  del  $\pi^0$

comienza en  $\sim 0.01 GeV^2$  para terminar en  $\sim 0.027 GeV^2$ ; debido a esto y a la gran probabilidad de ocurrencia de este modo de decaimiento del Kaon ( $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0$ ) con respecto al modo  $K^+ \rightarrow \pi^+\nu\bar{\nu}$ , podemos concluir a partir de este histograma que la señal del decaimiento  $K^+ \rightarrow \pi^+\nu\bar{\nu}$  debe ser buscada en la región menor a  $\sim 0.01 GeV^2$  o mayor a  $\sim 0.027 GeV^2$ .

Cabe mencionar que, debido a la incertidumbre en las fuentes de error al decaimiento  $K^+ \rightarrow \pi^+\nu\bar{\nu}$  en la región mayor a  $0.027 GeV^2$  en  $M_{fal}^2$ , la búsqueda de los eventos del tipo  $K^+ \rightarrow \pi^+\nu\bar{\nu}$  se hará, en el experimento CKM, a la izquierda de  $0.027 GeV^2$ .

## 5.2. El decaimiento $K^+ \rightarrow \mu^+\nu$

Al decaimiento  $K^+ \rightarrow \mu^+\nu$  se le aplican los mismos *cortes* que al decaimiento  $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0$ . Además la  $M_{fal}$  es calculada, en el caso del RICH, con la masa del pion y, como se observará en los histogramas que son presentados en la figura 22, el efecto de este cálculo *mal* hecho es desplazar la distribución en  $M_{fal}^2$  para el decaimiento del  $K^+ \rightarrow \mu^+\nu$  hacia la izquierda, lo cual resultará en beneficio del propósito del experimento.

En los histogramas presentados en la figura 21 se muestra una distribución correspondiente a la  $M_{fal}^2$  de 100,000 decaimientos del tipo  $K^+ \rightarrow \mu^+\nu$ . Se observa un pico centrado en  $\sim 0$ , lo cual concuerda con la  $M_{fal}^2$  del neutrino ( $m_\nu \sim 0$ ). La anchura del pico es tal que la distribución se empalma con la región de la señal (del  $K^+ \rightarrow \pi^+\nu\bar{\nu}$ ) ubicada a la izquierda del pico del  $\pi_0$  con lo que arruinaría cualquier búsqueda en esa zona de  $M_{fal}^2$  y sólo se tendría el detector de muones MVS para rechazar esta fuente de ruido. Sin embargo, si se usan los *cortes* usando la masa del pion en lugar de la masa del muon para calcular la  $M_{fal}^2$  (ver las distribuciones en la figura 22) observamos que la distribución se desplaza hacia la izquierda dejando libre de cualquier interferencia a los eventos de la señal  $K^+ \rightarrow \pi^+\nu\bar{\nu}$ .

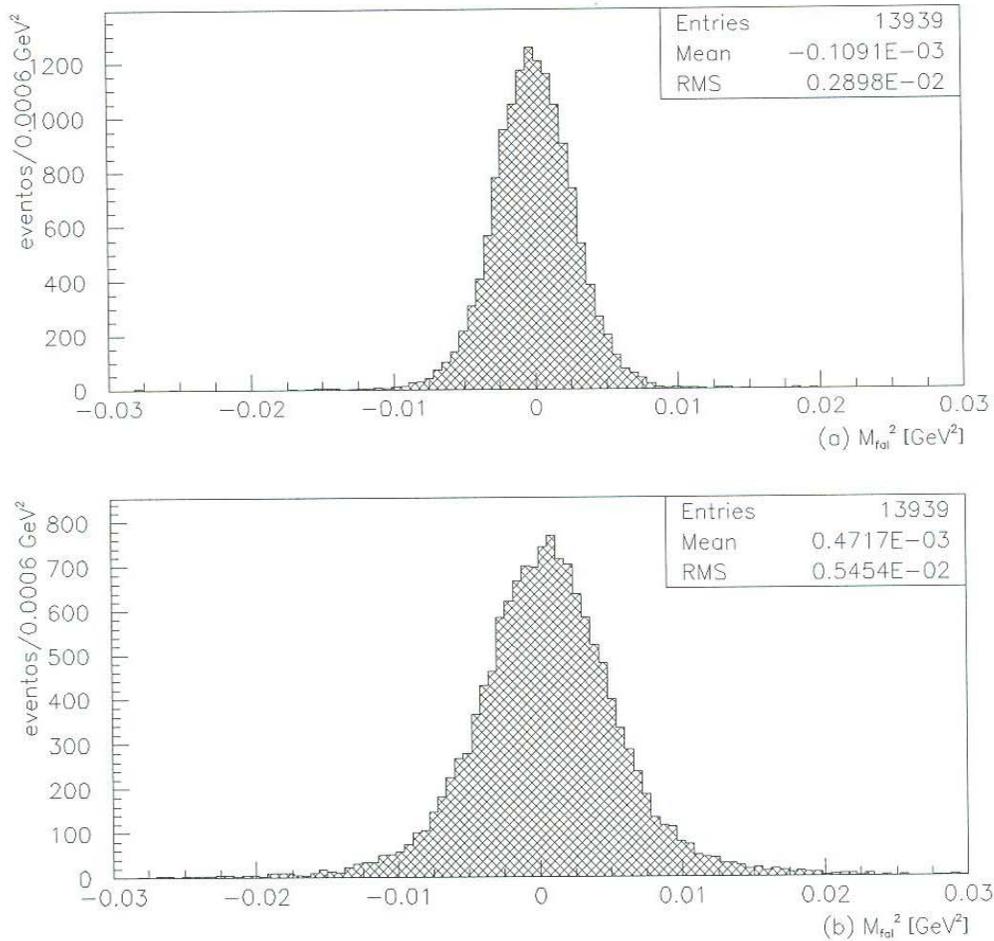


Figura 21: La distribución en  $M_{fal}^2$  producida por la simulación con CKM\_GEANT de una muestra de 100,000 decaimientos  $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu$  analizados con los *cortes* aplicados al decaimiento  $K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0$  pero introduciendo la masa del muon. Se observa que su forma es la de un *pico* ya que es un decaimiento de dos cuerpos donde sólo 1 de ellos, el  $\nu$  no se detecta directamente. En (a) la distribución producida por el espectrómetro magnético, y en (b) la distribución producida por el espectrómetro de velocidad.

### 5.3. El decaimiento $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu \gamma$

La importancia de este decaimiento reside en que tiene una probabilidad de ocurrencia grande en comparación a la probabilidad de ocurrencia del decaimiento a medir, la probabilidad de decaimiento del  $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu \gamma$  es 10,000 veces mayor que la probabilidad de decaimiento del  $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$ . Por lo tanto, es necesario estudiar su distribución en  $M_{fal}^2$  y observar cuales son los límites en  $M_{fal}^2$  así como su intensidad.

Las figuras 23 y 24 muestran los resultados obtenidos de la simulación acerca de la distribución en  $M_{fal}^2$  del decaimiento  $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu \gamma$ . La primera de estas figuras muestra la distribución usando los mismos *cortes* que los aplicados anteriormente sólo que introduciendo

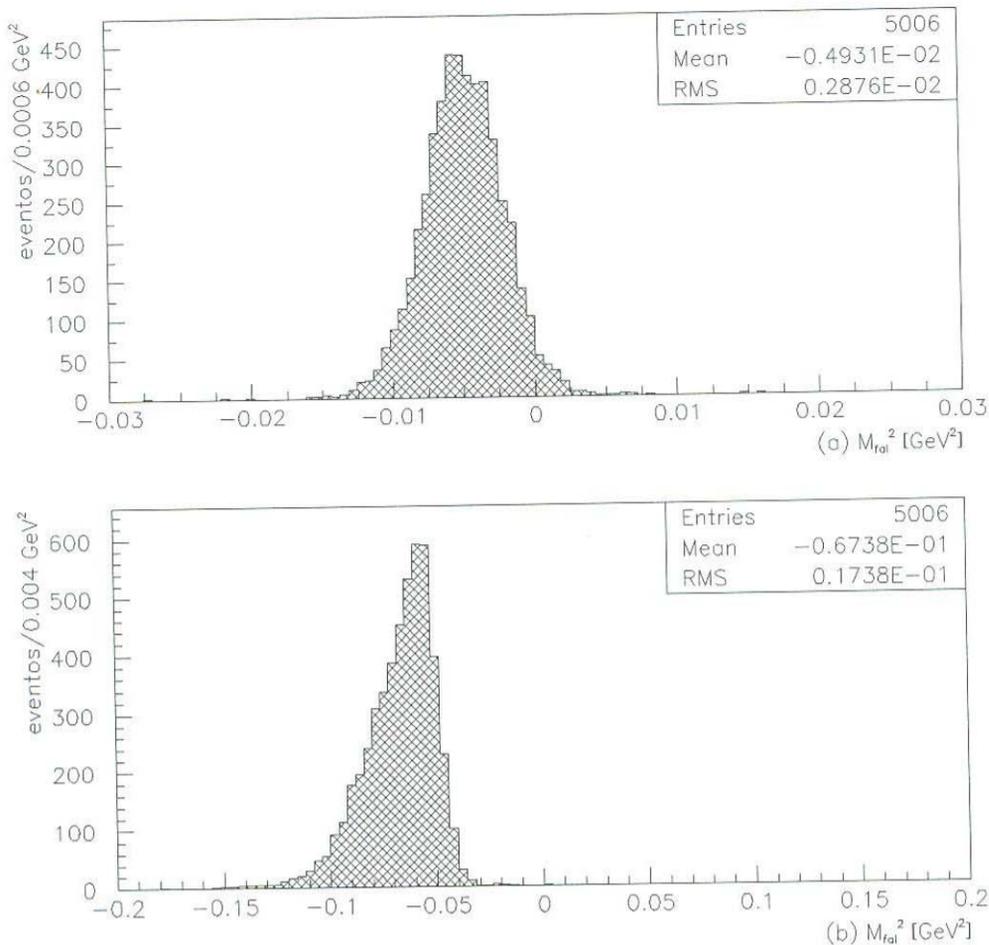


Figura 22: La distribución en  $M_{fal}^2$  producida por la simulación con CKM.GEANT de una muestra de 100,000 decaimientos  $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu$  analizados con los *cortes* aplicados al decaimiento  $K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0$  pero conservando la masa del pión en lugar de introducir la del muon. Se observa que su forma es la de un *pico* igual que el de la figura 21 con la diferencia de que éste se encuentra desplazado a la izquierda  $\sim 0.005 \text{ GeV}^2$ . En (a) la distribución producida por el espectrómetro magnético, y en (b) la distribución producida por el espectrómetro de velocidad.

do la masa del muon en los cálculos de las cantidades en las cuales se realizan los *cortes*. Se observa que la distribución no tiene la forma de un *pico* ya que el decaimiento es de tres cuerpos donde dos de ellos no son cargados por lo que ninguno de los espectrómetros los detecta, por lo tanto, la distribución en  $M_{fal}^2$  no es de un sólo cuerpo, sino de un sistema de dos, el  $\nu$  y el  $\gamma$ . La figura 24 muestra la misma distribución pero con la diferencia de que se ha conservado la masa del pión para el cálculo de la  $M_{fal}^2$ , mostrando un desplazamiento a la izquierda, en mayor medida por la distribución producida por el espectrómetro de velocidad, el RICH de Piones. De esta manera, al igual que en el decaimiento anteriormente considerado, se observa que al calcular la  $M_{fal}^2$  con la masa del pión ayuda a desplazar a

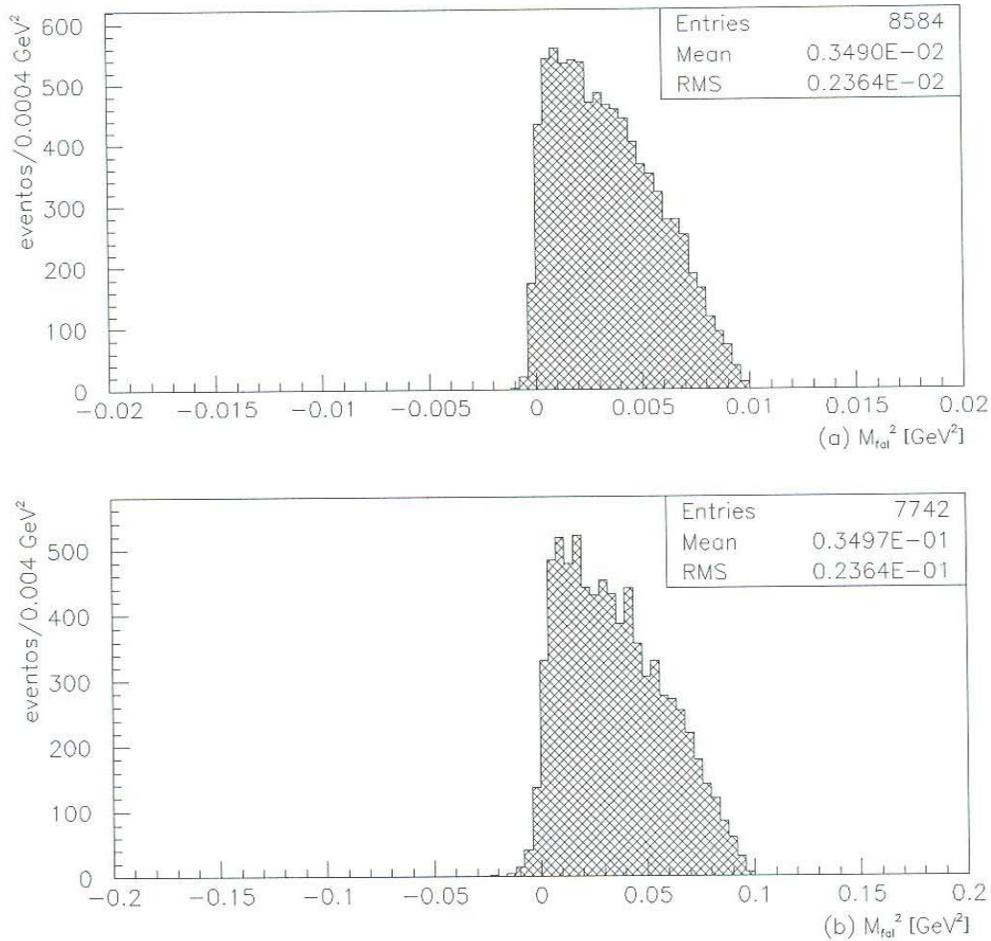


Figura 23: La distribución en  $M_{fal}^2$  producida por la simulación con CKM\_GEANT de una muestra de 100,000 decaimientos  $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu \gamma$  analizados con los *cortes* aplicados al decaimiento  $K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0$  pero introduciendo la masa del muon en el programa de análisis. Se observa que su forma no corresponde a la de un *pico* ya que el número de cuerpos que no son detectados por los espectrómetros son 2: el  $\nu$  y el  $\gamma$ . En (a) la distribución producida por el espectrómetro magnético, y en (b) la distribución producida por el espectrómetro de velocidad.

la distribución hacia la izquierda, evitando un emplalme significativo a la distribución del  $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$ .

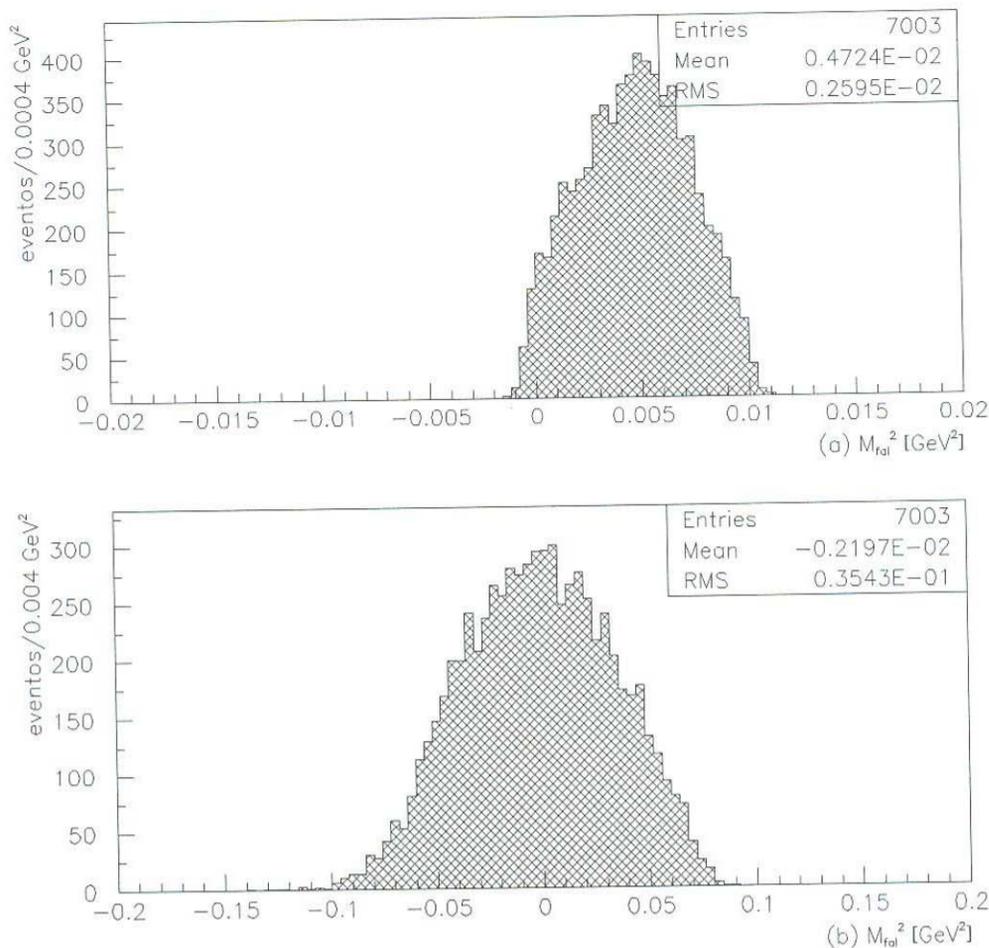


Figura 24: La distribución en  $M_{fal}^2$  producida por la simulación con CKM\_GEANT de una muestra de 100,000 decaimientos  $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu \gamma$  analizados con los *cortes* aplicados al decaimiento  $K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0$  pero conservando la masa del muon en el programa de análisis para calcular  $M_{fal}^2$ . La diferencia entre éstas distribuciones y las anteriores de la figura 23 no es la forma sino el desplazamiento de los límites de la distribución de  $M_{fal}^2$  debido a la utilización de la masa del pion en el cálculo de  $M_{fal}^2$ . En (a) la distribución producida por el espectrómetro magnético, y en (b) la distribución producida por el espectrómetro de velocidad.

#### 5.4. Los decaimientos en conjunto

A continuación se muestra el efecto de cada decaimiento sobre la medición principal. Para esto se grafica, en la Figura 25, el histograma correspondiente a cada uno de los decaimientos considerados anteriormente, incluyendo el decaimiento  $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$ . Cada histograma graficado se ha normalizado con respecto al número de entradas considerando su probabilidad de ocurrencia y su probabilidad de ser rechazado por alguno de los detectores que funcionan como vetos de muones, fotones y electrones. Específicamente tenemos que el número de entradas de cada decaimiento ha sido normalizado con los siguientes valores:

- $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0$ : entradas  $\times 0.212 \times 1 \times 10^{-7}$ , donde 0.212 es su probabilidad de ocurrencia y  $10^{-7}$  es el rechazo de este evento no sólo considerando la cinemática de dos cuerpos sino también el rechazo con los detectores de fotones (el factor fue tomado de [9]).
- $K^+ \rightarrow \mu^+\nu$ : entradas  $\times 0.635 \times 1 \times 10^{-5}$ , donde 0.635 es su probabilidad de ocurrencia y  $10^{-5}$  es el rechazo de este evento considerando el detector que funcionará como veto de muones.
- $K^+ \rightarrow \mu^+\nu\gamma$ : entradas  $\times 0.0055 \times 1 \times 10^{-5} \times 3 \times 10^{-5}$ , donde 0.0055 es su probabilidad de ocurrencia,  $1 \times 10^{-5}$  es el rechazo de este evento considerando el veto de muones y  $3 \times 10^{-5}$  es el factor que considera el rechazo del fotón (nótese que es diferente al factor del decaimiento  $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0$  ya que la eficiencia varía con la energía de los fotones).
- $K^+ \rightarrow \pi^+\nu\bar{\nu}$ : entradas  $\times 10^{-10}$ , el factor es la probabilidad de ocurrencia que tiene el decaimiento (basándose en la medición de otro experimento).

Además, debido a que es imposible simular la estadística real que se tendrá en el experimento, se multiplican el número de eventos de cada histograma con otro factor, con el factor adecuado para tener una señal de aproximadamente 100 eventos.

En la Figura 26 se tiene una gráfica de cada uno de los histogramas presentados en la Figura 25 pero en el mismo histograma para observar en qué región de  $M_{fal}^2$  se buscará la señal de los decaimientos del tipo  $K^+ \rightarrow \pi^+\nu\bar{\nu}$ .

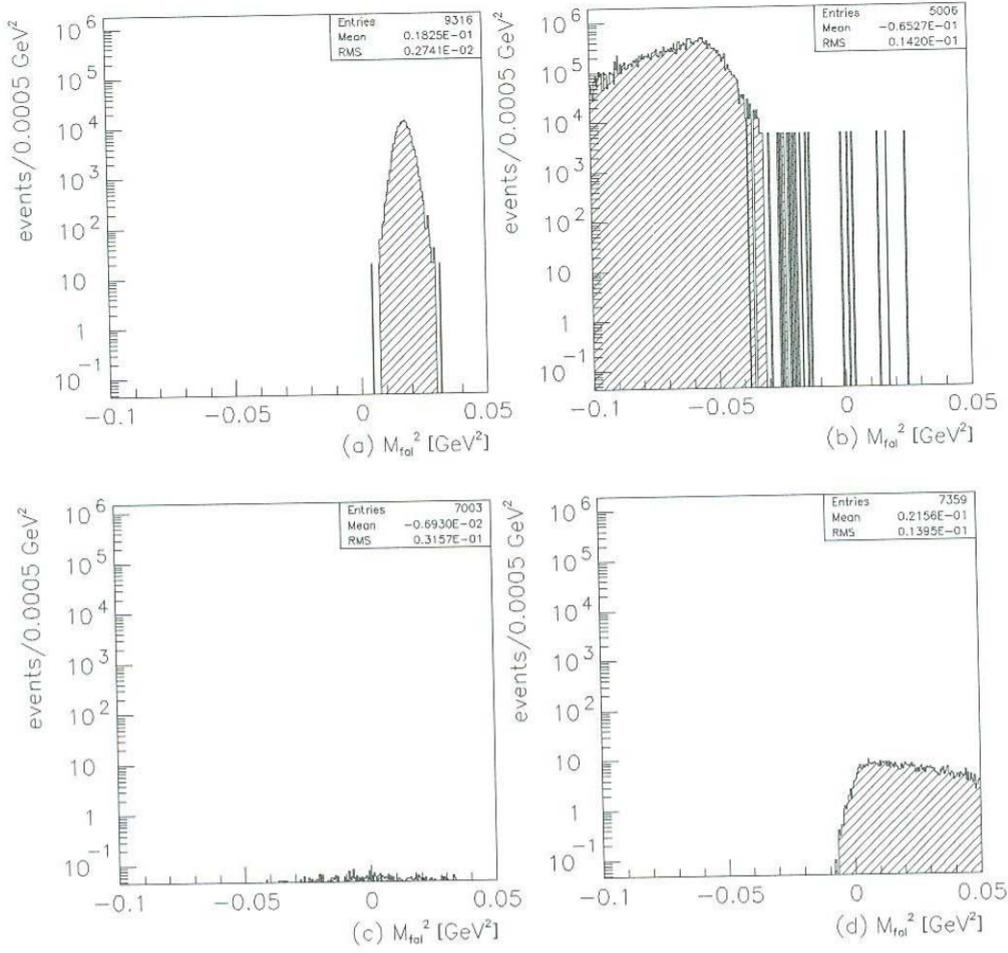


Figura 25: La distribución en  $M_{fal}^2$  producida por la simulación con CKM\_GEANT de una muestra de 100,000 decaimientos  $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0$  (a),  $K^+ \rightarrow \mu^+\nu$  (b),  $K^+ \rightarrow \mu^+\nu\gamma$  (c) y  $K^+ \rightarrow \pi^+\nu\bar{\nu}$  (d) analizados con los *cortes* ya descritos y normalizados con el factor adecuado.

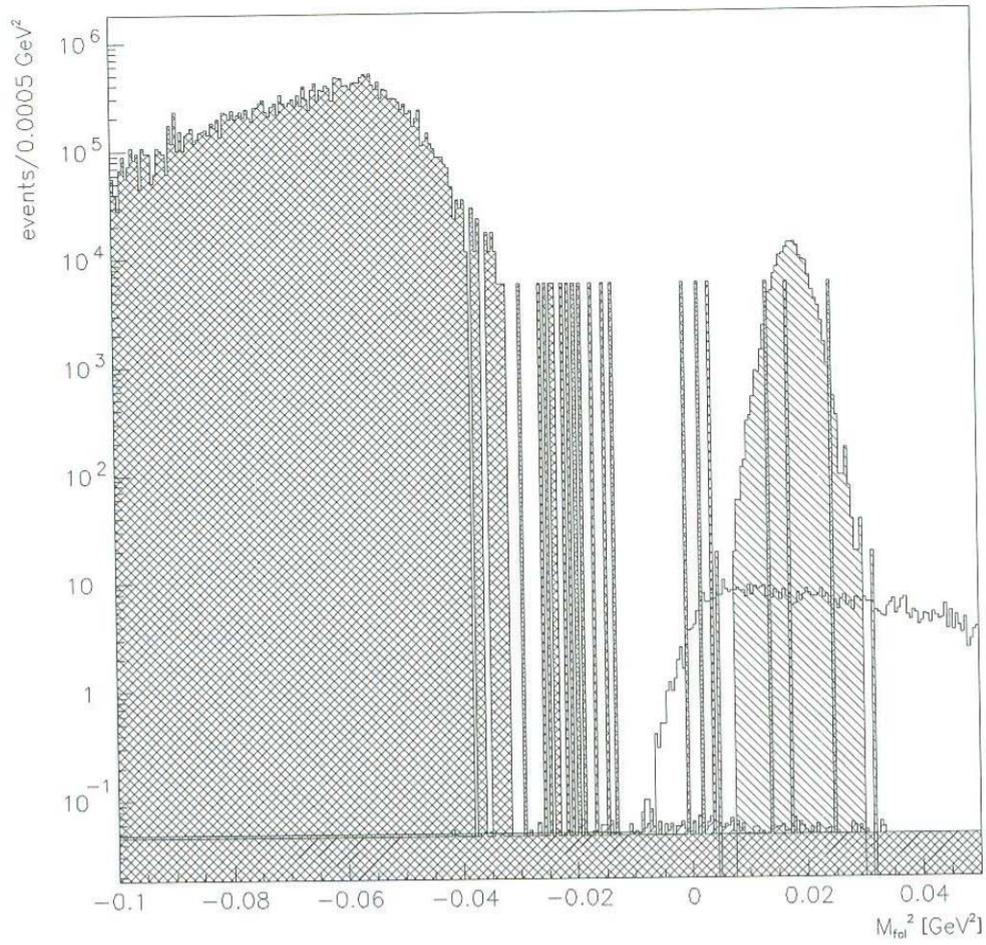


Figura 26: La distribución en  $M_{fal}^2$  producida por la simulación con CKM\_GEANT de una muestra de 100,000 decaimientos  $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0$ ,  $K^+ \rightarrow \mu^+\nu$ ,  $K^+ \rightarrow \mu^+\nu\gamma$  y  $K^+ \rightarrow \pi^+\nu\bar{\nu}$  analizados con los *cortes* ya descritos y normalizados con el factor adecuado.

## 6. Eventos interesantes con más de una partícula cargada en el RICH de Piones

### 6.1. El Número Leptónico y la otra física en el Experimento CKM.

Los leptones son fermiones con spin  $\frac{1}{2}$  que *no* interaccionan con la *interacción fuerte*. Además, a los leptones no se les ha detectado estructura. El electrón fue el primer leptón descubierto; la comprensión del decaimiento beta condujo al descubrimiento del neutrino.

Un segundo tipo de leptón cargado es el muon, descubierto en los rayos cósmicos. El muon es un fermión con spin  $\frac{1}{2}$ . Existen muones cargados con una unidad elemental de carga positiva y carga negativa,  $\mu^+$  y  $\mu^-$  (su antipartícula). El muon es mucho más masivo que el electrón. La masa del muon es de 105.7 MeV. El muon no es estable con una vida media de  $\sim 2.2 \mu\text{s}$ .

En 1975 se descubre un leptón nuevo, el  $\tau$ , su masa es de 1777 MeV y tiene una vida media de  $\sim 0.3$  ps. Además, existen tres tipos de neutrino asociados al electrón, al muon y a leptón tau respectivamente. De tal manera que se agrupan en tres familias de leptones, la primera:  $(e, \nu_e)$ , la segunda:  $(\mu, \nu_\mu)$  y la tercera:  $(\tau, \nu_\tau)$ .

A cada leptón se le asigna un número cuántico llamado *número leptónico*. Debido a que la violación del número leptónico en una interacción nunca ha sido observada, se postula que existe una ley de conservación que dice que el número leptónico total en una interacción se conserva. La asignación del número leptónico (por definición) es la siguiente:

- +1 a los leptones:  $e^-, \nu_e, \mu^-, \nu_\mu, \tau^-, \nu_\tau$ .
- -1 a los leptones:  $e^+, \bar{\nu}_e, \mu^+, \bar{\nu}_\mu, \tau^+, \bar{\nu}_\tau$ .

En el experimento CKM, además de realizar la medición principal, es posible realizar otras mediciones sin cambiar el diseño original del arreglo experimental y sin perjudicar a la medición principal. La búsqueda de decaimientos que violen el número leptónico es una de las principales mediciones alternativas al experimento. Algunos decaimientos a buscar son los siguientes:

- $K^+ \rightarrow \pi^- e^+ e^+$
- $K^+ \rightarrow \pi^- \mu^+ e^+$

Estos decaimientos contienen más de una partícula cargada en sus partículas secundarias.

### 6.2. Identificación de partículas cargadas en el RICH de Piones

En un experimento, todas las mediciones están sujetas irremediamente a incertidumbre o errores. El proceso de medición es, de hecho, un proceso aleatorio descrito por una

distribución de probabilidad abstracta cuyos parámetros contienen la información deseada. Los resultados de una medición son entonces muestras de esta distribución. Estos resultados de la medición permiten una estimación de los parámetros teóricos. Desde este punto de vista, los errores de una medición pueden entenderse como errores de muestreo.

Muestrear es el método experimental mediante el cual se puede obtener información acerca de los parámetros de una distribución desconocida. Dado un conjunto de datos representativos de un muestreo, uno busca tener un método para determinar el mejor valor de los parámetros reales, a partir de los datos.

El mejor valor es aquel que minimiza la varianza entre lo estimado y el valor verdadero. A este valor se le llama *estimación*. El método de estimación mayormente aceptado es el *Método de Máxima Similitud*.

### 6.2.1. El Método de Máxima Similitud

A continuación se presenta una síntesis del Método de Máxima Similitud, tomada de [15].

El Método de Máxima Similitud es aplicable solamente si se conoce la forma teórica de la distribución de la cual se toman los datos. Para muchas mediciones en Física, esta es una distribución gaussiana.

Supongamos que tenemos una muestra de  $n$  observaciones independientes  $x_1, x_2, \dots, x_n$  de una distribución teórica  $f(x | \theta)$  donde  $\theta$  es el parámetro a ser estimado. Entonces el método consiste en calcular la función de *similitud*

$$L(x | \theta) = f(x_1 | \theta)f(x_2 | \theta) \cdots f(x_n | \theta) \quad (28)$$

que es la probabilidad de observar la secuencia de valores  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . El parámetro  $\theta$  debe ser tal que  $L$  sea máxima, lo cual puede encontrarse resolviendo la ecuación

$$\frac{\partial L}{\partial \theta} = 0. \quad (29)$$

En caso de exista más de un parámetro entonces se deben tomar las derivadas parciales de  $L$  con respecto a cada parámetro para obtener un sistema de ecuaciones. Dependiendo de la forma de  $L$ , tal vez sea más fácil maximizar  $\ln L$  en lugar de  $L$ , resolviendo la ecuación

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \theta} = 0. \quad (30)$$

y los resultados serán equivalentes a los obtenidos resolviendo la ecuación anterior. La solución,  $\theta_0$ , es conocida como el valor estimado por el Método de Máxima Similitud para el parámetro  $\theta$ .

Se debe tomar en cuenta que  $\theta_0$  también es una variable aleatoria ya que está en función de  $x_i$ . Si se toma un segundo muestreo,  $\theta_0$  tendrá otro valor diferente y así sucesivamente

por lo que, la estimación, también es descrita por una distribución de probabilidad.

Una propiedad de los valores estimados por el método Máxima Similitud es la invarianza bajo transformaciones, es decir, si  $u = f(\theta)$  entonces el mejor valor estimado de  $u$  es  $u_0 = f(\theta_0)$ .

### 6.2.2. Identificación de Partículas en el RICH

El enfoque de Máxima Similitud es utilizado para identificación de partículas en el RICH. Este método fue implementado originalmente por el experimento WA89 en CERN [17]. Cada partícula que cruza el área activa del RICH de piones y que tenga una velocidad arriba del umbral del detector, produce luz Cherenkov la cual es enfocada por un espejo esférico para incidir en el fotocátodo de un tubo fotomultiplicador en el plano de tubos fotomultiplicadores. Aquellos tubos en los que se produjo una señal causada por los fotones de Cherenkov forman una configuración de puntos en un plano, los cuales tienen la forma de un anillo, el radio del anillo corresponde, bajo una función, a la velocidad de la partícula que atravesó el RICH. La posición del centro del anillo en la superficie focal (de fotocátodos) y el radio del anillo para las diferentes hipótesis en la masa de la partícula pueden predecirse a partir de los parámetros de la trayectoria y el momento de la partícula medido en el espectrómetro magnético DMS.

La aplicación del método consiste en asumir que las coordenadas medidas de cada fotón provienen de alguna función de distribución de probabilidades (p.d.f.) la cual depende de la hipótesis en la masa. Para cada hipótesis posible,  $j$ , se asume una p.d.f.  $f_j(x^{(i)})$  de observar un fotón,  $i$ , en la posición que se haya medido en el plano de fotocátodos con coordenadas  $x^{(i)} = (y^{(i)}, z^{(i)})$ . Al observar  $m$  fotones se asigna la probabilidad a cada fotón

$$dP_j = f_j(x^{(i)})dx \quad (31)$$

donde el número  $dP_j^{(i)}$  se entiende como una probabilidad a-posteriori, esto significa que se asigna una probabilidad de observar al fotón en la posición  $x^{(i)}$  en la que es observado (la probabilidad se asigna después de observar al fotón). La probabilidad de observar a los  $m$  fotones en los lugares en que son observados

$$x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(i)}, \dots, x^{(m)}$$

es la siguiente

$$\prod_{i=1}^m f_j(x^{(i)})dx. \quad (32)$$

Si la hipótesis  $j$  es cierta, entonces se espera que los fotones de Cherenkov sean distribuidos sobre un anillo de radio  $R_j$  alrededor del centro del anillo predicho por el espectrómetro magnético DMS.

Teniendo una resolución espacial de  $\sigma$ , se asume una distribución gaussiana del radio del fotón observado,  $r^{(i)}$ . Obteniendo una distribución de la señal dada por

$$S_j = \frac{n_j}{2\pi R_j} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(r^{(i)} - R_j)^2}{2\sigma^2}} \quad (33)$$

$$n_j = s_j = 0$$

obteniendo la expresión

$$L_0 = \frac{e^{-b}}{m!} \prod_{i=1}^m B(x^{(i)}). \quad (37)$$

donde se considera que el número de fotones de Cherenkov está dado por

$$n_j = N_0 L \left( \frac{R_j}{F} \right)^2$$

donde  $F$  es la distancia focal,  $L$  es la longitud del cilindro del RICH y  $N_0$  una constante.

También se esperan señales que correspondan al ruido inherente a los tubos fotomultiplicadores, por lo que, supongamos que la densidad de distribución del ruido es  $B(x^{(i)})$ , la cual se asume que no depende de la hipótesis  $j$ .

Combinando la señal  $S_j$  y el ruido  $B(x^{(i)})$ , podemos construir una p.d.f. como la suma de ambas para que predomine una sobre la otra y con esto incluir el caso de tener solamente ruido

$$f_j(x^{(i)}) = \frac{S_j(x^{(i)}) + B(x^{(i)})}{s_j + b} \quad (34)$$

donde

$$s_j = \int_A S_j(x) dx = \int_A \frac{n_j}{2\pi R_j} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(r-R_j)^2}{2\sigma^2}} dx$$

y

$$b = \int_A B(x) dx$$

son el número esperado de fotones correspondientes a la señal y al ruido respectivamente en una superficie dada,  $A$ . Observamos que la función  $f(x^i)$  está normalizada por el factor  $\frac{1}{s_j+b}$ .

Considerando la probabilidad de observar  $m$  fotones con una distribución de *Poisson* dada por

$$\frac{e^{-p_j} P_j^m}{m!} \quad (35)$$

donde

$$p_j = s_j + b$$

ahora, combinando las ecuaciones 32 y 35, obtenemos la *función de similitud* para la hipótesis  $j$

$$L_j = \frac{e^{-p_j} P_j^m}{m!} \prod_{i=1}^m f_j(x^{(i)}). \quad (36)$$

Si la partícula está abajo del umbral, se espera que sólo halla ruido, en este caso tendríamos que

$$n_j = s_j = 0$$

obteniendo la expresión

$$L_0 = \frac{e^{-b}}{m!} \prod_{i=1}^m B(x^{(i)}). \quad (37)$$

Observamos que las señales en los tubos fotomultiplicadores que están lejos de cada anillo hipotético tienen una señal dada por la función  $S_j(x^{(i)})$  negligible comparada con  $B(x^{(i)})$ .

De esta manera, se obtiene una probabilidad para cada una de las hipótesis de que las señales observadas en el plano de fotocátodos corresponda a la hipótesis considerada.

### 6.3. Rutinas para la identificación de múltiples partículas cargadas en el RICH de Piones

La posibilidad de realizar otras mediciones con el mismo aparato, sin perjudicar el objetivo principal del experimento, como son la búsqueda de decaimientos que violen el número leptónico, conduce a la necesidad de poder identificar más de una partícula cargada en el RICH de piones. La segunda parte (y la más extensa) del presente trabajo consistió en adaptar el programa usado en el experimento SELEX para detectar varias partículas cargadas (usando el Método de Máxima Similitud) al experimento CKM y adaptar este programa al marco del programa de simulación CKM\_GEANT, contribuyendo de esta manera, a tener una versión mejorada y aumentada de CKM\_GEANT.

A continuación se presenta una descripción general de los programas adaptados (ver Apéndice) así como algunas de las dificultades encontradas al realizar esta tarea.

Los programas que sufrieron más cambios fueron dos:

1. la subrutina *ric\_evfill* y,
2. *ric\_likeli\_m2* .

La primera de estas subrutinas, *ric\_evfill*, contiene 18 archivos *.inc* que son utilizados para definir las variables y constantes que se usan en la rutina así como en otras rutinas de CKM\_GEANT. Además la rutina contiene variables y constantes definidas localmente. El objetivo principal de esta rutina es calcular las cantidades que necesita el RICH de Piones para aplicar el método para identificar partículas cargadas. Estas cantidades son:

- el número de trayectorias en el evento,
- el vector de momento de la trayectoria,
- el centro de la trayectoria extrapolado al plano de fotocátodos

cabe mencionar que, el programa, toma en cuenta a una trayectoria como *buena* no sólo cuando su centro está dentro del plano de fotocátodos sino que además calcula qué fracción del anillo se encuentra dentro del área del plano de fotocátodos y pone un límite mínimo a esta fracción para poder considerar a la trayectoria como *buena*. Esto garantiza que la identificación de las partículas no se confunda con el ruido de los propios fotomultiplicadores.

La segunda subrutina, *ric\_likeli\_m2* utiliza la posición de cada fotomultiplicador activado por la luz, junto con la intersección de la trayectoria de la partícula con el plano de

fotocátodos y el momento de la partícula para calcular la probabilidad de que la trayectoria corresponda a un electrón, un muon o un pion y otra más para la probabilidad de que los fotomultiplicadores activados representen la existencia de ruido solamente.

De tal manera que, al correr el programa de análisis *ckm\_read* sobre el archivo de datos de algún decaimiento con más de una partícula cargada, además de las cantidades físicas que arrojaba anteriormente, ahora se ha cambiado para arrojar un total de 18 nuevas cantidades que son:

- la magnitud del momento de la primera, segunda y tercer partícula en el RICH: *pmomtrk1*, *pmomtrk2*, y *pmomtrk3*
- el número de fotomultiplicadores activados por la luz Cherenkov de la primer, segunda y tercer partícula en el RICH: *hitstrk1*, *hitstrk2* y *hitstrk3*
- la probabilidad, calculada con el enfoque de Máxima Similitud para cada trayectoria, de que sea un electrón, un muon, un pion o ruido solamente: *rltrkNbg*, *rltrkNe*, *rltrkNmu* y *rltrkNpi* donde *N* va de 1 a 3.

Teniendo estas cantidades en el programa de análisis de datos podemos ahora realizar *cortes* en la probabilidad de identificar cierta partícula con respecto a la probabilidad de encontrar una partícula distinta, por ejemplo, podemos hacer un *corte* en  $\frac{L_\pi}{L_\mu} > 0,9$  para exigir que los eventos tengan un pion y no un muon.

Una de las principales dificultades en la realización de esta tarea fue el descifrar lo que realizaban las subrutinas sin confiar en los comentarios del programa ya que muchos de éstos estaban incorrectos. Estos comentarios correspondían a la primer versión del programa, a la versión realizada para el experimento WA89, no para SELEX. Además, existían variables con el mismo nombre en los programas de CKM y en los de SELEX pero de diferente tipo, lo cual tuvo que cambiarse para adecuar las subrutinas de SELEX al programa de simulación CKM\_GEANT, entre otras cosas, así como cambiar las características físicas del RICH.

## 7. Resultados de la identificación del decaimiento $K^+ \rightarrow \pi^- \mu^+ e^+$ en el RICH de Piones

Con el objetivo de constatar que los resultados arrojados al usar la nueva versión de CKM\_GEANT fueran, de manera cualitativa, *físicamente correctos*, se realizó la simulación de un decaimiento con violación de número leptónico a los que el experimento CKM tendrá la posibilidad de buscar a ordenes de magnitud nunca antes buscados y así poner un nuevo límite a la probabilidad de ocurrencia de estos decaimientos o tal vez encontrarlos y entonces abrir una grieta al modelo estandar de las partículas elementales, dando cabida a nueva física.

El decaimiento escogido para simular fue  $K^+ \rightarrow \pi^- \mu^+ e^+$  debido a que cuenta con tres partículas secundarias diferentes. Este decaimiento viola la conservación del número leptónico ya que la partícula madre no es un leptón, es decir, tiene número leptónico 0, y las partículas secundarias suman un número leptónico total de -2.

La simulación de este decaimiento consistió en simular un haz de 90,000 kaones positivos con un sólo modo de decaimiento, el cual corresponde al modo de decaimiento a estudiar. Posteriormente, se realizó el análisis de datos con la nueva versión del programa *ckm\_read* que ahora también calcula las variables relacionadas con la identificación de múltiples partículas cargadas en el RICH de piones. Una vez teniendo los archivos que arroja el programa para leer los datos, *ckm\_read*, ahora se realiza un análisis de los datos usando cierto tipo de *cortes* que dependen del estudio que se desee realizar.

Una de las primeras muestras de validez física de los resultados de la nueva versión de CKM\_GEANT consiste en graficar la distribución de momento de las partículas que atraviesan el espectrómetro magnético DMS con la exigencia (*el corte*) de que sean tres las partículas cargadas detectadas por el DMS. Con esta distribución sabremos que no se dañó el código relacionado con la detección (mas no identificación) de partículas cargadas en el DMS (Ver Figura 27).

En la Figura 27, podemos observar la distribución en momento, con una estadística de 90,000, de las variables *pmomtrk1*, *pmomtrk2* y *pmomtrk3* con un *corte* exigiendo que el número de trayectorias que mide el espectrómetro magnético DMS sea tres, *ndmstrk=3* pero sin usar todavía *cortes* en las nuevas variables para la identificación de partículas en el RICH de Piones. Observamos que existen eventos que tienen momento negativo. Esto no significa que las partículas que atravesaron el RICH de piones lo hicieron en sentido opuesto a dirección de movimiento tomada como positiva, sino que, por el contrario, la carga de estas partículas es negativa ya que el signo de las variables graficadas nos dice la carga de la partícula. Esto significa que las tres gráficas en la Figura 27 contienen la distribución en momento de las partículas negativas ( $\pi^-$ ) que atravesaron el RICH a la izquierda del 0 de la distribución, así como de las positivas ( $\mu^+$  y  $e^+$ ), a la derecha del 0 de la distribución.

A continuación se grafican las distribuciones en momento para cada una de las partícu-

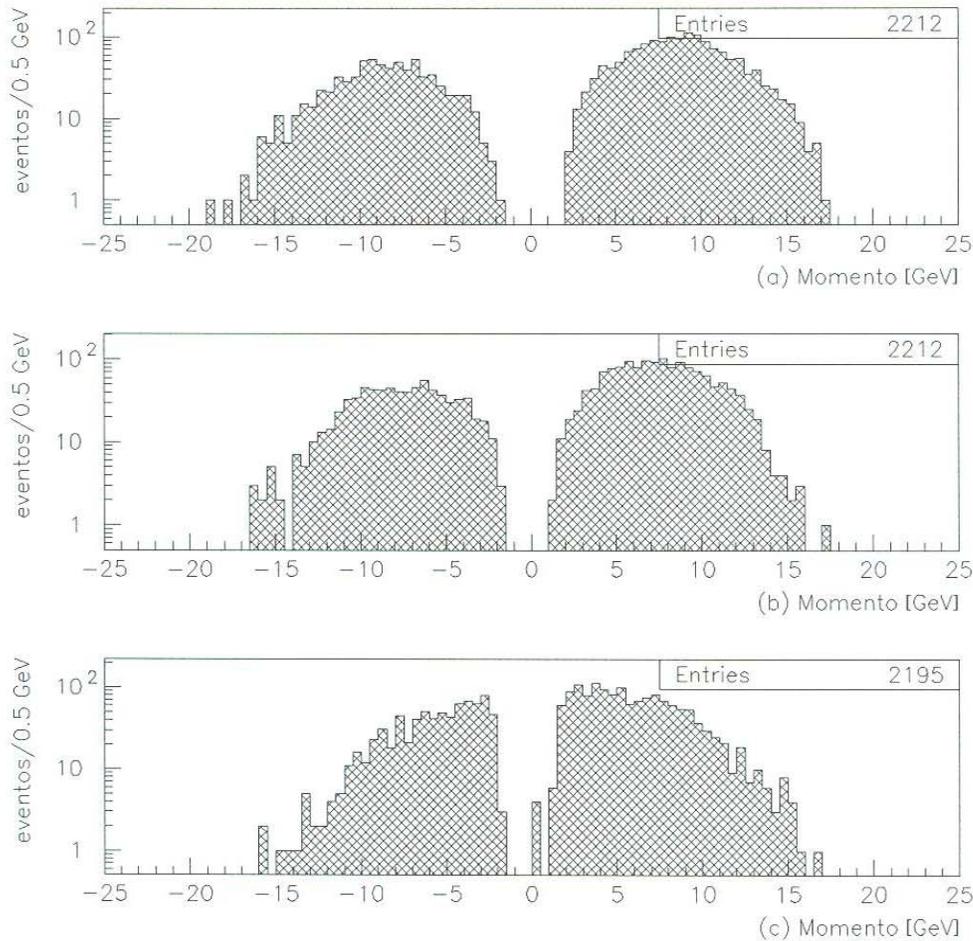


Figura 27: Distribución en momento, con una estadística de 90,000, de las variables  $pmomtrk1$ , en (a),  $pmomtrk2$ , en (b) y  $pmomtrk3$ , en (c) con un *corte* exigiendo que el número de trayectorias que mide el espectrómetro magnético DMS sea tres,  $ndmstrk=3$  pero sin usar todavía *cortes* en las nuevas variables para la identificación de partículas en el RICH de Piones.

las secundarias utilizando las variables generadas por el nuevo código en la versión de CKM.GEANT para la identificación de partículas en el RICH de Piones.

En la Figura 28 se grafica la distribución en momento de los electrones identificados en el RICH de Piones. La descripción de los *cortes* utilizados para el análisis de datos es la siguiente:

1. Para identificar a los electrones en la primer trayectoria:
  - $ndmstrk=3$ : el número de trayectorias en el DMS igual a tres,
  - $rltrk1e/rltrk1mu > 2$ : la probabilidad de encontrar a un electrón sobre un muon, en la primer trayectoria, sea mayor que dos,

- $rltrk1e/rltrk1pi > 2$ : la probabilidad de encontrar a un electrón sobre un pion, en la primer trayectoria, sea mayor que dos,
  - $rltrk1e/rltrk1bg > 2$ : la probabilidad de encontrar a un electrón sobre el ruido, en la primer trayectoria, sea mayor a dos y,
  - $pmomtrk1 > 0$ : que el momento de la trayectoria uno sea positivo, en donde implícitamente se pide que la carga sea positiva ya que, en nuestro programa, el signo de la carga está en el signo del momento.
2. Para identificar a los electrones en la segunda trayectoria se utilizan de igual manera los cortes anteriores solo que ahora para la segunda trayectoria:
- $ndmstrk=3$
  - $rltrk2e/rltrk2mu > 2$
  - $rltrk2e/rltrk2pi > 2$
  - $rltrk2e/rltrk2bg > 2$
  - $pmomtrk2 > 0$
3. Para identificar a los electrones en la tercera trayectoria se utilizan de igual manera los cortes anteriores solo que ahora para la tercer trayectoria:
- $ndmstrk=3$
  - $rltrk3e/rltrk3mu > 2$
  - $rltrk3e/rltrk3pi > 2$
  - $rltrk3e/rltrk3bg > 2$
  - $pmomtrk3 > 0$

En la Figura 28 observamos que no hay eventos identificados abajo del umbral de electrones en el RICH de Piones ( $\sim 45$  MeV/c), lo cual concuerda con el hecho físico de que la luz Cherenkov no se emite para una partícula abajo del umbral de momento de la partícula. Por lo tanto, esta distribución muestra que los valores arrojados por la simulación, haciendo uso del nuevo código, son físicamente correctos.

A continuación se grafican distribuciones similares para el  $\mu^+$  y el  $\pi^-$ , en donde los *cortes* utilizados son iguales a los usados en el caso del  $e^+$ , excepto que ahora se exige que  $pmomtrk1,2,3 < 0$ . Además existe otra diferencia en cuanto a los *cortes* en el caso del  $\pi^-$ . En este caso no se usaron *cortes* del tipo:

- $rltrk1pi/rltrk1bg > 2$ : la probabilidad de encontrar a un pion sobre el ruido, en la primer trayectoria, sea mayor que dos,
- $rltrk2pi/rltrk2bg > 2$ : la probabilidad de encontrar a un pion sobre el ruido, en la segunda trayectoria, sea mayor que dos y,

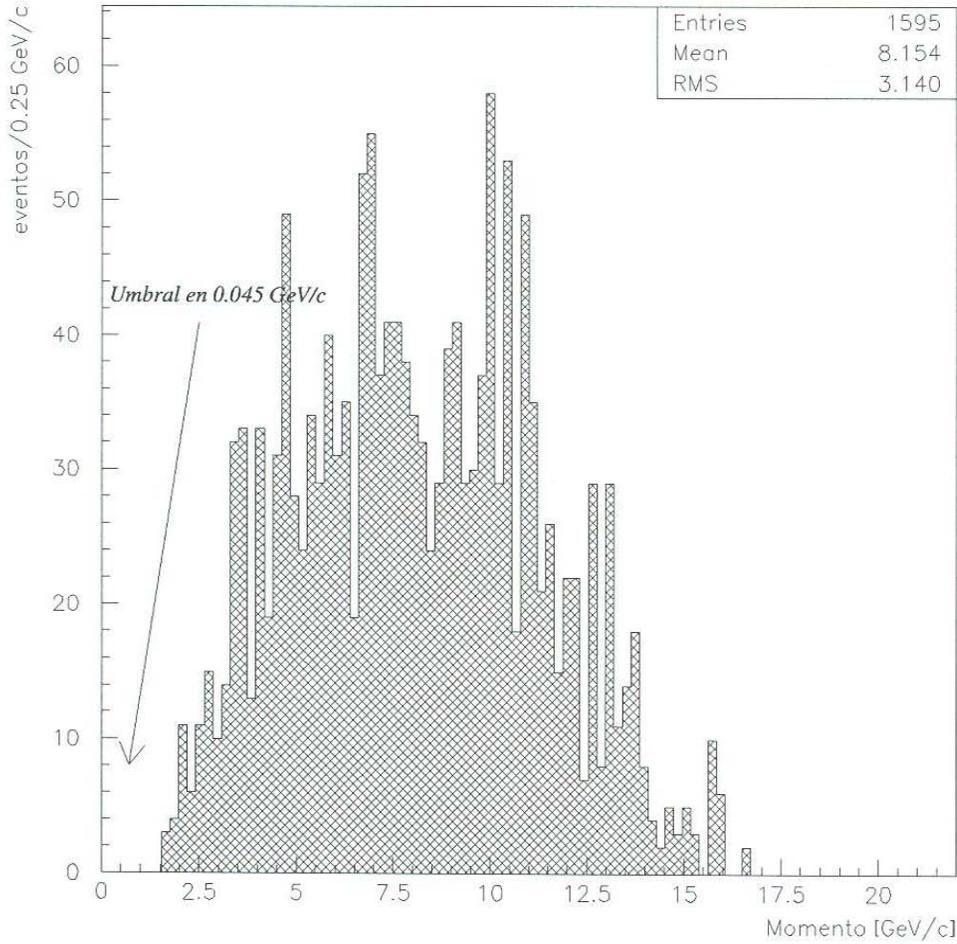


Figura 28: Momento de los electrones en el decaimiento  $K^+ \rightarrow \pi^- \mu^+ e^+$  con una estadística de  $9 \times 10^4$  aplicando cortes en similitud.

- $rltrk3pi/rltrk3bg > 2$ : la probabilidad de encontrar a un pion sobre el ruido, en la tercer trayectoria, sea mayor que dos

debido a la posibilidad de que una partícula con momento arriba del umbral del momento del muon pero debajo del umbral del pion no emita luz Cherenkov y, por lo tanto, no sea detectada como pion. La rutina de identificación de múltiples partículas en el RICH de Piones considera este caso y asigna 1 a las variables  $rltrknbg$  y  $rltrknpi$  donde  $n$  es la trayectoria determinada.

De esta manera se obtienen las distribuciones en momento de los muones (Figura 29) y piones (Figura 30). En la distribución correspondiente a los muones, observamos que existen muy pocos eventos abajo del umbral del muon en el RICH de Piones ( $\sim 9.2$  GeV) y se observa que el número de eventos crece rápidamente a partir de  $\sim 9.5$  GeV. Por lo tanto, esta distribución muestra que los valores arrojados por la simulación, haciendo uso del nuevo código, son físicamente correctos.

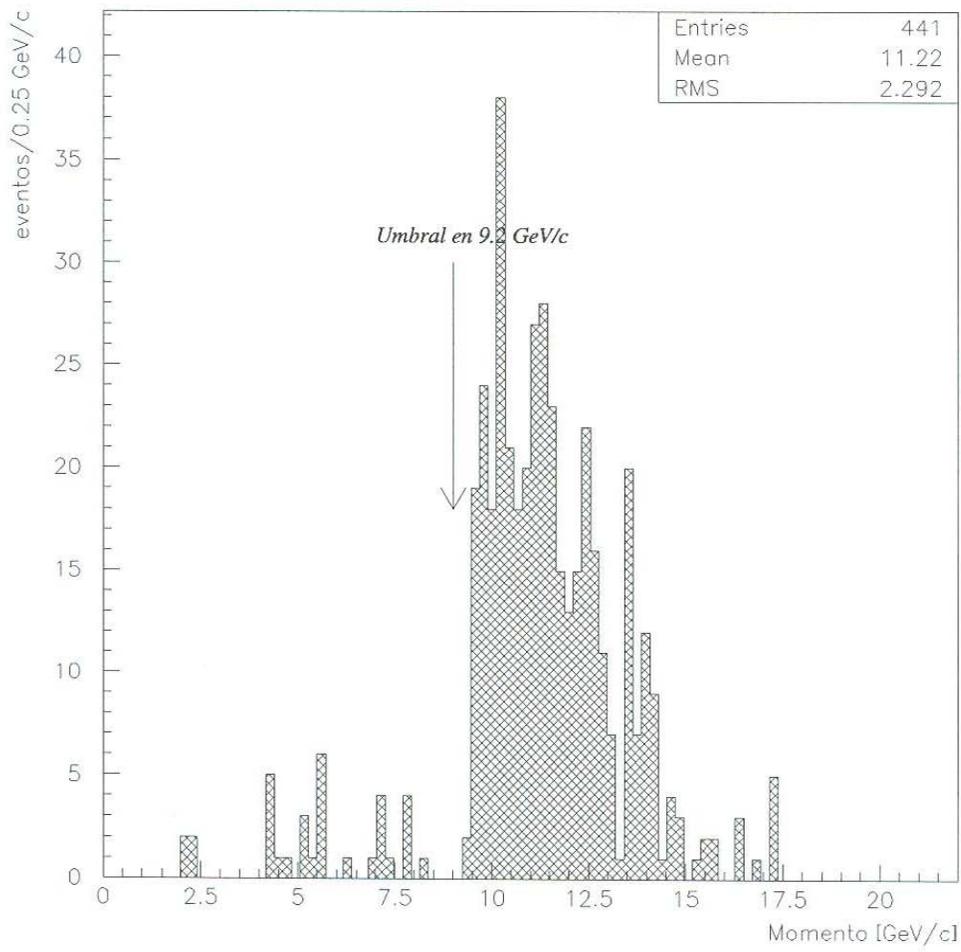


Figura 29: Momento de los muones en el decaimiento  $K^+ \rightarrow \pi^- \mu^+ e^+$  con una estadística de  $9 \times 10^4$  aplicando *cortes* en similitud.

Con respecto a la distribución de momento correspondiente a los piones de los eventos identificados como  $K^+ \rightarrow \pi^- \mu^+ e^+$ , observamos que existen eventos a partir de  $\sim -9.4$  GeV, abajo (en magnitud) del umbral de piones en el RICH de Piones. Esto se debe a que el programa identifica piones que, sin emitir luz Cherenkov, contienen momento arriba del momento umbral para muones ( $\sim 9.3$  GeV) pero no emiten luz porque no son muones, son partículas más pesadas correspondientes, en este caso, a piones. Por lo tanto, esta distribución también muestra que los valores arrojados por la simulación, haciendo uso del nuevo código, son físicamente correctos.

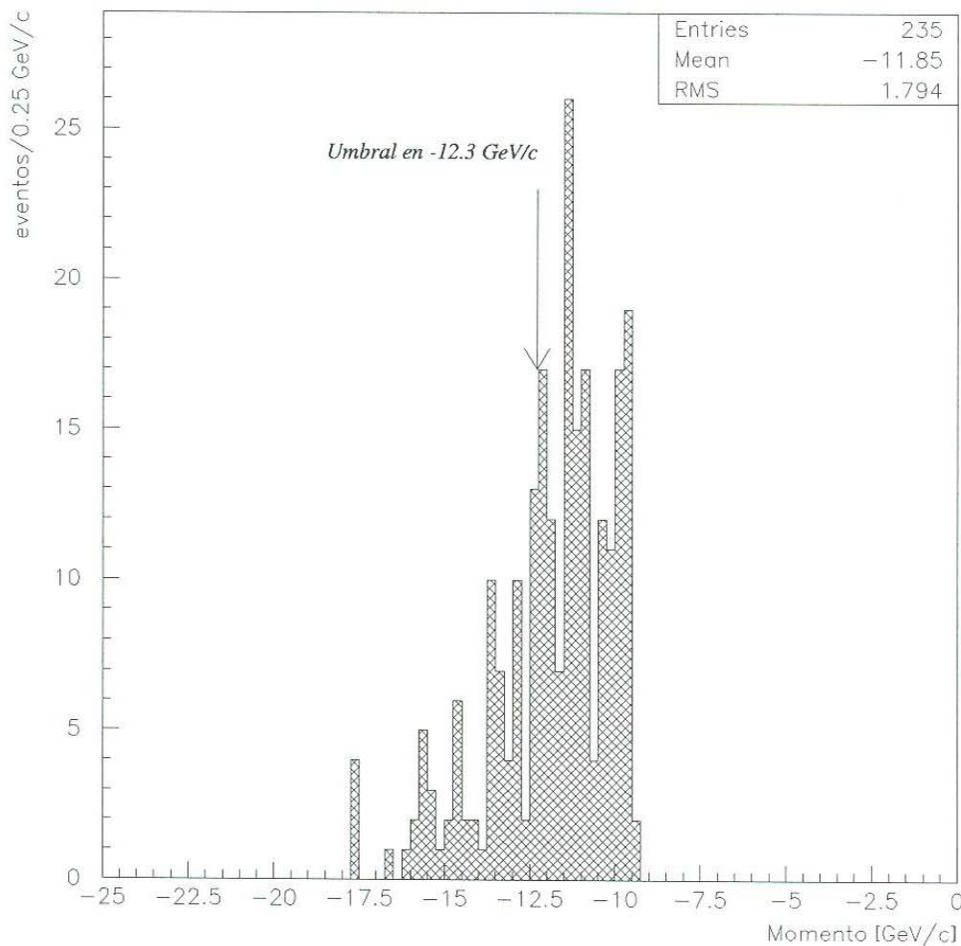


Figura 30: Momento de los piones en el decaimiento  $K^+ \rightarrow \pi^- \mu^+ e^+$  con una estadística de  $9 \times 10^4$  aplicando *cortes* en similitud.

Además, el número de fotomultiplicadores activados (*hits*) a causa de la luz Cherenkov varía con respecto al tamaño del anillo, para anillos grandes el número de *hits* es mayor que para anillos de menor tamaño. Esta característica física condujo a realizar el estudio del número de *hits* para cada tipo de partícula identificada:  $e^+$ ,  $\mu^+$  y  $\pi^-$ .

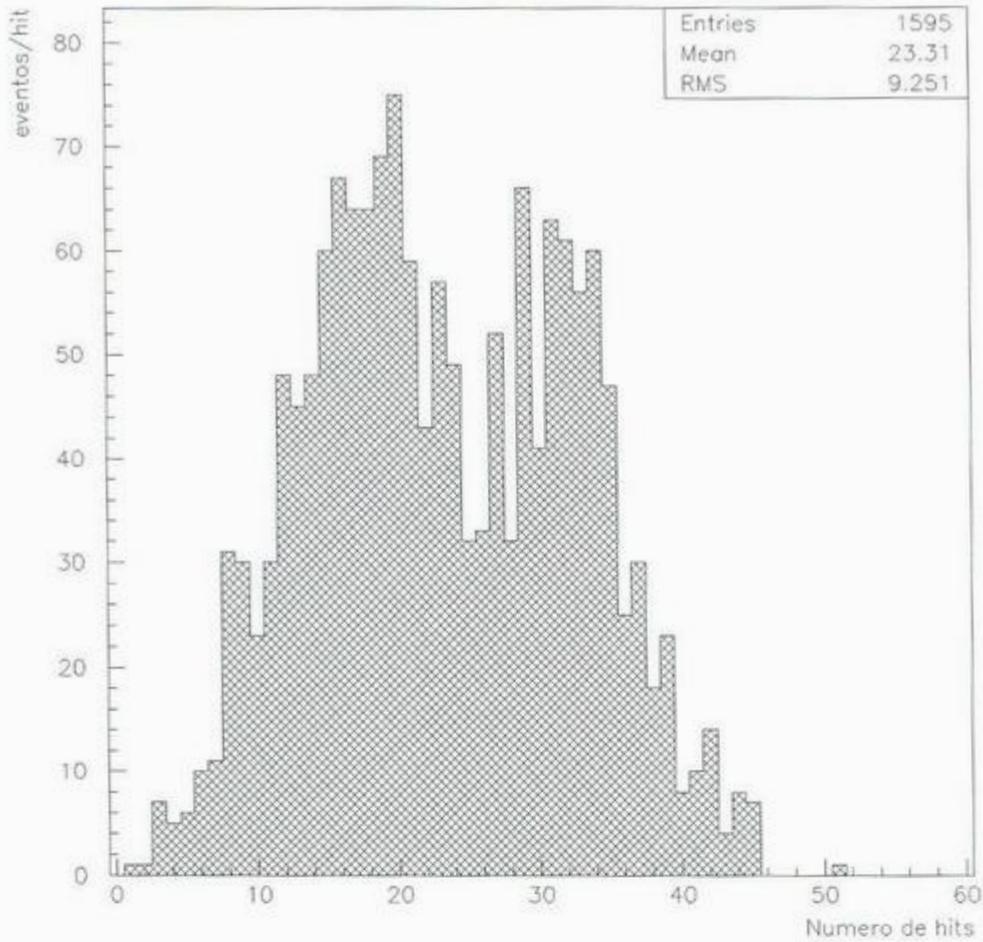


Figura 31: Número de *hits* observados por el plano de fotomultiplicadores, producidos por el  $e^+$  y simulado con la nueva versión de CKM\_GEANT.

Los resultados de este estudio se encuentran en las Figuras 31, 32 y 33. Las distribuciones en *hits* se hicieron con los mismos *cortes* que las distribuciones en momento para cada partícula (Figuras 28, 29 y 30). De acuerdo a las distribuciones en el número de *hits* para cada partícula, 1595 para el  $e^+$ , 380 para el  $\mu^+$  y 231 para el  $\pi^-$  lo cual corresponde cualitativamente con el hecho de que el tamaño del anillo del electrón es más grande que el anillo del muon y el pion, y el anillo del muon es a su vez más grande que el anillo del pion. Esto puede entenderse observando la ecuación 27: para un momento fijo, a mayor masa menor radio.

Una vez comprobado que los resultados arrojados por la nueva versión de CKM\_GEANT son físicamente correctos, en el presente trabajo, presentamos una manera de usar las variables para la identificación de partículas en el RICH de Piones. Para esto, calculamos la aceptación de un flujo de Kaones originados al principio del detector, con un sólo modo de

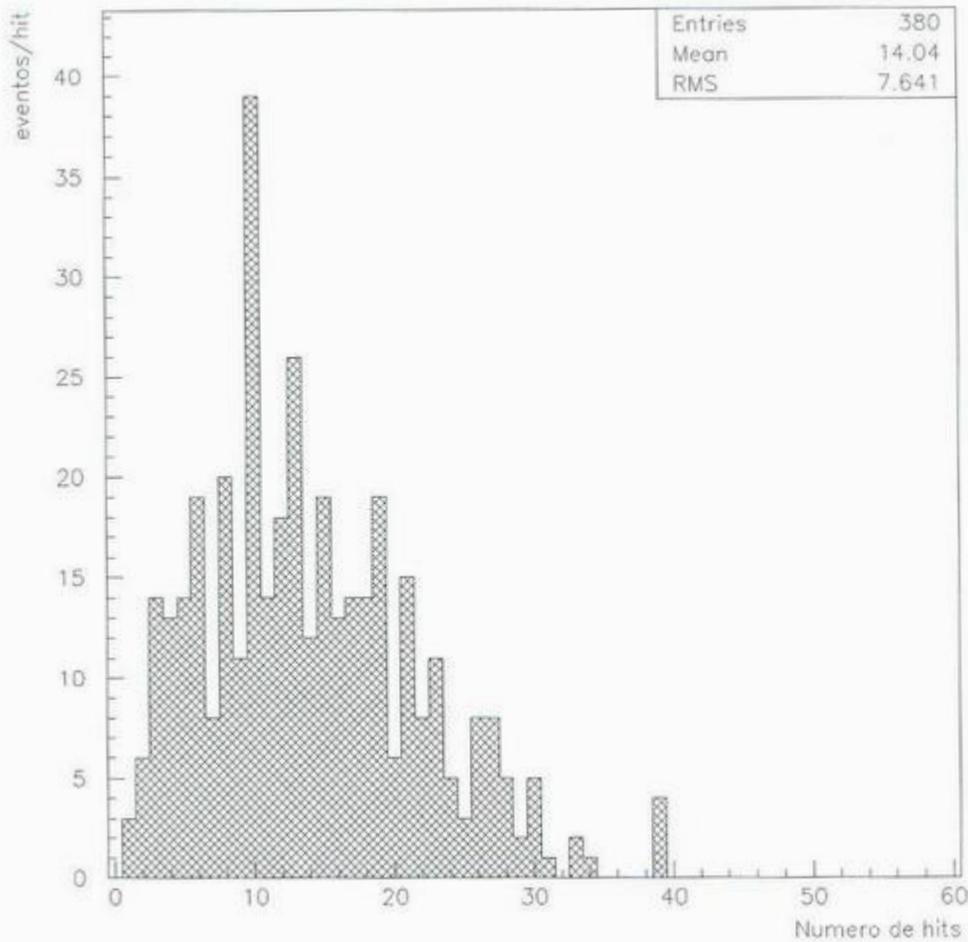


Figura 32: Número de *hits* observados por el plano de fotomultiplicadores, producidos por el  $\mu^+$  y simulado con la nueva versión de CKM-GEANT.

decaimiento ( $K^+ \rightarrow \pi^- \mu^+ e^+$ ), y se buscaron en el RICH de Piones todos los eventos de este tipo, usando la identificación con el enfoque de Máxima Similitud y así, calcular la aceptación del RICH de Piones a este tipo de decaimiento.

Debido a que las trayectorias detectadas en el espectrómetro magnético DMS pueden corresponder a un  $e^+$ , a un  $\pi^-$  o a un  $\mu^+$ , sin importar el orden y, a partir de cada trayectoria y de su momento, se calculan las *similitudes* de que la trayectoria sea un  $e^+$ , a un  $\pi^-$  o a un  $\mu^+$ , la manera de encontrar todos los decaimientos del tipo  $K^+ \rightarrow \pi^- \mu^+ e^+$  es buscando los decaimientos de cada una de las permutaciones posibles de las partículas  $e^+$ ,  $\pi^-$  y  $\mu^+$  en las trayectorias 1, 2 y 3.

Los cortes fueron hechos exigiendo que el cociente de la probabilidad de la partícula a buscar, en determinada trayectoria, fuera, al mismo tiempo, mínimo el doble de las probabilidades de las demás partículas incluyendo al ruido.

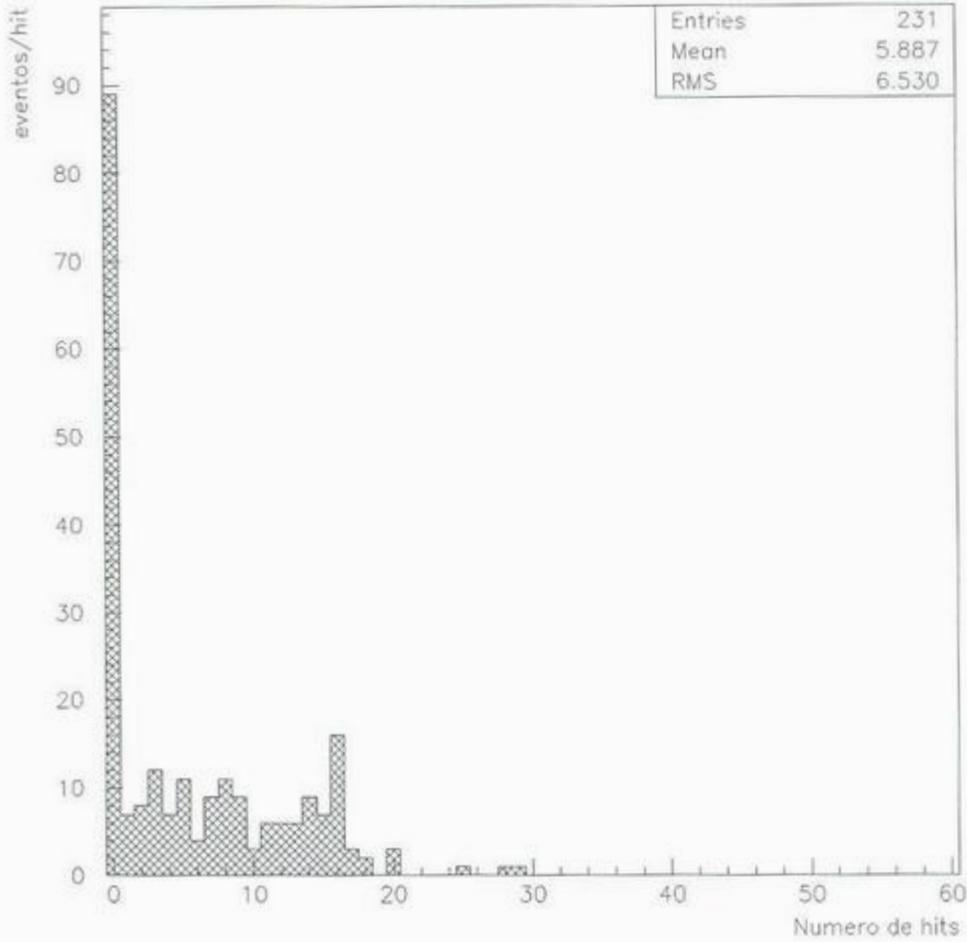


Figura 33: Número de *hits* observados por el plano de fotomultiplicadores, producidos por el  $\pi^-$  y simulado con la nueva versión de CKM\_GEANT.

Los *cortes* para cada permutación son los siguientes:

1. Forma 1:  $K^+ \rightarrow \pi^- \mu^+ e^+$ 
  - $rltrk1pi/rltrk1mu > 2$  y  $rltrk1pi/rltrk1e > 2$  y  $rltrk2mu/rltrk2pi > 2$  y  $rltrk2mu/rltrk2e > 2$  y  $rltrk2mu/rltrk2bg > 2$  y  $rltrk3e/rltrk3pi > 2$  y  $rltrk3e/rltrk3mu > 2$  y  $rltrk3e/rltrk3bg > 2$
2. Forma 2:  $K^+ \rightarrow \pi^- e^+ \mu^+$ 
  - $rltrk1pi/rltrk1mu > 2$  y  $rltrk1pi/rltrk1e > 2$  y  $rltrk2e/rltrk2pi > 2$  y  $rltrk2e/rltrk2mu > 2$  y  $rltrk2e/rltrk2bg > 2$  y  $rltrk3mu/rltrk3pi > 2$  y  $rltrk3mu/rltrk3e > 2$  y  $rltrk3mu/rltrk3bg > 2$
3. Forma 3:  $K^+ \rightarrow \mu^+ \pi^- e^+$ 
  - $rltrk1mu/rltrk1pi > 2$  y  $rltrk1mu/rltrk1e > 2$  y  $rltrk1mu/rltrk1bg > 2$  y  $rltrk2pi/rltrk2mu > 2$  y  $rltrk2pi/rltrk2e > 2$  y  $rltrk3e/rltrk3pi > 2$  y  $rltrk3e/rltrk3mu > 2$  y  $rltrk3e/rltrk3bg > 2$

4. Forma 4:  $K^+ \rightarrow \mu^+ e^+ \pi^-$

- $rltrk1\mu/rltrk1\pi > 2$  y  $rltrk1\mu/rltrk1e > 2$  y  $rltrk1\mu/rltrk1bg > 2$  y  $rltrk2e/rltrk2\pi > 2$  y  $rltrk2e/rltrk2\mu > 2$  y  $rltrk2e/rltrk2bg > 2$  y  $rltrk3\pi/rltrk3\mu > 2$  y  $rltrk3\pi/rltrk3e > 2$

5. Forma 5:  $K^+ \rightarrow e^+ \mu^+ \pi^-$

- $rltrk1e/rltrk1\mu > 2$  y  $rltrk1e/rltrk1\pi > 2$  y  $rltrk1e/rltrk1bg > 2$  y  $rltrk2\mu/rltrk2\pi > 2$  y  $rltrk2\mu/rltrk2e > 2$  y  $rltrk2\mu/rltrk2bg > 2$  y  $rltrk3\pi/rltrk3\mu > 2$  y  $rltrk3\pi/rltrk3e > 2$

6. Forma 6:  $K^+ \rightarrow e^+ \pi^- \mu^+$

- $rltrk1e/rltrk1\pi > 2$  y  $rltrk1e/rltrk1\mu > 2$  y  $rltrk1e/rltrk1bg > 2$  y  $rltrk2\pi/rltrk2e > 2$  y  $rltrk2\pi/rltrk2\mu > 2$  y  $rltrk3\mu/rltrk3\pi > 2$  y  $rltrk3\mu/rltrk3e > 2$  y  $rltrk3\mu/rltrk3bg > 2$

Estos *cortes* se aplicaron a los 90,000 eventos generados por la simulación con CKM\_GEANT y se analizaron con el nuevo programa de *ckm\_read* el cual incluye el cálculo de las variables relacionadas con la identificación de múltiples partículas cargadas en el RICH de Piones.

En la Figura 34 se muestra la distribución de momento de las partículas detectadas en el RICH de Piones para cada forma de decaimiento. Observamos que estos eventos son muy pocos, de los 90,000 se encuentran menos de 10 partículas para cada forma. Esto se debe a que el momento de la partícula madre no alcanza para que existan muchos eventos en donde las tres partículas (no solamente el electrón) emitan luz Cherenkov, es decir, tengan momento arriba del umbral necesario. En la Figura 35 se muestra la suma de las distribuciones en momento de cada forma (permutación) obteniendo, finalmente, la distribución en momento de las partículas secundarias de los decaimientos identificados en el RICH de Piones como  $K^+ \rightarrow \pi^- \mu^+ e^+$ . Se encontraron un total de 28 eventos, de un total de 90,000 kaones originados al comienzo del arreglo experimental CKM y donde el 100% decae dentro del volumen de decaimiento, por lo que la aceptación será:

$$\frac{28}{90,000} = 3,1 \times 10^{-4} \quad (38)$$

donde este número se debe entender como el número de eventos que el RICH de Piones detectará (según la simulación) con la condición de que 90,000 kaones decaen solamente al modo de decaimiento  $K^+ \rightarrow \pi^- \mu^+ e^+$  en la región del volumen de decaimiento al vacío y también considerando los *cortes* anteriormente descritos.

Cabe mencionar que, en caso de intentar la búsqueda de un decaimiento de este tipo, en los datos reales del experimento, se necesita hacer un estudio del ruido al decaimiento  $K^+ \rightarrow \pi^- \mu^+ e^+$  y de cómo rechazarlo. De tal manera que los *cortes* estarán en función del rechazo del ruido al decaimiento.

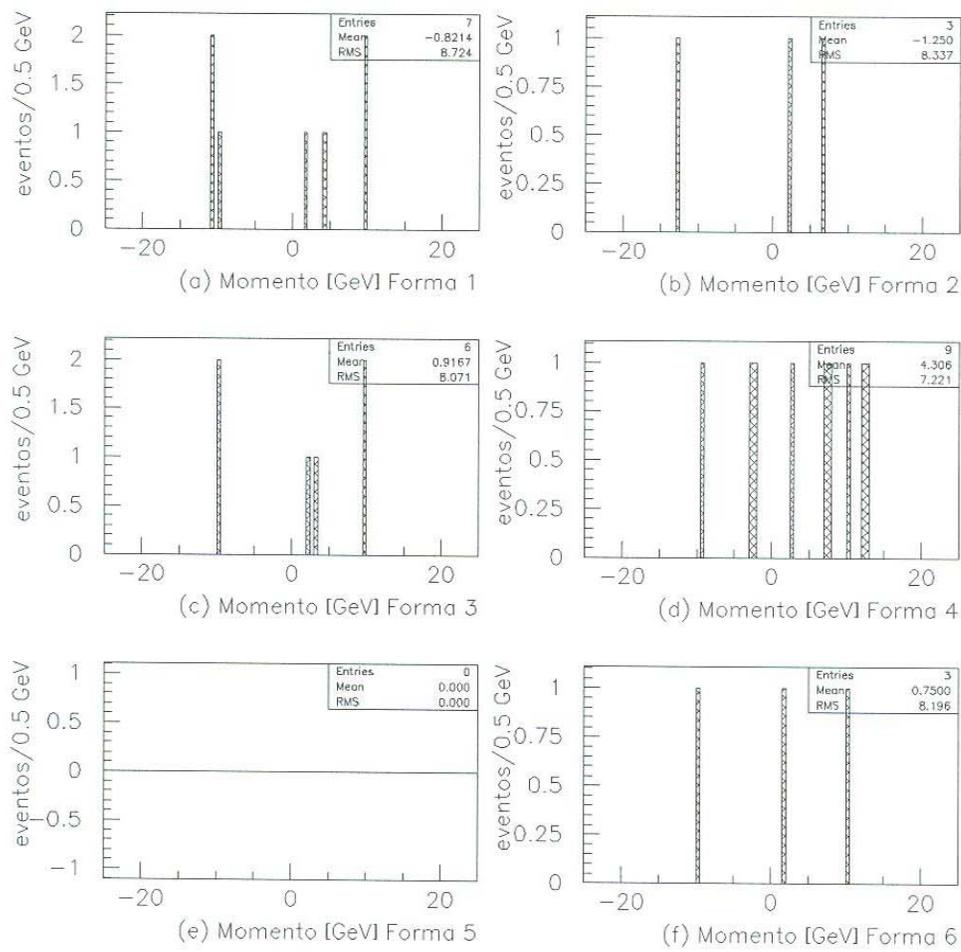


Figura 34: Distribución en momento de las partículas secundarias de los decaimientos encontrados del tipo  $K^+ \rightarrow \pi^- \mu^+ e^+$ , utilizando la identificación con *cortes en similitud*, para cada permutación con respecto a la trayectoria.

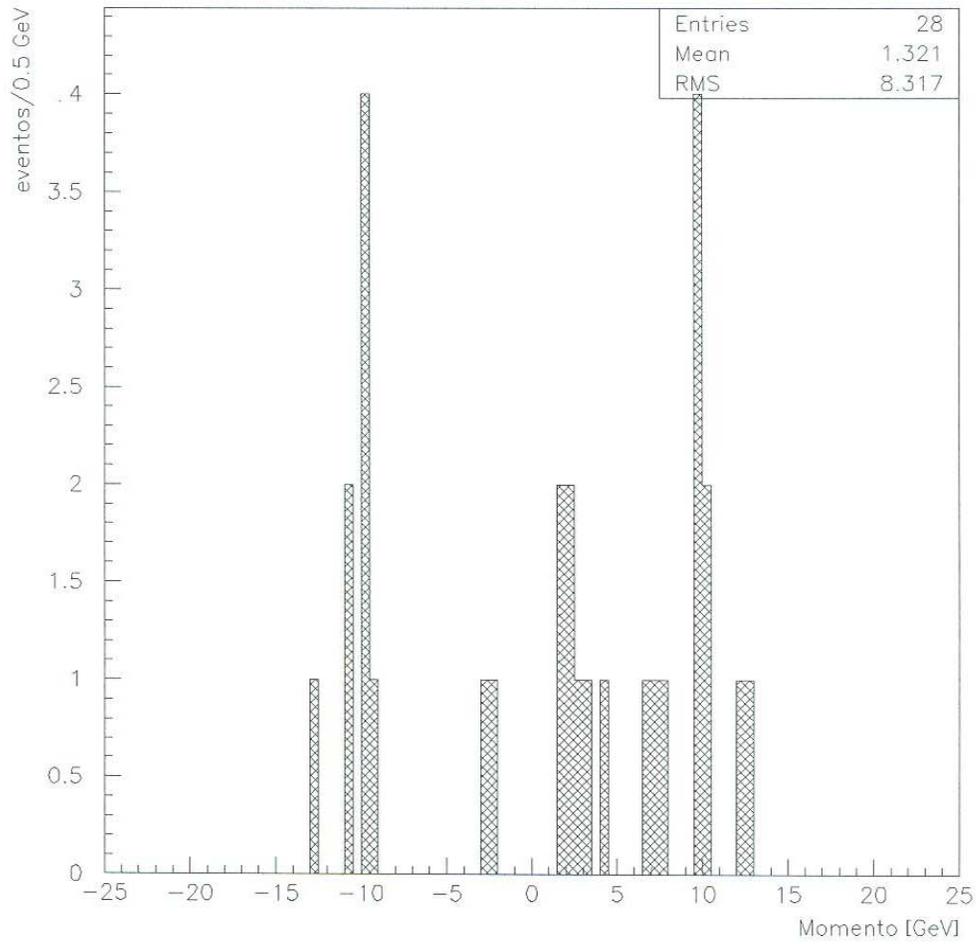


Figura 35: Distribución en momento de las partículas identificadas como productos del decaimiento  $K^+ \rightarrow \pi^- \mu^+ e^+$ , utilizando la identificación con *cortes en similitud*.

## 8. Conclusiones

1. Con respecto al estudio de los principales decaimientos considerados como ruido a la medición de 100 eventos del decaimiento raro del kaon,  $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$  realizados con el programa de simulación CKM\_GEANT y con una estadística de 100,000 decaimientos, podemos concluir lo siguiente:
  - Existen tres fuentes principales de ruido al decaimiento, que son:
    - a)  $K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0$ ,
    - b)  $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu$  y
    - c)  $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu \gamma$
  - Aunque estos decaimientos cuentan con partículas secundarias que no están cargadas y por lo tanto no detectables por los espectrómetros, es posible aspirar a encontrar decaimientos del tipo  $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$  haciendo un estudio en la distribución de la  $M_{fal}^2$  de cada decaimiento.
  - La búsqueda de decaimientos del tipo  $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$  es factible con el arreglo experimental de CKM de acuerdo a los estudios de simulación con CKM\_GEANT y asumiendo que la probabilidad de ocurrencia del decaimiento  $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$  sea del orden de  $10^{-10}$ .
  - La región en  $M_{fal}^2$  donde se deben buscar los decaimientos del tipo  $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$  está entre  $-0.004 \text{ GeV}^2$  y  $0.008 \text{ GeV}^2$ .
2. Con respecto a la nueva versión del programa *ckm\_read* dentro del programa de simulación CKM\_GEANT con respecto a la detección de múltiples partículas cargadas en el RICH de Piones podemos concluir lo siguiente:
  - Se realizó la adaptación del código usado en el experimento SELEX, para la detección de múltiples partículas cargadas en el RICH, al RICH de Piones de CKM para tener la posibilidad de detectar más de una partícula cargada en este detector.
  - De acuerdo a la simulación realizada del decaimiento  $K^+ \rightarrow \pi^- \mu^+ e^+$  con una estadística de 90,000 eventos, usando *cortes* en las variables para la detección de múltiples partículas cargadas en el RICH de Piones, se concluye que los resultados arrojados son, de manera cualitativa, físicamente correctos y, con esto, que el nuevo código incluido a la versión de CKM\_GEANT funciona.
  - Se realizó un análisis de la aceptación del RICH de Piones al decaimiento  $K^+ \rightarrow \pi^- \mu^+ e^+$  mostrando la manera en que pueden utilizarse las nuevas variables arrojadas por el programa *ckm\_read* con respecto a la identificación de múltiples partículas cargadas en el RICH de Piones.
  - Por último, podemos concluir que la aceptación del RICH de Piones, según los estudios de simulación, al decaimiento  $K^+ \rightarrow \pi^- \mu^+ e^+$  usando los *cortes* descritos anteriormente y forzando a que todos los kaones decaigan en la región de decaimiento al vacío, es de  $3,1 \times 10^{-4}$ .

## 9. Apéndice

Rutinas *ric\_evfill* y *ric\_likeho\_m2*:

```

subroutine ric_evfill
*
* Author: Raul Hennings
* Brief Description: Subroutine ric_evfill gathers event data
*                   relevant to the RICH
*
*                   -----Include files-----
*
#include "dmsana.inc"
#include "rch_hit_bk.inc"
#include "ric_trks.inc"
#include "ric_rngs.inc"
#include "ric_ptrs.inc"
#include "ric_mir_lab.inc"
#include "ric_cath_lab.inc"
#include "rich_cld_cbk.inc"
#include "rich_mhole_cbk.inc"
#include "ric_gas.inc"
#include "richgeom.inc"
*
*                   -----Local declarations-----
*
Integer
x   i,j,k,is,jnum,ii,kmin,nwd,j1,i1,      !dummy do loop indices
x   nhit_dum,hit_dum(2848),              !temp place for hits
x   ikeep,                                !keep it flag
x   nlin,nlinend,nwdbeg,nwdend,
x   nmir,                                  !Actual mirror hit
x   lktrk,                                 !link to trk_bk table
x   tsegnpl,                               !number of planes in M2 Tseg
x   func_type,                             !Ring-rect crossing type
x   anum(4),                               !angle pointers
x   cross_talk
Real
x   rorig(3),uveci(3),uvecr(3),rntrsc(3) !dummy arrays
Real
x   cos2alfa, cos2beta
Real
x   pc,
x   xc_evfil,yc_evfil,
x   val,Rdum,a1,a2,                        !dummy variables
x   thetac(6),                             !Cerenkov angles
x   dist(2),                               !crossing distance to sides
x   beta(5),                               !crossing angles
x   Rfmir,Rfcath,                          !Efficiency for mirror/cath
x   tsegchisq,                             !chisq of M2 Tseg
x   rfract_min,                            !minimum summed rfract
x   rfract_tot,
x   rxoff,ryoff,                          !standard angle offsets

```

```

x      uxoff,uyoff,          !angle offsets used
x      rxoffp,ryoffp,       !standard posn offsets
x      uxoffp,uyoffp,      !posn offsets used
x      pi_evfill,
x      cil_incl             !inclination of cilinder

Logical
x      Ifirst               !First entry flag
*
*      -----Data statements-----
*
Data Ifirst/.True./
Data rfract_min/0.05/
Data rxoff,ryoff/0.0,0.0/
Data rxoffp,ryoffp/0.0,0.0/
Data ric_ravg0/4000.0/
Data ric_rrms0/0.0/
Data ric_xyzm0(1),ric_xyzm0(2),ric_xyzm0(3)/0,0,10770.0/
Data ric_avgndx/6.4E-5/
Data cil_incl/1.4/          ! PRCH cilinder inclination
*
*      -----Save statements-----
*
Save Ifirst,pi_evfill,cross_talk
*
*-----
*
*      Executable code starts here
*-----
*
*      -----Initialization Code-----
*
If (Ifirst) Then
  pi_evfill = 4.*atan(1.)
  Ifirst = .False.
Endif

ric_ntrk=0

Do i=1,ndmstrk              !Info about RICH tracks

  ric_ntrk = ric_ntrk + 1   ! update number of tracks
  rorig(1) = dmsseg_xds0(i) ! point on track
  rorig(2) = dmsseg_yds0(i)
  rorig(3) = 0

  uveci(3) = sqrt(1/(1 + dmsseg_xdssl(i)*
x      dmsseg_xdssl(i) + dmsseg_ydssl(i)
x      *dmsseg_ydssl(i)))
  uveci(1) = dmsseg_xdssl(i)
x      *uveci(3)             ! track unit vector
  uveci(2) = dmsseg_ydssl(i)

```

```

x      *uveci(3)

*      ! propogate track to PC
*      ! Use ideal mirror to start

ric_xyzc0(1) = 0.
ric_xyzc0(2) = 3000.*sin(cil_incl*pi/180.)
ric_xyzc0(3) = 6770.-3000.*cos(cil_incl*pi/180.)

Call ric_ntrsc(ric_ravg0,ric_xyzc0,rorig,uveci,
x          ric_ntrsc(1,ric_ntrk))

Call ric_reflct(ric_ravg0,ric_xyzc0,
x          ric_ntrsc(1,ric_ntrk),uveci,uvecr)

Call ric_gotopc(ric_ntrsc(1,ric_ntrk),uvecr,xc_evfil,yc_evfil)

ric_ctr(1,ric_ntrk) = xc_evfil          !track center at PD
ric_ctr(2,ric_ntrk) = yc_evfil
ric_pmom(ric_ntrk) = dmsptrk(ric_ntrk)    ! and track signed momentum

ric_tsegchisq(ric_ntrk) = dmsseg_dschi2(ric_ntrk)    ! chisq of tseg fit
ric_tsegnpts(ric_ntrk) = ndmstrkhit(ric_ntrk) ! no.points in tseg fit

Call ric_getrad(ric_pmom(ric_ntrk),0.,0,ric_avgndx,
x          ric_rad_t(1,ric_ntrk),thetac)

Do k = 1,max_ric_hypos
  Do j = 1,max_ric_mods
    ric_rfract(j,k,ric_ntrk) = 0.0
  Enddo

If(ric_rad_t(k,ric_ntrk).gt.0.0) Then

  PRCH_Inner_Rad = 100
  diagonal = 2*(PRCH_Inner_Rad - 10)

  cornerpc(1) = ric_pmt_x(2,ntube(2)) !corner coordinates of PC
  cornerpc(2) = ric_pmt_y(2,ntube(2))
  lenpc(1) = abs(ric_pmt_x(2,ntube(2))-ric_pmt_x(2,1)) ! lengths of PC
  lenpc(2) = abs(ric_pmt_y(2,ntube(2))-ric_pmt_y(2,1))

  cornermir(1) = -diagonal/(2*sqrt(2.)) !corner coordinates of mirror
  cornermir(2) = -diagonal/(2*sqrt(2.))
  lenmir(1) = diagonal/sqrt(2.) !lengths of mirror
  lenmir(2) = diagonal/sqrt(2.)

  Call ric_crossing(ric_ntrsc(1,ric_ntrk), !First for the mirror
x          ric_rad_t(k,ric_ntrk),
x          cornermir,lenmir,
x          func_type,dist,beta,anum,Rfmir)

```

```

Do j = 1,max_ric_mods                                !Now for each PC module

    Call ric_crossing(ric_ctr(1,ric_ntrk),
x                ric_rad_t(k,ric_ntrk),
x                cornerpc,lenpc,
x                func_type,dist,beta,anum,Rdum)

    a1 = beta(anum(1))
    a2 = beta(anum(2))

    If (a1.ge.0. and. a2.ge.0.) Then
        a1 = -1.*( a1*180./pi_evfill - 180.)
        a2 = -1.*( a2*180./pi_evfill - 180.)
    Else
        a1 = 0.
        a2 = 0.
    EndIf

    Rfcath = a1 - a2
    If(Rfcath.lt.0.0) Rfcath = 360. + Rfcath
    If(func_type.eq.9) Then                            !special case with 2 arcs
        a1 = beta(anum(4))
        a2 = beta(anum(3))
        If (a1.ge.0. and. a2.ge.0.) Then
            a1 = -1.*( a1*180./pi_evfill - 180.)
            a2 = -1.*( a2*180./pi_evfill - 180.)
        Else
            a1 = 0.
            a2 = 0.
        EndIf
        Rdum = a1 - a2
        If(Rdum.lt.0.0) Rdum = 360. + Rdum
        Rfcath = Rfcath + Rdum
    Endif
    Rfcath = Rfcath/360.

    ric_rfract(j,k,ric_ntrk) = Rfmir*Rfcath

    ric_rfractt(j,k,ric_ntrk) = ric_rfract(j,k,ric_ntrk)
    If(j.eq.2
x        .and.ric_ntrsc(1,ric_ntrk).ge.x1_rich_mhole(1,1)
x        .and.ric_ntrsc(1,ric_ntrk).le.x2_rich_mhole(1,1)
x        .and.ric_ntrsc(2,ric_ntrk).ge.y1_rich_mhole(1,1)
x        .and.ric_ntrsc(2,ric_ntrk).le.y2_rich_mhole(1,1))
x        ric_rfractt(j,k,ric_ntrk) =
x        ric_rfractt(j,k,ric_ntrk)*
x        NOhole_rich_cld(1,1)/
x        NOcent_rich_cld(1,1)

    Enddo
Endif
Enddo

```

```
      rfract_tot =
x      ric_rfract(1,1,ric_ntrk) +           !Check electron fraction
x      ric_rfract(2,1,ric_ntrk) +           !inside detector
x      ric_rfract(3,1,ric_ntrk)

      If(rfract_tot.lt.rfract_min) Then      ! do not keep track if
        ric_ntrk = ric_ntrk -1              ! .lt. a minimum cut
      EndIf

      Enddo

      Return

*
*      -----Format statements-----
*
1000 Format(1x,i5,1x,i5,4(1x,f10.3))
1001 Format(1x,i5)
*
      End
*
* Revision 1.20 1999/10/26 23:22:38 syjun
* merge linux-port
*
c
c Revision 1.1 1996/07/16 22:33:29 stutte
c First commit of partid package (rich part only)
c
```

Subroutine ric\_Likeli\_m2

```

c   Autor: Raul Hennings
c   First version to enable the PION RICH (CKM) to look for more than one
c   track
*   Brief Description:
*   Takes all hits and calculates Likelihood for each hypothesis
*   Based on SELEX code.
*
      Implicit none

#include "rch_hit_bk.inc"
#include "ric_pmtpos.inc"
#include "ric_trks.inc"
#include "ric_rngs.inc"
#include "ric_cath_lab.inc"
#include "richdata.inc"

*
      Logical LFirst
      Integer ITrk,ih,m,Module(3000),nmobs(max_ric_mods),
x      nmobsb
      Integer func_type,anum(4)
      Integer my_hits(3000)
      Integer nj,i,j,icase,k,ncase
      Integer back_point(3000),intub(3000)
      Double Precision reg1,reg2
      Double Precision RegHW,Reghwb,X,Y,D,ratio,ratio2,sigmin
      Double Precision Dist(3000),r,rmax,rl(0:max_ric_hypos),rlmax
      Double Precision sdens(max_ric_mods),rsigex,spr
      Double Precision pi,pi2,root2pi,fgauss1,psum,ringd,phratio
      Double Precision dfreq
      external dfreq
      Real rr1,rr2,Rf1,Rf2,Areas,Areab
      Real alpha(5),distb(2)
      Real rmaxl,R0,R1,R2
      Real rnorm
      Integer N,ir,NObs
      Data RegHW /3.0D0/
      Data RegHWb /5.0D0/
      Data spr /0.55D0/
      Data sigmin /0.1D0/
      Data Ncase/1/
      Data LFirst /.True./
      Save LFirst
      Save pi,pi2,root2pi,spr,regHW,reghwb,sigmin

*
*
*
* Statement function
      double precision gaussint,mean1,sigm1,a,b
      double precision gauss,mean,sigm,xx

```

```

*
  gaussint(mean1,sigm1,a,b)=dfreq((b-mean1)/sigm1)-
x      dfreq((a-mean1)/sigm1)
*
*
  gauss(mean,sigm,xx)=exp(-0.5*((xx-mean)/sigm)**2)/(root2pi*sigm)
*
* Initialization of full cathode size and cuts
  If (LFirst) Then
    LFirst = .False.
    pi = 4.*atan(1.D0)
    pi2 = pi*pi
    root2pi = sqrt(2.D0*pi)
    ric_exp_phot(1) = 45.0
  EndIf

  Do Icase = 1,NCase          ! two passes, second to remove multiples

    Do ITrk = 1,ric_ntrk    ! here we loop over all tracks

      Do ih = 1,max_ric_hypos
        ric_nhittr(ih,itrk) = 0
      EndDo
      RMax = dble(ric_rad_t(1,ITrk)) ! Electron

*
* Define interesting region
  If(Icase.eq.1) Then
    reg1 = 0.D0
    Do ih = 1,max_ric_hypos
      If (ric_rad_t(ih,ITrk).gt.0.)
x        reg1 = dble(ric_rad_t(ih,ITrk)) - reghw
    Enddo
    If (reg1.lt.0.D0) reg1 = 0.D0
    reg2 = dble(ric_rad_t(1,ITrk)) + reghw

*
* Calculate area of search region
  rr1 = sngl(reg1)
  rr2 = sngl(reg2)

  Call ric_crossing(ric_ctr(1,itrk),
x                    rr1,
x                    cornerpc,lenpc,
x                    func_type,distb,alpha,anum,Rf1)
  Call ric_crossing(ric_ctr(1,itrk),
x                    rr2,
x                    cornerpc,lenpc,
x                    func_type,distb,alpha,anum,Rf2)
  Areas = pi*(rr2*rr2*Rf2 - rr1*rr1*Rf1)

*
* Calculate area of background region
  rr1 = sngl(reg2)

```

```

rr2 = sngl(reg2 + reghwb)

Call ric_crossing(ric_ctr(1,itrk),
x           rr1,
x           cornerpc,lenpc,
x           func_type,distb,alpha,anum,Rf1)
Call ric_crossing(ric_ctr(1,itrk),
x           rr2,
x           cornerpc,lenpc,
x           func_type,distb,alpha,anum,Rf2)
Areab = pi*(rr2*rr2*Rf2 - rr1*rr1*Rf1)
*
* Find hits in background region
nmobsb = 0
Do N = 1,ndigs_prch
  If (hit_tub(N).gt.0) Then
    X = dble(digs_prch(1,N))
    Y = dble(digs_prch(2,N))
    d = SQRT((X-dble(ric_ctr(1,ITrk)))**2 +
x       dble((Y-ric_ctr(2,ITrk)))**2)

    If (d.gt.reg2 .and. d.lt.reg2+ reghwb) Then
      nmobsb = nmobsb + 1
    EndIf
  EndIf
EndDo

*
* Finally calculate background density
Do m = 1,max_ric_mods
  If(Areab .ne.0.0.and.nmobsb.gt.0) Then
    ric_bgdens(m) = nmobsb/Areab
  Else
    ric_bgdens(m) = 1.e-3
  Endif
Enddo
EndIf
ric_expbgr(itrk) = ric_bgdens(1)*Areas

*
* Count up hits in signal region
NObs = 0
Do m = 1,max_ric_mods
  nmobs(m) = 0
EndDo
Do N = 1,ndigs_prch
  X = dble(digs_prch(1,N))
  Y = dble(digs_prch(2,N))
  d = SQRT((X-dble(ric_ctr(1,ITrk)))**2 +
x       dble((Y-ric_ctr(2,ITrk)))**2)
  If(d.lt.1.D-1) d = 1.D-1
  If (d.gt.reg1 .and. d.lt.reg2) Then
    NObs = NObs + 1
    nmobs(1) = nmobs(1) + 1
    Dist(NObs) = d
  EndIf
EndDo

```

```

        back_point(NObs) = N
        Module(NObs) = 1
    EndIf
EndDo
ric_fndhits(itrk) = Nobs
*
* Calculate dummy likelihood first
rl(0) = 0.
Do m = 1,max_ric_mods
rl(0) = rl(0) + log(dble(ric_bgdens(m)))*nmobs(m)
EndDo
rlmax = rl(0)
ric_id(itrk) = 0
rsigex = 0.D0
*
Do ih = 1,max_ric_hypos ! loop here over all hypos
*
    r = dble(ric_rad_t(ih,ITrk))
    if (r.gt.0.D0) Then
        fgauss1 = gaussint(r,spr,reg1,reg2)
        phratio = (r/RMax)**2
        ringd = phratio/(pi*2.)
        psum = 0.
        Do m = 1,max_ric_mods
            sdens(m) = dble(ric_exp_phot(m))*ringd
            psum = psum +
x                dble(ric_exp_phot(m))*dble(ric_rfractt(m,ih,ITrk))
        EndDo
        rsigex = psum * phratio
        ric_exptub(ih,itrk) = rsigex
        rl(ih) = 0.
        Do N = 1,NObs
            m = Module(N)
            rl(ih) = rl(ih) + log(
x                ((sdens(m)/Dist(N))*gauss(r,spr,Dist(N)))/fgauss1
x                + dble(ric_BGDens(m))
            )
            If (gauss(r,spr,Dist(N)).ge.sigmin) Then
                ric_nhittr(ih,itrk) = ric_nhittr(ih,itrk) + 1
                ric_listht(ric_nhittr(ih,itrk),ih,itrk)
x                = back_point(N)
            EndIf
        EndDo

        rl(ih) = rl(ih) - rsigex
        If (rl(ih).gt.rlmax) Then
            rlmax = rl(ih)
            ric_id(itrk) = ih
        EndIf
    Else
        rl(ih) = rl(0)
        ric_exptub(ih,itrk) = 0.D0
    EndIf
*

```

```

EndDo          ! End loop over all hypos
*
Do ih = 0,max_ric_hypos ! Once more to normalize and calculate Rfit
  rnorm = dmax1(rl(ih)-rlmax,-85.D0)
  ric_likeho(ih,ITrk) = exp(rnorm)

  IF(ih.eq.0) Then
    EndIf
EndDo
nj = 0
rmaxl= 0.
Do j = 0,max_ric_hypos
  If(ric_likeho(j,itrk).gt.rmaxl) Then
    nj = j
    rmaxl = ric_likeho(j,itrk)
  Endif

Enddo
If(nj.eq.0) Then
  ric_rad_f(itrk) = 0.0
Else
  R0 = 0.
  R1 = 0.
  R2 = 0.
  Do i = 1,ric_nhittr(nj,itrk)
    j = hit_tub(ric_listht(i,nj,itrk))
    R = sqrt(
x      (digs_prch(1,j) - ric_ctr(1,itrk))*
x      (digs_prch(1,j) - ric_ctr(1,itrk)) +
x      (digs_prch(2,j) - ric_ctr(2,itrk))*
x      (digs_prch(2,j) - ric_ctr(2,itrk)))
    R0 = R0 + 1.0
    R1 = R1 + R
    R2 = R2 + R*R
  Enddo
  R0 = Max(1.,R0)
  ric_rad_f(itrk) = R1/R0
  ric_rf_chisq(itrk) =
x      (R2-R1*R1/R0)/Max(1.,R0-1.)/(1.6129/4.):**2
Endif
*
*
EndDo          ! End loop over tracks

Return
End

*
* $Log: ric_likeli_m2.F,v $
* Revision 1.16 1999/10/26 23:22:39 syjun
* merge linux-port
*
c Revision 1.1 1996/07/16 22:33:36 stutte

```

c First commit of partid package (rich part only)

c

\* Feb. 27, 1996: JE,LS: Adapted to SOAP.

\*

\*

\*-----

## Referencias

- [1] S.Adler, *et al.* Phys. Rev. Lett. 79, 2204 (1997). S. Adler, *et al.* Phys. Rev. Lett. 84, 3768 (2000).
- [2] R. Appel *et al.* (BNL E865), Phys. Rev. Lett. 85 2450 (2000).
- [3] R. Appel *et al.* (BNL E865), Phys. Rev. Lett. 85 2877 (2000).
- [4] D. Ambrose *et al.* (BNL E871), Phys. Rev. Lett. 81 5734 (1998).
- [5] KTeV Preliminary Results, *Conference APS Division of Particles and Fields*, Columbus, Ohio, 2000; A. Ledovskoy, in *Proceedings of the Workshop on K Physics (KAON-2001)*.
- [6] A. Alavi-Harati, *et al.* (KTeV), hep-ex/0108037; Phys. Rev. Lett. 87, 111802 (2001).
- [7] L.G. Landsberg, *Overview of the CKM Physics Opportunities beyond  $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$* , Physics of Atomic Nuclei, Vol. 65, No.10, 2002, pp. 1747-1770. From *Yadernaya Fizika*, Vol. 65, No. 10, 2002, pp. 1795-1818.
- [8] Particle Data Group, *Review of Particle Physics*, (2002).
- [9] P.S. Cooper *et al.* *A Proposal for a Precision Measurement of the Decay  $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$  and Other Rare  $K^+$  Processes at Fermilab Using the Main Injector*, June 4 (2001).
- [10] J. Engelfried *et al.* *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*, 502 (2003), p.62-66.
- [11] F. Sauli, *Principles of operation of multiwire proportional and drift chambers*, CERN Report 77-09, 1977.
- [12] P.A. Cherenkov, I.M. Frank and I.E.Tamm, *Nobel Lectures in Physics*, Elsevier, New York (1964).
- [13] J. Engelfried, *Pion Muon Separation in the Pion RICH - A GEANT Simulation*. CKM Internal Note CKM.30, September 1, 2000.
- [14] *Simulación de decaimientos y detectores en experimentos de Kaones*, Tesis de Licenciatura de Ibrahim Daniel Torres Aguilar, Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas de la Benemérita Universidad de Puebla, 2001.
- [15] W.R. Leo, *Techniques for Nuclear and Particle Experiments. A How to Approach.*, Springer Verlag, 1993.
- [16] Richard Fernow, *Introduction to experimental particle physics*, Cambridge University Press (1992).
- [17] U.Müller *et al.* *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*, 343 (1994) 279-283.

- [18] James William Rohlf, *Modern Physics from  $\alpha$  to  $Z_0$* , Ed. John Wiley and Sons, Inc.
- [19] Application Software Group, Computing and Networks Division, *GEANT Detector and Simulation Tool*, CERN Geneva, Switzerland.

Ms 591